

ТЕМА 2 ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ



2.1 Сущность и задачи линейного программирования

2.2 Графический метод решения задач

2.3 Методы линейного программирования



2.3 Методы линейного программирования





По характеру решаемых задач методы линейного программирования можно разбить на две группы:

- универсальные,
- специальные.

1. Универсальные методы. С их помощью могут решаться любые задачи линейного программирования. Самым распространенным из них является симплексный метод, предложенный Д. Данцигом.



Метод разрешающих множителей, разработанный академиком Л. В. Канторовичем в 1939 г., появился примерно за 10 лет до его появления за рубежом.



2. Специальные методы. Эти методы проще универсальных, но применимы не для всех задач.



К ним относятся распределительный метод для решения транспортной задачи, метод разрешающих слагаемых А. Л. Лурье, метод дифференциальных рент А. Л. Брудно, венгерский метод.



К особой группе методов линейного программирования относятся приближенные методы, отличающиеся от остальных тем, что не гарантируют строго оптимального решения задачи, но они просты и хорошо приспособлены к ручным вычислениям (индексный метод, метод аппроксимации Фогеля и др.)



Наиболее универсальным методом
решения задач линейного
программирования является
симплексный метод.



Алгоритм метода базируется на последовательном улучшении некоторого первоначального плана, когда за определенное число итераций (циклически повторяющихся вычислений симплексных таблиц) получается оптимальное решение.



После каждой итерации значение целевой функции должно улучшаться. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет получен оптимальный план.



Задачи, содержащие множество переменных, решить графическим способом невозможно, так как ОДЗ представляет собой n -мерный выпуклый многогранник.



Поверхность многогранника называется симплексом, отсюда и произошло название симплексный метод - метод перебора вершин симплекса до полученного оптимального плана.



Расчеты выполняются последовательно, улучшая план до нахождения оптимального решения. Для поиска оптимального плана нет необходимости перебирать все вершины, вычисление проводят по определенному плану, т. е. алгоритму.



Алгоритмом называют точное описание последовательности действий при решении задач.





Алгоритм симплексного метода:

1) математическая формулировка задачи;

2) приведение неравенств к канонической форме;

3) нахождение первого базисного плана, соответствующего одной из вершин выпуклого многогранника;



Алгоритм симплексного метода:

4) проверка плана на оптимальность;

5) последовательное улучшение плана для получения оптимального;

6) проверка решения.

1) МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Для математической формулировки задачи необходимо определить, какой показатель выступает в качестве неизвестной величины, т.е. в качестве X .



1) МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Далее, экономическую проблему следует записать математически через систему уравнений и неравенств. Коэффициентами при переменных в уравнениях или неравенствах выступают показатели по затратам ресурсов.



2) ПРИВЕДЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ К КАНОНИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

К канонической форме система неравенства приводится путем введения дополнительных переменных (если задача задана в виде линейных неравенств, она называется стандартной или симметричной, если задача задана в виде уравнения, она называется канонической).



3) НАХОЖДЕНИЕ ПЕРВОГО ОПОРНОГО (БАЗИСНОГО) ПЛАНА

Первый план, полученный непосредственно из канонической формы записи задачи называется опорным или базисным планом и соответствует первой симплексной таблице.



3) НАХОЖДЕНИЕ ПЕРВОГО ОПОРНОГО (БАЗИСНОГО) ПЛАНА

Базисным планом называют такое допустимое решение, в котором число положительных (не равных нулю) переменных не превосходит число ограничений, т.е. количество базисных переменных соответствует числу $n-m$.



3) НАХОЖДЕНИЕ ПЕРВОГО ОПОРНОГО (БАЗИСНОГО) ПЛАНА

Первый базисный план соответствует экономической ситуации когда производство не начато, и переменные X_1 , X_2 , $X_3 = 0$, тогда дополнительные переменные S_1 , S_2 , S_3 , которые обозначают величину недоиспользованных ресурсов соответственно равны свободным членам.



4) ПРОВЕРКА ПЛАНА НА ОПТИМАЛЬНОСТЬ

Формальным признаком оптимальности плана является содержание индексной строки:

- при решении задач на \max функции цели, план оптимален тогда, когда - в индексной строке отсутствуют отрицательные величины;



4) ПРОВЕРКА ПЛАНА НА ОПТИМАЛЬНОСТЬ

Формальным признаком оптимальности плана является содержание индексной строки:

- при решении задач на \min функции цели, - в индексной строке отсутствуют положительные величины.



4) ПРОВЕРКА ПЛАНА НА ОПТИМАЛЬНОСТЬ

Наличие в индексной строке отрицательных (положительных) величин свидетельствует о необходимости улучшения плана. Строится новая симплексная таблица по следующему алгоритму.



5) ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ УЛУЧШЕНИЕ ПЛАНА ДО ПОЛУЧЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО

Значения и коэффициенты последующей симплексной таблицы основаны на изменении коэффициентов предыдущей.

Существует несколько алгоритмов расчета нового базисного плана.



Спасибо за внимание!

