**§2 Пружинный маятник.**

**Упругие и квазиупругие силы**.

**Уравнение колеблющейся пружины**

Рассмотрим тело массы *m*, закрепленное на пружине с коэффициентом жесткости *k* (массой пружины пренебрегаем).  Растянем пружину на *х*. Тогда по закону Гука на тело будет действовать сила упругости *F*упр :

1) величина силы пропорциональна величине отклонения системы от положения равновесия



2) направление сила противоположно направлении смещения, т.е. сила всегда  направлена к положению равновесия (при *х* > 0, *F*упр < 0, при *х* < 0,*F*упр > 0)

3) В положении равновесия *х* = 0 и *F*упр = 0.

По закону Гука

*F*упр = -*kх*.

 Систему, состоящую из материальной точки массы *m*и абсолютно упругой пружины с коэффициентом жесткости *k*, в которой возможны свободные колебания, называют **пружинным маятником**.

Запишем второй закон Ньютона для рис. б











т.е.



тогда



и



 Если сила не является по своей природе упругой, но подчиняется закону *F*= -*kх*, то она называется **квазиупругой силой**.

Получим уравнение пружинного маятника.  Учтем в записи второго закона Ньютона, что



тогда









 - дифференциальное уравнение точки, совершающей колебательное движение (дифференциальное уравнение пружинного маятника).

 Решение дифференциального уравнения:



- уравнение колеблющейся точки (уравнение колеблющейся пружины).



-  собственная частота колебаний.

**§3 Математический и физический маятники.**

**Периоды колебаний математического и физического маятников**

**Математический маятник** - материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити, и совершавшая колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести. **Материальная точка** - тело, масса которого сосредоточена в центре масс и размерами которого в условиях данной задачи, можно пренебречь.

Математический маятник при колебаниях совершает движение по дуге окружности радиуса . Его движение подчиняется законам вращательного движения.

Основное уравнение вращательного цветения запишется в виде

                                             (1)

*М –*момент сил, *I* – момент инерции, ε – угловое ускорение.







Равнодействующая сил  и равна .

Из треугольника АВС



т.е.



таким образом, колебания математического маятника происходят под действием квазиупругой силы - силы тяжести.

Тогда (1) запишется в виде

                                  (2)

Знак минус учитывает, что векторы  и имеют противоположные направления (угол поворота можно рассматривать, как псевдовектор углового смещения , направление вектора  определяется по правилу правого винта, из-за знака минус  направлен в противоположную сторону).

 Сократив в (2) на *m* и  получим



При малых углах колебаний  α = 5 ÷6° ,, получим



Ввода обозначения



получим **дифференциальное уравнение колебаний математического маятника**



Его решение:



- **уравнение математического маятника**.

из которого видно, что угол α изменяется по закону косинуса.  α0 -  амплитуда, ω0 - циклическая частота, φ0 - начальная фаза.



- период колебаний математического маятника

**Физический маятник** - твердое тело, колеблющееся под действием силы тяжести вокруг неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр тяжести тела, называемой осью качания маятника.

Основное уравнение – вращательного движения для физического маятника запишется в виде



При малых углах колебаний  и уравнение движения имеет вид



Тогда положив



получим



- дифференциальное уравнение физического маятника.



- период колебаний физического маятника

Приравняв *Тфиз = Тмат*:



следовательно, математический маятник с длиной



имеет такой же период колебаний, как и данный физический маятник.  - **приведенная длина физического маятника** -  это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом данного физического маятника.