Самостоятельное изучение учебного материала

Парабола

Изучите вопросы:

1. Парабола.

1. Парабола

1) Определение.

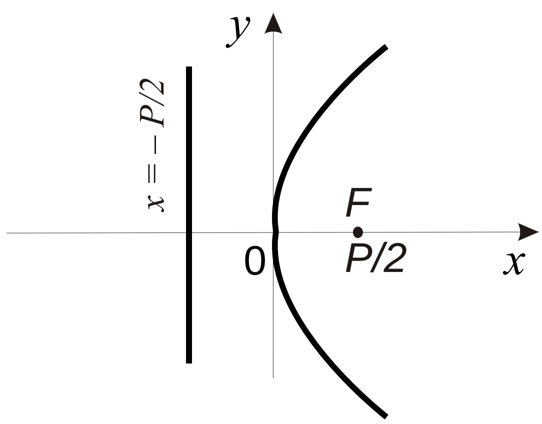
Параболой называется множество точек плоскости, каждая из которых одинаково удалена от данной точки, называемой *фокусом*, и данной прямой, называемой *директрисой.*

2) Каноническое уравнение. Основные элементы.

Если ось Ox проходит через фокус параболы перпендикулярно директрисе, ось Oy проходит посредине между директрисой и фокусом параллельно директрисе, начало координат является *вершиной параболы*, а ось Ox — её *осью симметрии*; $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ — фокус параболы; $x=-\frac{p}{2}$ — уравнение директрисы, то *каноническое уравнение параболы* имеет вид

$$y^2 = 2px,$$

где p — расстояние от фокуса F до директрисы ($p>0$).

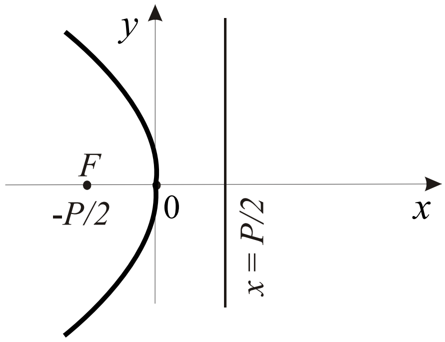


Изображение параболы $y^2 = 2px$

Если $M(x;y)$ — произвольная точка параболы, то по определению $MF = MN$.

3) Виды парабол.

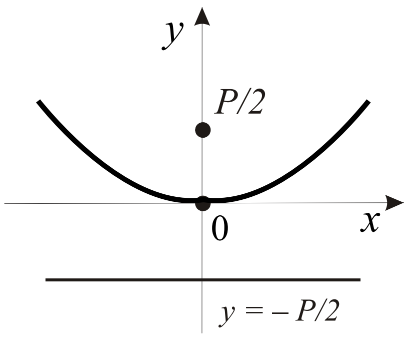
а) Парабола с каноническим уравнением $y^2 = -2px$ имеет вид:



. Изображение параболы $y^2 = -2px$

$F\left(-\dfrac{p}{2}; 0\right)$ — фокус параболы; $x = \dfrac{p}{2}$ — уравнение директрисы.

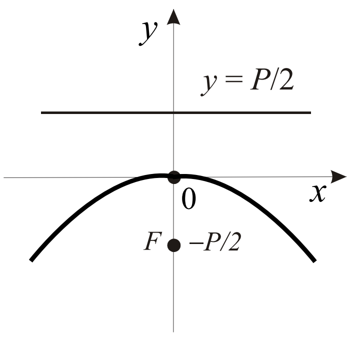
б) Парабола с каноническим уравнением $x^2 = 2py$ имеет вид:



Изображение параболы $x^2 = 2py$

$F\left(0; \dfrac{p}{2}\right)$ — фокус параболы; $y = -\dfrac{p}{2}$ — уравнение директрисы.

в) Парабола с каноническим уравнением $x^2 = -2py$ имеет вид:



Изображение параболы $x^2 = -2py$

$F\left(0; -\dfrac{p}{2}\right)$ — фокус параболы; $y = \dfrac{p}{2}$ — уравнение директрисы.

Пример 1: Найти уравнение директрисы и координаты фокуса каждой из парабол: $a)\ y^2 = 4x$; $b)\ x^2 = -8y$.

Решение.

$a)$ $y^2 = 4x$ — уравнение параболы, симметричной относительно оси Оx, ветви параболы идут вправо. Из уравнения находим: $2p = 4$, откуда $p = 2$, $\frac{p}{2} = 1$.

Директрисой служит прямая, параллельная оси Оy и отстоящая от последней на расстоянии $\frac{p}{2} = 1$. Следовательно, уравнение директрисы параболы будет иметь вид $x = -1$.

Фокус параболы находится на оси Оx, расстояние от фокуса до начала координат $\frac{p}{2} = 1$, поэтому $F(1; 0)$ — фокус параболы.

$b)$ $x^2 = -8y$ — уравнение параболы, симметричной относительно оси Оy, ветви параболы идут вниз. Из уравнения находим: $2p = 8$, откуда $p = 4$, $\frac{p}{2} = 2$.

Директрисой служит прямая, параллельная оси Оx и отстоящая от последней на расстоянии $\frac{p}{2} = 2$. Следовательно, уравнение директрисы параболы будет иметь вид $y = 2$.

Фокус параболы находится на оси Оy, расстояние от фокуса до начала координат $\frac{p}{2} = 2$, поэтому $F(0; -2)$ — фокус параболы.

Пример 2: Написать каноническое уравнение параболы с вершиной в начале координат, если известно уравнение её директрисы $x = 2$.

Решение.

Так как уравнение директрисы $x = 2$, то каноническое уравнение параболы имеет вид $y^2 = -2px$. Тогда $\frac{p}{2} = 2$, $p = 4$. Следовательно, уравнение параболы имеет вид $y^2 = -8x$.