#### МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ, НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И РЫБОХОЗЯЙСТВЕННОГО КОМПЛЕКСА ФГБОУ ВО КОСТРОМСКАЯ ГСХА

Кафедра физики и автоматики

# ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ САУ АЛГЕБРАИЧЕСКИМИ И ЧАСТОТНЫМИ КРИТЕРИЯМИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, направленность (профиль) «Электроснабжение» очной и заочной форм обучения

КАРАВАЕВО Костромская ГСХА 2021 Составитель: канд. техн. наук, доцент, декан электроэнергетического факультета, доцент кафедры физики и автоматики Костромской ГСХА А.В. Рожнов.

Рецензент: канд. экон. наук, доцент, заведующий кафедрой электроснабжения и эксплуатации электрооборудования Костромской ГСХА А.А. Васильков.

Рекомендовано методической комиссией электроэнергетического факультета в качестве методических рекомендаций по выполнению расчетно-графической работы для студентов, обучающихся по направлению подготовки 13.03.02
Электроэнергетика и электротехника, направленность (профиль) «Электроснабжение» очной и заочной форм обучения

Т 33 Теория автоматического управления. Определение устойчивости САУ алгебраическими и частотными критериями: методические рекомендации по выполнению расчетнографической работы / сост. А.В. Рожнов. — Караваево: Костромская ГСХА, 2021. — 28 с.; 20 см. — 50 экз. — Текст непосредственный.

Издание содержит варианты заданий и методику расчетов устойчивости САУ критериями Рауса, Гурвица, Найквиста, Михайлова. Рассмотрено применение программного комплекса «Моделирование в технических устройствах» (ПК МВТУ), приведен список рекомендуемых источников.

Методические указания по выполнению расчетно-графической работы предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, направленность (профиль) «Электроснабжение» очной и заочной форм обучения.

Используются для контактной и самостоятельной работы при изучении дисциплины «Теория автоматического управления».

УДК 65.011.56
ББК 40.70

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. Задания к расчетно-графической работе	5
2. Пример расчета устойчивости САУ по различным критериям	6
2.1. Критерий Рауса	7
2.2. Критерий Гурвица	7
2.3. Критерий Найквиста	
2.4. Критерий Михайлова	11
3. Методика расчета работоспособности САУ с использованием	
ПК МВТУ	13
3.1. Назначение, режимы работы, особенности и достоинства	
ПК МВТУ	13
3.2. Ввод структурной схемы и исходных данных	15
3.3. Моделирование переходных процессов	
и вариантные расчеты	22
4. Основные методы и процедуры работы в режиме «АНАЛИЗ»	23
4.1. Анализ амплитудно-фазовых частотных характеристик	23
Список рекомендуемых источников	27
Приложение	28

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Дисциплина «Теория автоматического управления» относится к обязательной части ОПОП ВО направления подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника. Основная цель преподавания дисциплины заключается в формировании знаний и практических навыков по анализу, синтезу, выбору и использованию современных средств автоматизации.

Согласно квалификационной характеристике, инженер должен уметь решать задачи динамического анализа работы систем автоматического управления различными методами (классическими и с использованием вычислительной техники).

В данном издании приведены методические указания по выполнению расчетно-графической работы «Определение устойчивости САУ алгебраическими и частотными критериями». Приведены варианты заданий и примеры расчетов устойчивости САУ с помощью критериев Рауса, Гурвица, Найквиста, Михайлова. Рассмотрено применение программного комплекса «Моделирование в технических устройствах» (ПК МВТУ), предназначенного для детального исследования и анализа динамических процессов в САУ, описание динамики которых может быть реализовано методами структурного моделирования.

*Цель издания* — сформировать знания и практические навыки по анализу работы САУ.

Задача — научить определять работоспособность САУ алгебраическими и частотными критериями.

Методические указания предназначены для аудиторной и самостоятельной работы при изучении дисциплины «Теория автоматического управления» и выполнении расчетно-графической работы.

# 1. ЗАДАНИЯ К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ

Автоматическая система регулирования состоит из трех последовательно соединенных звеньев; второе звено охвачено отрицательной обратной связью.

Определить устойчивость системы по критериям Payca, Гурвица, Найквиста, Михайлова.

С помощью ПК МВТУ построить переходной процесс при единичном ступенчатом управляющем воздействии и определить устойчивость системы по критериям Найквиста и Михайлова.

Дифференциальные уравнения звеньев САР заданы в операторной форме.

Варианты заданий приведены в приложении.

# Порядок выполнения задания и некоторые рекомендации по его выполнению

- 1. По элементарным звеньям индивидуального задания (выдается преподавателем) составить структурную схему.
- 2. Найти передаточные функции элементарных звеньев и общую передаточную функцию исследуемой системы.
  - 3. Найти характеристическое уравнение исследуемой системы.
- 4. Провести исследование устойчивости системы с помощью критериев Рауса, Гурвица, Найквиста, Михайлова.
- 5. По каждому из критериев устойчивости нужно привести полное его определение и только после этого приступить к решению задачи.
  - 6. При решении задачи необходимо пояснять каждое действие.
- 7. Для построения годографа рекомендуется выбирать следующие точки: при  $\omega \to 0$ ; при  $\omega \to \infty$ ; точки пересечения годографом оси абсцисс, точки пересечения годографом оси ординат.
- 8. Количество рассчитываемых точек годографа должно быть таким, чтобы по характеру годографа было ясно видно, устойчива ли система.
  - 9. Годограф должен быть построен в масштабе.
- 10. Дать выводы о работоспособности исследуемой системы. Возможны варианты как устойчивых, так и неустойчивых систем.
- 11. Привести исследования переходных процессов в системе и определить устойчивость с применением ПК МВТУ. Определить границы работоспособности системы.

## 2. ПРИМЕР РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ САУ ПО РАЗЛИЧНЫМ КРИТЕРИЯМ

Пусть заданными оказались следующие элементарные звенья, имеющие уравнения:

-1 звено  $py_3 = 2x_3;$  -2 звено  $py_2 - y_2 = 2x_2;$ -3 звено  $4p^2y_1 + 4py_1 + y_1 = 2x_1.$ 

Звено местной обратной связи  $y_{MOC} = x_{MOC}$ .

По заданным уравнениям звеньев находим их передаточные функции:

$$W_1(p) = \frac{2}{p};$$

$$W_2(p) = \frac{2}{p-1};$$

$$W_3(p) = \frac{2}{4p^2 + 4p + 1}.$$

Передаточная функция звена местной обратной связи:

$$W_{MOC}(p) = 1.$$

Изображаем структурную схему САР, представленную на рисунке 1.

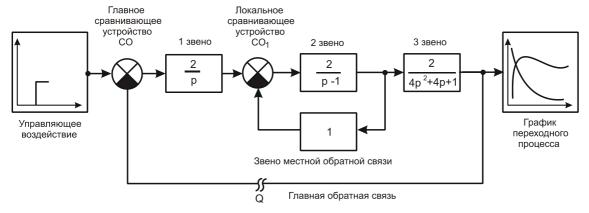


Рис. 1. Структурная схема САР

Находим общую передаточную функцию для разомкнутой системы, для чего имеющуюся замкнутую систему разомкнем (этот разрыв можно сделать между любыми звеньями) в точке Q.

Принимаем местную обратную связь отрицательной.

Общая передаточная функция для разомкнутой системы:

$$W_{pas}(p) = W_1(p) \frac{W_2(p)}{1 + W_2(p) W_{MOC}(p)} W_3(p) =$$

$$= \frac{2}{p} \cdot \frac{\frac{2}{p-1}}{1 + \frac{2}{p-1} \cdot 1} \cdot \frac{2}{4p^2 + 4p + 1} = \frac{8}{4p^4 + 8p^3 + 5p^2 + p}.$$

Определяем передаточную функцию для замкнутой системы (с учетом отрицательной главной обратной связи):

$$W_{3AMK}(p) = \frac{W_{pa3}(p)}{1 + W_{pa3}(p)} = \frac{8}{4p^4 + 8p^3 + 5p^2 + p + 8},$$

где знаменатель есть характеристическое уравнение для замкнутой системы, то есть  $4p^4 + 8p^3 + 5p^2 + p + 8 = 0$ .

# 2.1. Критерий Рауса

Система устойчива, если все элементы первого столбца таблицы Рауса имеют одинаковые знаки, совпадающие со знаком коэффициента  $a_0$ . Если же какой-либо член первого столбца равен нулю, то система находится на границе устойчивости.

Составляем таблицу Рауса. Всего в таблице будет n + 1 строк, т.е. 5.

$$a_{0} = 4$$

$$a_{1} = 8$$

$$a_{3} = 1$$

$$a_{5} = 0;$$

$$b_{0} = \frac{a_{1}a_{2} - a_{0}a_{3}}{a_{1}} = 4,5 > 0$$

$$b_{1} = \frac{b_{0}a_{2} - a_{1}b_{2}}{b_{0}} = -13,2 < 0$$

$$b_{2} = \frac{a_{1}a_{4} - a_{0}a_{5}}{a_{1}} = 8$$

$$b_{3} = \frac{b_{0}a_{5} - a_{1}b_{4}}{b_{0}} = 0$$

$$b_{5} = 0;$$

$$c_{0} = \frac{b_{1}b_{2} - b_{0}b_{3}}{b_{1}} = 8 > 0$$

$$c_{2} = \frac{b_{1}b_{4} - b_{0}b_{5}}{b_{1}} = 0$$

$$c_{4} = 0.$$

*Вывод*: САР неустойчивая, так как коэффициент  $b_1$  < 0.

# 2.2. Критерий Гурвица

Система устойчива тогда и только тогда, когда все диагональные миноры определителя больше нуля, т.е. совпадают со знаком первого коэффициента  $a_0$ .

Составляем определитель из коэффициентов характеристического уравнения:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 8 & 0 \\ 0 & 8 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 8 \end{vmatrix}.$$

Находим величины диагональных миноров:

$$\Delta_{0} = a_{0} = 4 > 0; \qquad \Delta_{1} = a_{1} = 8 > 0;$$

$$\Delta_{2} = \begin{vmatrix} a_{1} & a_{3} \\ a_{0} & a_{2} \end{vmatrix} = a_{1} \cdot a_{2} - a_{0} \cdot a_{3} = 8 \cdot 5 - 4 \cdot 1 = 36 > 0;$$

$$\Delta_{3} = \begin{vmatrix} a_{1} & a_{3} & 0 \\ a_{0} & a_{2} & a_{4} \\ 0 & a_{1} & a_{3} \end{vmatrix} = a_{3} \begin{vmatrix} a_{1} & a_{3} \\ a_{0} & a_{2} \end{vmatrix} - a_{1} \begin{vmatrix} a_{1} & 0 \\ a_{0} & a_{4} \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 36 - 8 (8 \cdot 8 - 4 \cdot 0) = -476 < 0.$$

Bывод: так как диагональный минор  $\Delta_3$  отрицательный, то данная САР неустойчива.

#### 2.3. Критерий Найквиста

Автоматическая система управления, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчивой и в замкнутом состоянии, если амплитуднофазовая частотная характеристика  $W(j\omega)$  этой системы в разомкнутом состоянии не охватывает точку с координатами (-1; j0).

Находим комплексный коэффициент передачи для разомкнутой системы, подставляя  $j\omega$  вместо оператора p:

$$W(j\omega) = \frac{8}{4(j\omega)^4 + 8(j\omega)^3 + 5(j\omega)^2 + j\omega}.$$
 Так как  $j = \sqrt{-1}$ , то  $j^2 = -1$ ;  $j^3 = -j$ ;  $j^4 = 1$ , тогда 
$$W(j\omega) = \frac{8}{(4\omega^4 - 5\omega^2) + j(\omega - 8\omega^3)}.$$

Чтобы представить комплексный коэффициент передачи в виде комплексного числа, имеющего действительную  $R(\omega)$  и мнимую  $I(\omega)$  части, умножим и разделим полученный результат на сопряженное знаменателю комплексное число:

$$(4\omega^4 - 5\omega^2) - j(\omega - 8\omega^3)$$

и получим

$$W(j\omega) = \frac{8}{(4\omega^4 - 5\omega^2) + j(\omega - 8\omega^3)} \cdot \frac{(4\omega^4 - 5\omega^2) - j(\omega - 8\omega^3)}{(4\omega^4 - 5\omega^2) - j(\omega - 8\omega^3)} =$$

$$= \frac{8[(4\omega^4 - 5\omega^2) - j(\omega - 8\omega^3)]}{(4\omega^4 - 5\omega^2)^2 - [j(\omega - 8\omega^3)]^2} =$$

$$= \frac{32\omega^2 - 40}{16\omega^6 + 24\omega^4 + 9\omega^2 + 1} - j\frac{8 - 64\omega^2}{16\omega^7 + 24\omega^5 + 9\omega^3 + \omega}.$$

Задавая различные значения частоте  $\omega$ , находим координаты  $R(\omega)$  и  $I(\omega)$  точек годографа комплексного коэффициента передачи. Лучше начинать нахождение координат годографа с характерных точек: при  $\omega \to 0$ ; при  $\omega \to \infty$ ; точек, в которых годограф пересекает оси координат, а затем найти координаты промежуточных точек годографа, при необходимости можно найти экстремумы годографа.

При  $\omega \to 0$  получим

$$R(\omega) = -40; \quad I(\omega) = -\infty.$$

Найдем координаты точек, которые являются местом пересечения годографа с осью абсцисс. Для этих точек координата по оси ординат равна нулю, т.е. должно соблюдаться условие

$$I(\omega) = 0$$
,

т.е. если числитель  $I(\omega)$  равен нулю, а именно  $64\omega^2 - 8 = 0$ .

Решая это уравнение, находим его корни:

$$\omega^2 = \frac{1}{8};$$
  $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{8}};$   $\omega_1 = +0.354;$   $\omega_2 = -0.354.$ 

Для решения используем только положительные значения корней:

$$\omega_1 = +0.354$$
.

Подставляя найденное значение  $\omega$  в выражение для  $R(\omega)$ , находим координаты искомой точки на оси абсцисс:

$$R(\omega)_{(\omega=0,354)} = \frac{32 \cdot 0,354^2 - 40}{16 \cdot 0,354^6 + 24 \cdot 0,354^4 + 9 \cdot 0,354^2 + 1} = -14,2.$$

По такому же методу найдем координаты точек пересечения годографа с осью ординат. Положив  $R(\omega) = 0$ , т.е. когда числитель равен нулю, находим корни уравнения:

$$32\omega^{2} - 40 = 0; \quad \omega^{2} = 1,25; \quad \omega_{1} = 1,12; \quad \omega_{2} = -1,12.$$

$$I(\omega)_{(\omega=1,12)} = \frac{64 \cdot 1,12^{2} - 8}{16 \cdot 1,12^{7} + 24 \cdot 1,12^{5} + 9 \cdot 1,12^{3} + 1,12} = 0,79.$$

При  $\omega \to \infty$  получим, разделив числитель и знаменатель  $R(\omega)$  и  $I(\omega)$  на  $\omega^2$ :

$$R(\omega) = \frac{32 - \frac{40}{\omega^2}}{16\omega^4 + 24\omega^2 + 9 + \frac{1}{\omega^2}}; \qquad R(\omega)_{\omega \to \infty} \to 0;$$

$$I(\omega) = \frac{64 - \frac{8}{\omega^2}}{16\omega^5 + 24\omega^3 + 9\omega + \frac{1}{\omega^2}}; \qquad I(\omega)_{\omega \to \infty} \to 0.$$

Итак, годограф при изменении  $\omega$  от 0 до  $+\infty$  имеет направление из бесконечности в III квадранте, пересекает ось абсцисс в точке с координатами [-14,2;j0], переходя во второй квадрант, затем пересекает ось ординат в точке с координатами [0;j0,79] и далее, оставаясь в I квадранте, стремится к началу координат.

Сведем полученные данные в таблицу 1.

ω	$R(\omega)$	$I(\omega)$
0	- 40	$-\infty$
0,1	- 36,3	- 67,4
0,354	- 14,2	0
0,5	- 6,4	3,2
1,12	0	0,79
$\infty$	0	0

Таблица 1. Результаты расчетов

Годограф комплексного коэффициента передачи будет иметь вид, по-казанный на рисунке 2.

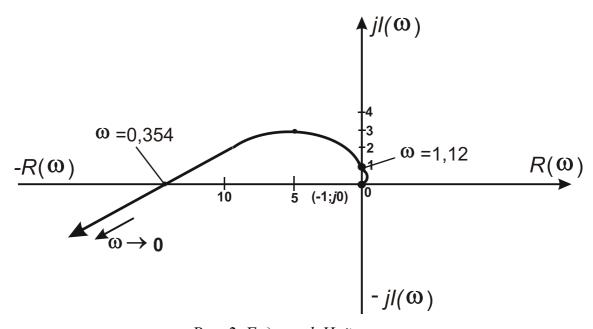


Рис. 2. Годограф Найквиста

*Вывод:* САР в замкнутом состоянии неустойчива, т.к. амплитуднофазовая частотная характеристика  $W(j\omega)$  этой системы в разомкнутом состоянии охватывает точку с координатами (-1; j0).

#### 2.4. Критерий Михайлова

Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы при изменении угловой частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$  годограф, описываемый концом вектора  $G(j\omega)$  на плоскости комплексного переменного, начинался на вещественной положительной полуоси и, вращаясь только против часовой стрелки, нигде не обращаясь в нуль, проходил последовательно число квадрантов, которое равно степени п характеристического уравнения, повернувшись на угол  $n\frac{\pi}{2}$ .

Для рассматриваемой замкнутой автоматической системы имеем характеристическое уравнение:

$$G(p) = 4p^4 + 8p^3 + 5p^2 + p + 8 = 0.$$

Подставляя вместо оператора p значение  $j\omega$  и отделяя вещественную часть от мнимой, получим

$$G(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega) =$$
=  $4 (j\omega)^4 + 8 (j\omega)^3 + 5 (j\omega)^2 + j\omega + 8 =$ 
=  $4\omega^4 - 8 j\omega^3 - 5\omega^2 + j\omega + 8 =$ 
=  $(8 - 5\omega^2 + 4\omega^4) + j(\omega - 8\omega^3),$ 

$$R(\omega) = 8 - 5\omega^2 + 4\omega^4; \quad I(\omega) = \omega - 8\omega^3.$$

где

Находим координаты точек годографа Михайлова.

При  $\omega \to 0$  получим

$$R(\omega)_{\omega \to 0} = 8$$
;  $I(\omega)_{\omega \to 0} = 0$ .

При  $\omega \to +\infty$  получим

$$R(\omega)_{\omega \to \infty} = \infty$$
;  $I(\omega)_{\omega \to \infty} = -\infty$ .

Положив  $I(\omega) = 0$ , находим значения  $\omega$ , при которых годограф пересекает ось абсцисс:

$$\omega - 8\omega^{3} = 0;$$
  $\omega(1 - 8\omega^{2}) = 0;$   $\omega_{1} = 0;$   
 $1 - 8\omega^{2} = 0;$   $\omega_{2,3} = \sqrt{\frac{1}{8}};$   $\omega_{2,3} = \pm 0.354;$   
 $\omega_{2} = +0.354;$   $\omega_{3} = -0.354;$   $R(\omega)_{\omega=0} = 8.$ 

Приравнивая  $R(\omega)$  к нулю, находим корни уравнения:

$$4\omega^4 - 5\omega^2 + 8 = 0.$$

Положив  $\omega^2 = x$ , получим

$$4x^2 - 5x + 8 = 0$$
  $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{-103}}{8}$ .

Все корни получились мнимые, т.е. нет пересечения годографа с осью ординат.

Сведем полученные данные в таблицу 2.

•	•	•
ω	$R(\omega)$	$I(\omega)$
0	8	0
0,1	7,95	0,092
0,354	7,44	0
1	7	<b>-7</b>
2	52	- 62
m on	+ \psi	- m

Таблица 2. Результаты расчетов

Годограф имеет характер, представленный на рисунке 3.

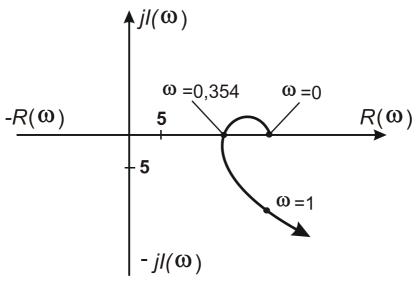


Рис. 3. Годограф Михайлова

Вывод: годограф Михайлова не пересекает последовательно оси координат, следовательно, САР неустойчива.

#### 3. МЕТОДИКА РАСЧЕТА РАБОТОСПОСОБНОСТИ САУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПК МВТУ

# 3.1. Назначение, режимы работы, особенности и достоинства ПК МВТУ

Программный комплекс «Моделирование в технических устройствах» ПК МВТУ — современная среда интеллектуального САПР, предназначенная для детального исследования и анализа динамических процессов в ядерных и тепловых энергетических установках, в системах автоматического управления (САУ), в следящих приводах и роботах, в любых технических системах, описание динамики которых может быть реализовано методами структурного моделирования.

Может использоваться для моделирования нестационарных процессов в физике, в электротехнике, в динамике машин и механизмов, в астрономии и т.д., а также для решения нестационарных краевых задач (теплопроводность, гидродинамика и др.).

Может функционировать в многокомпьютерных моделирующих комплексах, в том числе и в режиме удаленного доступа к технологическим и информационным ресурсам.

ПК МВТУ является альтернативой программным продуктам MATRIX<sub>x</sub>, Simulink, VisSim и др.

Программный комплекс МВТУ реализует следующие режимы работы:

- моделирование нестационарных процессов в непрерывных, дискретных и гибридных технических системах, в том числе и при наличии обмена данными (синхронный или асинхронный) с внешними программами и устройствами;
- редактирование параметров структурной схемы и расчета в режиме on-line:
- расчет в реальном времени или в режиме масштабирования модельного времени;
- рестарт, архивацию и воспроизведение результатов моделирования.

## Модуль ОПТИМИЗАЦИЯ позволяет решать задачи:

- параметрической оптимизации САУ и идентификации опытных данных;
- синтеза оптимальных регуляторов и оптимального управления в многокритериальной постановке при наличии ограничений на значения динамических переменных, управляющих воздействий, параметров элементов системы автоматического управления, функционалов качества.

#### Модуль АНАЛИЗ обеспечивает:

- расчет амплитудно-фазовых частотных характеристик для любой линейной и большинства нелинейных систем (ЛАХ, ФЧХ, различные годографы и др.);
- расчет коэффициентов, полюсов и нулей передаточных функций.

### Модуль КОНТРОЛЬ И УПРАВЛЕНИЕ позволяет:

- создавать электронные аналоги измерительных приборов и управляющих устройств для оперативного контроля и управления переходными процессами;
- выполнять статистическую обработку сигналов (в том числе и внешних), основанную на быстром преобразовании Фурье.

#### ПК МВТУ имеет следующие достоинства:

- *открытость* за счет реализации в нем нескольких механизмов обмена данными с внешними расчетными программами, а также за счет встроенного в ПК интерпретатора математических функций;
- принцип вложенности структур (глубина вложенности неограниченная), что особо актуально при моделировании сложных динамических систем;
- *векторизация* алгоритмов передачи и обработки данных за счет реализации линий связи типа «шина» данных и векторизации входов/выходов всех типовых блоков;
- наличие наиболее полной Общетехнической и ряда Специализированных библиотек типовых блоков, в т.ч. библиотеки теплофизических свойств основных рабочих тел;
- наличие библиотеки *Контроль и управление*, что позволяет формировать в ПК «МВТУ» панели (щиты) приборов для отображения и оперативного управления моделируемой системой в процессе расчета:
- 16 алгоритмов интегрирования, включая 10 новых эффективных алгоритмов (5 явных и 5 неявных) для жестких систем дифференциальных уравнений;
- функционирование в любой версии Windows, наличие подробной контекстной справочной системы, эффективность в отраслевых разработках и учебном процессе.

Для приобретения навыков работы в среде программного комплекса МВТУ 3.5 выполним все этапы применительно к моделированию динамики САР, структурная схема которой приведена на рисунке 4:

1 звено 
$$py_3 = 2x_3;$$
 2 звено 
$$py_2 - y_2 = 2x_2;$$
 3 звено 
$$4p^2y_1 + 4py_1 + y_1 = 2x_1;$$
 Звено местной обратной связи 
$$y_{max} = x_{max}.$$

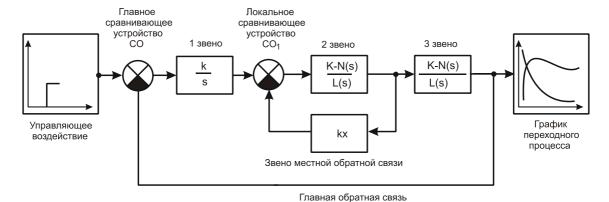


Рис. 4. Структурная схема САР

По заданным уравнениям звеньев находим их передаточные функции:

$$W_1(p) = \frac{2}{p};$$

$$W_2(p) = \frac{2}{p-1};$$

$$W_3(p) = \frac{2}{4p^2 + 4p + 1}.$$

Передаточная функция звена местной обратной связи:

$$W_{\text{\tiny MOC}}(p) = 1.$$

Принимаем:

- местную обратную связь отрицательной;
- главную обратную связь отрицательной.

Для отображения результатов расчета используем типовой блок библиотеки *Данные* – *Временной график*.

# 3.2. Ввод структурной схемы и исходных данных

Ввод структурной схемы и исходных данных выполним в следующей последовательности.

Этап 1. Размещение необходимых типовых блоков в Схемном окне.

Выберите кнопку [Новый] и откроется «свободное» Схемное окно.

Для выбора соответствующей библиотеки типовых блоков выделите вкладку *Источники входных воздействий*.

Переместите курсор на блок *Ступенчатое воздействие* (подпись *Ступенька*) и сделайте однократный щелчок левой клавишей мыши: фон блока *Линейка* изменился. Это означает, что блок можно перетащить в Схемное окно. Переместите курсор в верхний левый угол Схемного окна и щелкните 1 раз левой клавишей мыши: в поле Схемного окна появился переносимый блок.

Для инициализации соответствующей типовой библиотеки выберите вкладку *Операции математические*.

Выберите блок *Сравнивающее устройство* — фон блока изменится. Переместите курсор в поле Схемного окна на то место, где вы желали бы расположить *Главное сравнивающее устройство* и щелкните 1 раз левой клавишей мыши: перенос блока *Сравнивающее устройство* в Схемное окно выполнен. Повторите вышеописанные действия и перенесите на свободное место в Схемном окне (ниже и левее) и 2-й блок *Сравнивающее устройство*, необходимый для моделирования *Локального сравнивающего устройства*.

Выделите вкладку *Динамические звенья*, перенесите требуемые блоки (*Интегратор, Апериодическое* звено и т.д.) в Схемное окно, расположив их примерно так, как указано на рисунке 4.

Для инициализации библиотеки типовых блоков выделите вкладку *Данные*, перенесите блок *Временной график* в Схемное окно в определенное место.

Выделите крупную кнопку в левой части *«Линейки» типовых блоков* — вы временно *«отключили»* процедуру переноса блоков в Схемное окно.

# Этап 2. Проведение линий связи на структурной схеме.

Выберите один из блоков *Сравнивающее устройство* (будущее *Главное сравнивающее устройство*), нажав на левую клавишу мыши и, не отпуская ее, перетащите этот блок так, чтобы его верхний входной порт (в дальнейшем просто вход) по горизонтали был на одном уровне с выходным портом блока *Управляющее воздействие*.

Для упрощения этой процедуры рекомендуется включить опцию *Сетка* в Схемном окне.

Далее переместите курсор на выходной порт блока Управляющее воздействие, сделайте щелчок левой клавишей мыши и, отпустив клавишу, протяните горизонтальную линию связи к верхнему входному порту Главного сравнивающего устройства. Снова сделайте однократный щелчок левой клавишей: на верхнем входе появится типичная входная стрелка. Если вы сделали щелчок левой клавишей раньше, чем проводимая связь вошла «в притяжение» входного порта, дотяните линию связи до соответствующего входного порта и сделайте щелчок левой клавишей мыши.

Если требуется сделать поворот на  $\pm 90^{\circ}$  в линии связи, выполните щелчок левой клавишей мыши и продолжайте проведение линии связи в новом направлении.

Если вы желаете прервать процедуру проведения линии связи (например, по причине внешнего вида), нажмите клавишу [Shift] и, не отпуская ее, сделайте щелчок левой клавишей мыши: линия оборвется. Далее можно удалить

эту линию: выделите ее (щелчок левой клавишей мыши по линии) и затем удалите линию с помощью командной кнопки *Вырезать* (пиктограмма «ножницы»).

С использованием аналогичных процедур уточните расположение блоков в прямой цепи структурной схемы:  $W_1(p)$ , Локальное сравнивающее устройство,  $W_2(p)$ ,  $W_3(p)$  и проведите линии связи.

Переместите курсор на блок местной обратной связи, нажмите на клавиатуре клавишу [Shift] и, не отпуская ее, нажмите 1 раз левую клавишу мыши: порты блока повернутся на 90° против часовой стрелки. Повторите эту процедуру еще 1 раз: ориентация блока изменится. Уточните расположение блока, используя процедуру «перетаскивания» блоков в Схемном окне. Проведите линии связи от блока  $W_2(p)$  к блоку местной обратной связи и далее от него к 2-му (нижнему) входному порту *Локального сравнивающего устройства*.

Переместите курсор на линию связи от блока  $W_2$  (p) к блоку с местной обратной связью (предпочтительнее на угол последнего поворота линии связи), нажмите на клавиатуре клавишу [Ctrl] и, не отпуская ее, сделайте щелчок левой клавишей мыши: появится темная точка. Отпустив обе клавиши, проведите линию связи вниз (малой длины): вы получили «ответвление» от существующей линии связи. Используя вышеописанные процедуры, продлите линию *Главной обратной связи* до 2-го входного порта *Главного сравнивающего устройства*.

Переместите блок *Временной график*, сделайте ответвление от *Главной обратной связи* и продлите его до входа в блок *Временной график* (см. рис. 4).

Сохраните введенную структурную схему. Для этого откройте меню *Файл*, выберите команду *Сохранить как*..., в появившемся диалоговом окне в строке ввода наберите оригинальное имя вашей задачи. Закройте окно *Сохранение проекта*, нажав кнопку ОК.

Измените размер Схемного окна так, чтобы правое и нижнее поля составляли не менее 4...5 см. Если набранная структурная схема не вписалась в размеры Схемного окна, выберите кнопку *Показать все* на *Дополнительной панели инструментов* — произойдет изменение масштаба структурной схемы таким образом, что она станет наблюдаемой в Схемном окне полностью.

Сохраните свой проект, выполнив команду Сохранить снова.

## Этап 3. Ввод параметров структурной схемы.

Выберите блок *Управляющее воздействие* и сделайте 2-кратный щелчок левой кнопкой мыши: откроется диалоговое окно этого блока с активной вкладкой *Параметры*, как показано на рисунке 5.

Инициализируйте диалоговую строку, введите через пробел  $0\ 0\ 1\ (3\$ числа) и нажмите на кнопку  $\mathcal{L}a$ . Повторите аналогичные процедуры для остальных блоков и введите соответствующие значения k, T и начальных условий.

Вкладка  $Bxo\partial\omega$  позволяет изменять расположение входных портов, а вкладка  $B\omega xo\partial\omega$  — изменять расположение выходных портов.

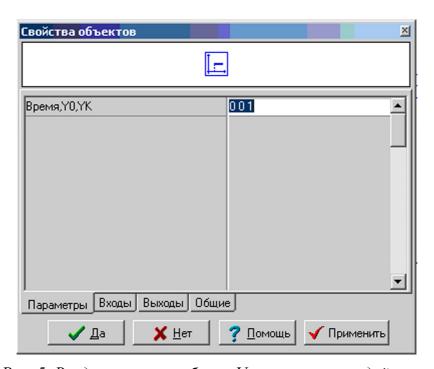


Рис. 5. Ввод параметров блока Управляющее воздействие

Откройте диалоговое окно *Главного сравнивающего устройства* и убедитесь, в диалоговой строке уже введены необходимые параметры (по умолчанию): **1** (плюс 1) и **-1** (минус 1) через пробел. При моделировании блок *Сравнивающее устройство* реализует алгебраическое сложение двух сигналов в соответствии с введенными весовыми коэффициентами, т.е. 1-й — с весовым коэффициентом 1 (плюс 1), а 2-й — с весовым коэффициентом —1 (минус 1).

Если необходимо алгебраически сложить 3 сигнала, например, с весовыми коэффициентами 0,8,-1,2 и 2,5, то в строке ввода необходимо ввести соответствующие параметры (через пробел: 0.8-1.2 2.5).

При закрытии диалогового окна блока *Сравнивающее устройство* произойдет перерисовка этого блока и он будет иметь 3 входных порта, где верхний левый входной порт (при ориентации блока слева направо) — для 1-го сигнала (коэффициент равен **0.8**), нижний вход — для 2-го сигна-

ла (коэффициент равен **–1.2**) и нижний левый вход — для 3-го сигнала (коэффициент равен **2.5**). Повторите аналогичные процедуры для *Локального сравнивающего устройства*.

Главное сравнивающее устройство и Локальное сравнивающее устройство можно реализовать и с использованием типового блока Сумматор из библиотеки Операции математические, поскольку алгоритм работы этого блока идентичен алгоритму блока Сравнивающее устройство, а различие — только в пиктограммах блоков и в расположении 2-го входного порта.

Аналогично производится ввод параметров динамических звеньев.

Выберите блок *Динамические звенья*, откройте диалоговое окно этого блока, активизируйте вкладку *Параметры*, как показано на рисунке 6, и введите заданные параметры блока.

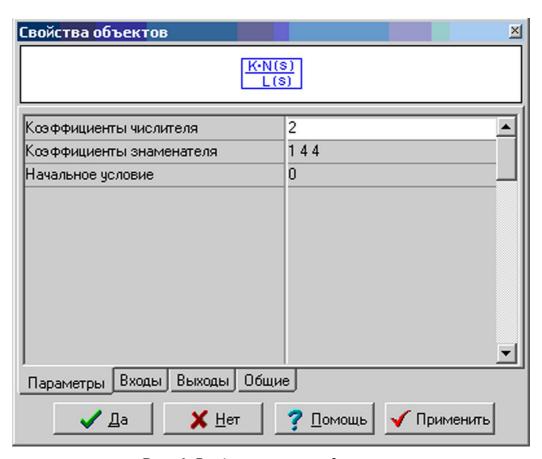


Рис. 6. Ввод параметров 3-го звена

Этап 4. Установка параметров интегрирования.

Выберите *Моделирование* — *Параметры расчета*, откроется диалоговое окно *Параметры интегрирования*, активизируйте вкладку *Основные*, как показано на рисунке 7.

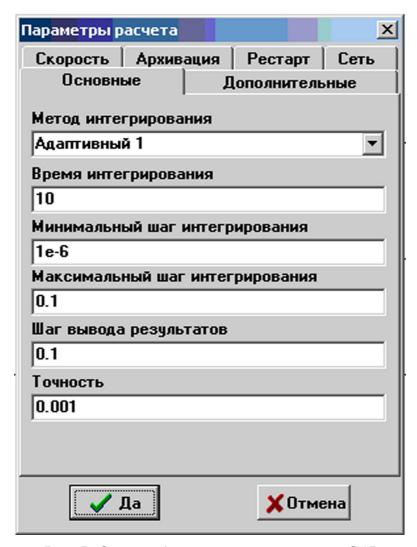


Рис. 7. Окно ввода параметров расчета САР

Другие вкладки этого диалогового окна предназначены:

- Дополнительные для установки параметров расчета (для начинающих пользователей лучше оставить значения, установленные по умолчанию);
- Скорость для расчета в заданном масштабе времени (при включенном Режиме масштабирования времени значение 1 в поле Множитель ускорения соответствует расчету в реальном масштабе времени);
- *Архивация* для сохранения в бинарном формате (файл с расширением **.rez**) всех данных расчета, которые могут быть использованы для ускоренного воспроизведения процесса моделирования посредством команды *Эмуляция расчета из файла* в меню *Моделирование*;
- Рестарт для периодического (например, через 1 секунду) сохранения в бинарном формате (файл с расширением .rst) основных данных расчета, по которым можно продолжить процесс моделирования после завершения расчета;

- *Сеть* — для реализации режима *Расчета на удаленном сервере*.

При активной вкладке *Основные* выберите численный метод, например, **Адаптивный 1**. Далее введите:

Время интегрирования — 15 (секунд);

Минимальный шаг интегрирования — 0.001 (секунд);

Максимальный шаг интегрирования — 0.1 (секунд);

Шаг вывода результатов — 0.1. Параметр точности можно оставить тем же (по умолчанию 0.001).

Закройте диалоговое окно, т.е. нажмите кнопку Да.

Снова сохраните задачу (кнопка Сохранить).

Этап 5. Открытие Графического окна и изменение его размеров.

В поле ввода 2-й диалоговой строки *Вывод на каждом шаге*, в которой по умолчанию введено **Нет**, выполните однократный щелчок левой клавишей мыши: в поле ввода появится специальная кнопка, которая предоставляет возможность выбора: **Нет** или **Да**.

Если вы выбрали Да, то при выполнении моделирования в графическом окне будут отображаться все изменения линии графика после каждого шага интегрирования, а если вы выбрали Нет, то при выполнении моделирования в графическом окне будут отображаться изменения линии графика через временной интервал, равный приблизительно Шагу вывода результатов (см. рис. 7).

В 3-й строке диалогового окна *Прореживание точек* по умолчанию введено **Да**. Если необходимо иметь информацию *о всех* расчетных данных, выводимых на график, то вы должны в поле ввода 3-й диалоговой строки изменить **Да** на **Het**.

Заметим, что если в 3-й диалоговой строке введено Да, то в обоих вариантах заполнения 2-й диалоговой строки (Нет или Да) отображаемые данные подвергаются *прореживанию* по следующему алгоритму: если 3 последовательные расчетные точки лежат на одной прямой (с заданной точностью), то средняя точка не отображается на графике, т.к. отрезок, проведенный через 1-ю и 3-ю точки содержит и 2-ю точку.

Закройте диалоговое окно блока *Временной график* (кнопка **Да**) и выполните 2-кратный щелчок левой клавишей мыши по изображению этого блока в Схемном окне: откроется графическое окно с заголовком

**График** y(t). Если заголовок графического окна будет другим, то закройте графическое окно и снова откройте его.

Для переноса графического окна в другое место необходимо переместить курсор на его заголовок, нажать левую клавишу мыши и, не отпуская ее, перетащить окно в желаемое место. Изменение его размеров производится так же, как и для любых других окон в среде Windows. Используя процедуры изменения размеров окон, придайте графическому окну необходимый размер (приблизительно 1/4 от площади от Схемного окна).

Сохраните введенные изменения, используя командную кнопку Co-xpahumb.

# 3.3. Моделирование переходных процессов и вариантные расчеты

Выберите командную кнопку *Продолжить* — вы запустили моделирование переходного процесса созданного вами проекта. Результаты будут отражаться в виде, представленном на рисунке 8.

Данные расчета свидетельствуют, что *исходная САР неустойчива* и переходной процесс расходящийся.

Ряд опций командного меню блока *Временной график* общеприняты и не требуют особых пояснений (*Автомасштаб, Курсор, Всегда впереди*).

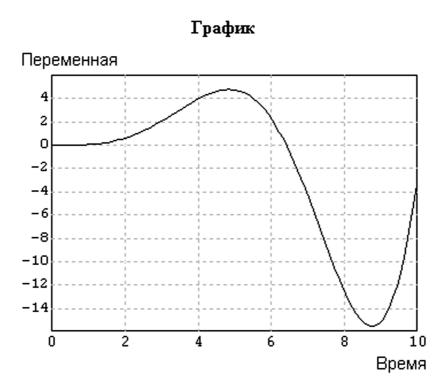


Рис. 8. Переходный процесс исследуемой САР

Опция Список заменяет графическое изображение на таблицу данных. Возврат к графическому изображению осуществляется щелчком пра-

вой клавиши мыши в поле таблицы и последующим выбором в меню опции Список.

Опция *Копировать* реализует операцию копирования изображения графика в буфер для последующей вставки в соответствующие отчетные документы, например, в текстовые документы MS Office.

#### 4. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ И ПРОЦЕДУРЫ РАБОТЫ В РЕЖИМЕ «АНАЛИЗ»

#### 4.1. Анализ амплитудно-фазовых частотных характеристик

Сформулируем задачи, которые необходимо решить в процессе анализа амплитудно-фазовых частотных характеристик САР, структурная схема которой представлена на рисунке 4:

- исследовать на устойчивость исходную САР с использованием критерия Найквиста по годографу АФЧХ;
- исследовать на устойчивость исходную САР с использованием критерия Михайлова.

#### Этап 1. Исследование устойчивости исходной САР.

Выберите вкладку Субструктуры и выделите одноименный каталог в Общетехнической библиотеке типовых блоков. Перенесите в Схемное окно два блока B nammb и проведите к ним линии связи, как это показано на рисунке 9.

Внимание! Типовой блок В память (и Из памяти тоже) в Линейке типовых блоков имеет оригинальную пиктограмму, а при переносе его в Схемное окно его изображение — текст (по умолчанию **Y1**, **Y2** и т.д.).

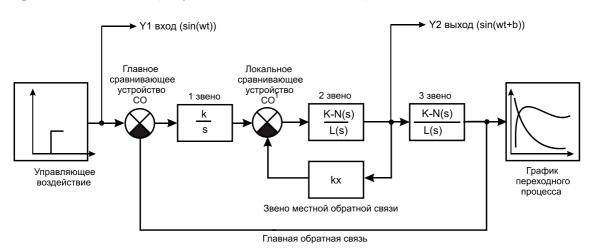


Рис. 9. Структурная схема анализа амплитудно-фазовых частотных характеристик

Известно, что критерий Найквиста позволяет оценить устойчивость (или неустойчивость) замкнутой линейной САР (с единичной Главной обратной связью) по АФЧХ разомкнутой САР.

Поэтому, откройте диалоговое окно блока Сравнивающее устройство (выполняющего роль Главного сравнивающего устройства) и разомкните Главную обратную связь, установив 2-й весовой коэффициент равным нулю.

Выполните моделирование и убедитесь, что вид переходного процесса типичен для исследуемой САР.

В командном меню выберите команду *Анализ* — *Частотный анализ*. Откроется диалоговое окно *Параметры частотного анализа*. Введите значения первых 3-х параметров такие же, как указаны на рисунке 10. Остальные параметры оставьте без изменения.

Параметры частот	гного анализа	
Начальная частота	1E-5	<b>√</b> Да
Конечная частота	1E5	🗶 Отмена
Число точек вывода	100	
Приращение для Яко	биана	Создать окно
Относительное	0.001	Характеристик
Абсолютное	1E-6	Годографов

Рис. 10. Окно задания параметров частотного анализа CAP

Выберите кнопку  $\Gamma$ одографов — появится новое графическое окно с заголовком  $\Gamma$ одографы.

Переместите курсор на крайнюю левую кнопку (с символом «+») и выполните один щелчок левой клавишей мыши: появится номер строки в таблице. Переместите курсор на ячейку *Входы* строки, выполните щелчок левой клавишей мыши, нажмите на появившуюся в этой ячейке таблицы специальную кнопку и из списка переменных выберите **Вход** (Y1). Повторите аналогичные действия для ячейки *Выходы* и выберите переменную **Выход** (Y2). В ячейке *Характеристика* выберите вид годографа — **Найквиста**.

Вид заполненной таблицы приведен на рисунке 11.

Выберите кнопку Pacчem — начнется расчет годографа  $A\Phi YX$  (называемого в ПК МВТУ годографом Найквиста), а в Графическом окне отобразятся результаты расчета.

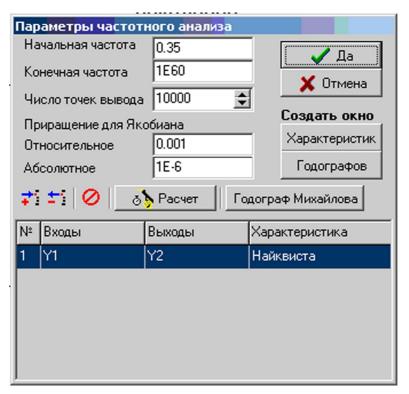


Рис. 11. Ввод параметров для построения характеристики Найквиста

Линия годографа разомкнутой САР на рисунке 12, без сомнения, охватывает точку (-1, 0j).

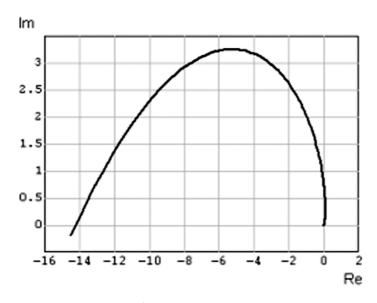


Рис. 12. Годограф Найквиста исследуемой САР

Вывод: САР в замкнутом состоянии будет неустойчива.

Этап 2. Анализ устойчивости САР с использованием критерия Михайлова.

Известно, что критерий Михайлова основан на анализе частотных свойств характеристического полинома D(p) замкнутой системы при подстановке  $p=j\omega$ . Если годограф Михайлова  $D(j\omega)$  построен на комплексной плоскости, то для устойчивости замкнутой САР необходимо и достаточно, чтобы при изменении  $\omega$  от нуля до бесконечности линия годографа поочередно переходила из квадранта в квадрант в положительном направлении (против часовой стрелки), причем изменение аргумента  $\Delta$  arg  $D(j\omega) = n\pi/2$ , где n — порядок системы.

Замкните обратную связь, введя в диалоговом окне блока *Главное сравнивающее устройство* значение **2-го** весового коэффициента **–1** (минус 1). Выполните контрольное моделирование переходного процесса и убедитесь, что исходная САР *неустойчива*.

При открытии диалогового окна *Параметры частотного анализа* его вид будет таким же, как и на рисунке 11. Выберите кнопку *Годографов* — появится графическое окно с заголовком *Годографы* и кноп-ка *Годограф Михайлова* станет *активной* (шрифт текста в кнопке изменит цвет с серого на черный).

Выберите кнопку *Годограф Михайлова*: в *Графическом окне* начнется отображение результатов расчета. По завершении расчета в командном меню *Графическое окно* и диалоговом окне *Свойства* измените параметры осей координат на графике годографа Михайлова так, как это выполнено на рисунке 13.

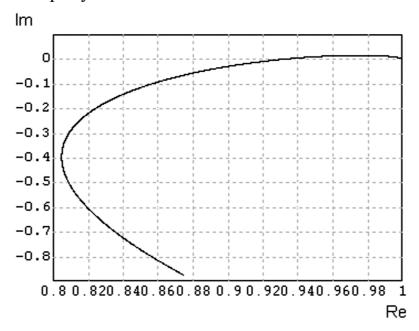


Рис. 13. Годограф Михайлова

Поведение кривой Михайлова на рисунке 13 показывает, что годограф Михайлова не пересекает последовательно оси координат, следовательно — САР неустойчива.

#### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1. Карташов Б.А., Среда динамического моделирования технических систем SimInTech: Практикум по моделированию систем автоматического регулирования [Электронный ресурс] / Карташов Б. А., Шабаев Е. А., Козлов О. С., Щекатуров А. М. М.: ДМК Пресс, 2017. 424 с. ISBN 978-5-97060-482-3 Режим доступа: <a href="https://www.rosmedlib.ru/book/ISBN9785970604823.html">https://www.rosmedlib.ru/book/ISBN9785970604823.html</a>.
- 2. Шандров Б.В. Технические средства автоматизации [Текст] : учебник для вузов / Б. В. Шандров, А. Д. Чудаков. 2-е изд., стереотип. М : Академия, 2007, 2010. 368 с. (Высшее профессиональное образование. Автоматизация и управление). ISBN 978-5-7695-3624-3 : 182-16.
- 3. Образцов, Н.Н. Автоматика. Сборник тестовых заданий с комментариями [Электронный ресурс]: учеб. пособие для студентов направления подготовки 35.03.06 "Агроинженерия", 13.03.02 "Электроэнергетика и электротехника", 23.03.03 "Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов" очной и заочной форм обучения / Н. Н. Образцов, А. В. Рожнов; Костромская ГСХА. Каф. ТОЭ и автоматики. Электрон. дан. (1 файл). Караваево : Костромская ГСХА, 2015. Режим доступа: http://lib.ksaa.edu.ru/marcweb, требуется регистрация. Загл. с экрана. Яз. рус. M215.
- 4. Сажин, С.Г. Средства автоматического контроля технологических параметров [Электронный ресурс]: учебник для студентов вузов / С. Г. Сажин. Электрон. дан. СПб.: Лань, 2012. 432 с.: ил. (Учебники для вузов. Специальная литература). Режим доступа: http://e.lanbook.com/reader/book/50683/, требуется регистрация. Загл. с экрана.
- 5. Малафеев, С.И. Основы автоматики и системы автоматического управления [Текст]: учебник для вузов / С. И. Малафеев, А. А. Малафеева. М: Академия, 2010. 384 с. (Высшее профессиональное образование. Радиоэлектроника). ISBN 978-5-7695-5295-3. глад212: 744-00.
- 6. Гайдук, А.Р. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в МАТLAB [Текст]: учеб. пособие для вузов / А. Р. Гайдук, В. Е. Беляев, Т. А. Пьявченко. 2-е изд., испр. СПб.: Лань, 2011. 464 с.: ил. (Учебники для вузов. Специальная литература).
- 7. Коновалов, Б.И. Теория автоматического управления [Текст] : учеб. пособие для вузов / Б. И. Коновалов, Ю. М. Лебедев. 3-е изд., доп. и перераб. СПб : Лань, 2010. 224 с. : ил. (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978-5-8114-1034-7. глад113 : 419-54.
- 8. Гайдук, А.Р. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в МАТLАВ [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов / А. Р. Гайдук, В. Е. Беляев, Т. А. Пьявченко. 3-е изд., стер. Электрон. дан. СПб. : Лань, 2016. 464 с. : ил. (Учебники для вузов. Специальная литература). Режим доступа: http://e.lanbook.com/reader/book/71744/, требуется регистрация. Загл. с экрана. Яз. рус. ISBN 978-5-8114-1255-6.

# ПРИЛОЖЕНИЕ

# Варианты заданий

№	1 звено	2 звено	3 звено	Звено местной обратной связи
1	$4p^2y_1 + 2py_1 + y_1 = x_1$	$2py_2 + y_2 = x_2$	$py_3 = x_3$	$y_{moc} = x_{moc}$
2	$2py_1 = x_1$	$2y_2 = px_2$	$p^2y_3 + py_3 + y_3 = 2x_3$	$y_{moc} = 2x_{moc}$
3	$p^2 y_1 + 3 p y_1 + y_1 = 2x_1$	$4p^2y_2 + 3py_2 + y_2 = 5x_2$	$y_3 = 6x_3$	$y_{moc} = x_{moc}$
4	$p^2 y_1 + y_1 = 2x_1$	$3py_2 = x_2$	$py_3 + y_3 = px_3$	$y_{moc} = 4x_{moc}$
5	$5py_1 + y_1 = 2x_1$	$9p^2y_2 + 4py_2 + y_2 = 4x_2$	$4py_3 = x_3$	$y_{moc} = 3x_{moc}$
6	$5py_1 = x_1$	$4p^2y_2 + 5py_2 + y_2 = 2x_2$	$3y_3 = px_3$	$y_{moc} = x_{moc}$
7	$4y_1 = px_1$	$9p^2y_2 + y_2 = 5x_2$	$6py_3 = x_3$	$y_{moc} = 10x_{moc}$
8	$7 p y_1 = x_1$	$2py_2 + y_2 = 3px_2$	$4p^2y_3 + y_3 = 3x_3$	$y_{moc} = 5x_{moc}$
9	$16p^2y_1 + 5py_1 + y_1 = 6x_1$	$4py_2 + y_2 = 3x_2$	$5py_3 + y_3 = 4px_3$	$y_{moc} = x_{moc}$
10	$8py_1 + y_1 = 2px_1$	$25p^2y_2 + 6py_2 + y_2 = 3x_2$	$y_3 = 8x_3$	$y_{moc} = 0.7x_{moc}$
11	$y_1 = 0.5x_1$	$16p^2y_2 + 9py_2 + y_2 = 4x_2$	$7 p y_3 = x_3$	$y_{moc} = 0.5x_{moc}$
12	$8py_1 = x_1$	$3py_2 + y_2 = 5px_2$	$16p^2y_3 + y_3 = 8x_3$	$y_{moc} = x_{moc}$
13	$6py_1 + y_1 = 2px_1$	$py_2 + y_2 = 4x_2$	$9py_3 = x_3$	$y_{moc} = 0.2x_{moc}$
14	$4p^2y_1 + 3py_1 + y_1 = 5x_1$	$7py_2 = x_2$	$py_3 + y_3 = 4x_3$	$y_{moc} = x_{moc}$
15	$6py_1 = x_1$	$4p^2y_2 + 2py_2 + y_2 = x_2$	$y_3 = 0.4x_3$	$y_{moc} = 2x_{moc}$
16	$3py_1 + y_1 = 5px_1$	$p^2y_2 + 3py_2 + y_2 = 2x_2$	$7 p y_3 = x_3$	$y_{moc} = 4x_{moc}$
17	$16p^2y_1 + y_1 = 8x_1$	$5py_2 + y_2 = 4px_2$	$y_3 = 0.8x_3$	$y_{moc} = x_{moc}$
18	$7 p y_1 = x_1$	$p^2y_2 + py_2 + y_2 = 2x_2$	$4y_3 = px_3$	$y_{moc} = 3x_{moc}$
19	$25p^2y_1 + 6py_1 + y_1 = 3x_1$	$py_2 = x_2$	$2py_3 + y_3 = x_3$	$y_{MOC} = x_{MOC}$

#### Учебно-методическое издание

**Теория автоматического управления. Определение устойчивости САУ алгебраическими и частотными критериями :** методические рекомендации по выполнению расчетно-графической работы / сост. А.В. Рожнов. — Караваево : Костромская ГСХА, 2021. — 28 с. ; 20 см. — 50 экз. — Текст непосредственный.

Методические рекомендации по выполнению расчетно-графической работы издаются в авторской редакции

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Костромская государственная сельскохозяйственная академия" 156530, Костромская обл., Костромской район, пос. Караваево, уч. городок, д. 34

Компьютерный набор. Подписано в печать 17/05/2021. Заказ № 244. Формат 60х84/16. Тираж 50 экз. Усл. печ. л. 1,68. Бумага офсетная. Отпечатано 17/05/2021. Цена 43,00 руб.

вид издания: первичное (электронная версия) (редакция от 6.04.2021 № 244)

Отпечатано с готовых оригинал-макетов в академической типографии на цифровом дубликаторе. Качество соответствует предоставленным оригиналам.

(Электронная версия издания - I:\подразделения \рио\издания\2021\244.pdf)



ФГБОУ ВО КОСТРОМСКАЯ ГСХА



2021\*244

(Электронная версия издания - I:\подразделения \рио\издания\2021\244.pdf)