

Лекция № 2. Основные элементарные функции, их свойства и графики

На лекции рассматриваются вопросы:

1. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
2. Понятие элементарной функции.

1. Основные элементарные функции, их свойства.

К основным элементарным функциям относятся:

- 1) степенная $y = x^n$, $n \in R$;
- 2) показательная $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$;
- 3) логарифмическая $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$;
- 4) тригонометрические $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$;
- 5) обратные тригонометрические $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$,

$y = \operatorname{arccot} x$.

2. Понятие элементарной функции.

Функция, записанная одной формулой и составленная из основных элементарных функций с помощью конечного числа арифметических действий (+, -, ×, :) и операции взятия сложной функции, называется **элементарной**.

Например, $y = \frac{2^{\sin x}}{1 + \ln x}$ — элементарная функция.

Если функция задана различными формулами для различных промежутков изменения аргумента, то она не является элементарной.

Например, $y = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x \leq 0, \\ 2x + 3, & \text{если } x > 0. \end{cases}$ не элементарная функция.

ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ: ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

Обозначение функции	Область определения $D(y)$	Область значений $E(y)$	Четность, нечетность	Монотонность	Периодичность	График функции
1	2	3	4	5	6	7
Степенная функция						
$y = x^n$ $n \in N,$ n – четное	$x \in R$	$[0; +\infty)$	четная	убывает на $(-\infty; 0]$; возрастает на $[0; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = x^n$ $n \in N,$ n – нечетное	$x \in R$	$(-\infty; +\infty)$	нечетная	возрастает на $(-\infty; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = x^{-n}$ $n \in N,$ n – четное	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$(0; +\infty)$	четная	возрастает на $(-\infty; 0)$; убывает на $(0; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = x^{-n}$ $n \in N,$ n – нечетное	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	нечетная	убывает на $(-\infty; 0)$; $(0; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = \sqrt[n]{x}$ $n \in N,$ $n > 1$ n – нечетное	$x \in R$	$(-\infty; +\infty)$	нечетная	возрастает на $(-\infty; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = \sqrt[n]{x}$ $n \in N,$ $n > 1$ n – четное	$[0; +\infty)$	$[0; +\infty)$	ни четная, ни нечетная	возрастает на $[0; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
Показательная функция						
$y = a^x$	$x \in R$	$(0; +\infty)$	ни четная, ни нечетная	возрастает на $(-\infty; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>

$a > 1$						
1	2	3	4	5	6	7
$y = a^x$ $0 < a < 1$	$x \in R$	$(0; +\infty)$	ни четная, ни нечетная	убывает на $(-\infty; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
Логарифмическая функция						
$y = \log_a x$ $a > 1$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	ни четная, ни нечетная	возрастает на $(0; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = \log_a x$ $0 < a < 1$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	ни четная, ни нечетная	убывает на $(0; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
Тригонометрические функции						
$y = \sin x$	$(-\infty; +\infty)$	$[-1; 1]$	нечетная	возрастает на $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right];$ убывает на $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right],$ $n \in Z$	периодическая; $T = 2\pi$	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = \cos x$	$(-\infty; +\infty)$	$[-1; 1]$	четная	возрастает на $[-\pi + 2\pi n; 2\pi n];$ убывает на $[2\pi n; \pi + 2\pi n],$ $n \in Z$	периодическая; $T = 2\pi$	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = \operatorname{tg} x$	$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,$ $n \in Z$	$(-\infty; +\infty)$	нечетная	возрастает на $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right),$ $n \in Z$	периодическая; $T = \pi$	<i>Изобразить самостоятельно</i>

1	2	3	4	5	6	7
$y = \operatorname{ctgx}$	$x \neq \pi n,$ $n \in Z$	$(-\infty; +\infty)$	нечетная	убывает на $(\pi n; \pi + \pi n),$ $n \in Z$	периодическая; $T = \pi$	<i>Изобразить самостоятельно</i>
<i>Обратные тригонометрические функции</i>						
$y = \arcsin x$	$[-1; 1]$	$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$	нечетная	возрастает на $[-1; 1]$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = \arccos x$	$[-1; 1]$	$[0; \pi]$	ни четная, ни нечетная	убывает на $[-1; 1]$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = \operatorname{arctgx}$	$x \in R$	$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$	нечетная	возрастает на $(-\infty; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>
$y = \operatorname{arccctgx}$	$x \in R$	$(0; \pi)$	ни четная, ни нечетная	убывает на $(-\infty; +\infty)$	непериодическая	<i>Изобразить самостоятельно</i>