Лекция 5. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины

На лекции рассматриваются вопросы:

1. Понятие случайной величины. Классификация случайных величин.
2. Дискретная случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины.

1. Понятие случайной величины. Классификация случайных величин

- Под ***случайной величиной*** (сокращенно с. в.) понимают величину, которая в результате опыта принимает то или иное значение, причем неизвестно заранее какое.

Случайные величины обозначаются обычно прописными латинскими буквами X, Y, Z, …, а принимаемые ими значения соответственно малыми буквами $x_1, x_2, ..., y_1, y_2, ...$.

Примеры с. в.:

1) X — число очков, появляющееся при бросании игральной кости;
2) Y — число выстрелов до первого попадания в цель;
3) Z — время безотказной работы прибора и т. п.

- Случайная величина, принимающая конечное или счетное множество значений, называется ***дискретной*** (д. с. в.).
- Если же множество возможных значений с. в. несчетно, то такая величина называется ***непрерывной*** (н. с. в.).

То есть д. с. в. принимает отдельные изолированные друг от друга значения, а н. с. в. может принимать любые значения из некоторого промежутка.

Случайные величины X и Y (примеры 1) и 2)) являются дискретными. С. в. Z (пример 3)) является непрерывной.

2. Дискретная случайная величина. Закон распределения дискретной случайной величины

Для полного описания с. в. необходимо знать не только ее возможные значения, но и вероятности этих значений.

- ***Законом распределения*** д. с. в. называется правило, позволяющее находить вероятности отдельных значений с. в.

Способы задания закона распределения д. с. в.:

1. ***Табличный***, т. е. в виде таблицы, где в первой строке указываются возможные значения с. в., а во второй — соответствующие им вероятности.

X	x_1	x_2	$\dots$	x_n
P	p_1	p_2	$\dots$	p_n

Такая таблица называется ***рядом распределения д. с. в.***

Так как события $\{X = x_1\}$, $\{X = x_2\}$, …, $\{X = x_n\}$ несовместные и образуют полную группу, то сумма их вероятностей равна единице, т. е. $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$.

Пример:

Ряд распределения д. с. в. X — числа очков, появляющегося при бросании игральной кости, имеет вид

X	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

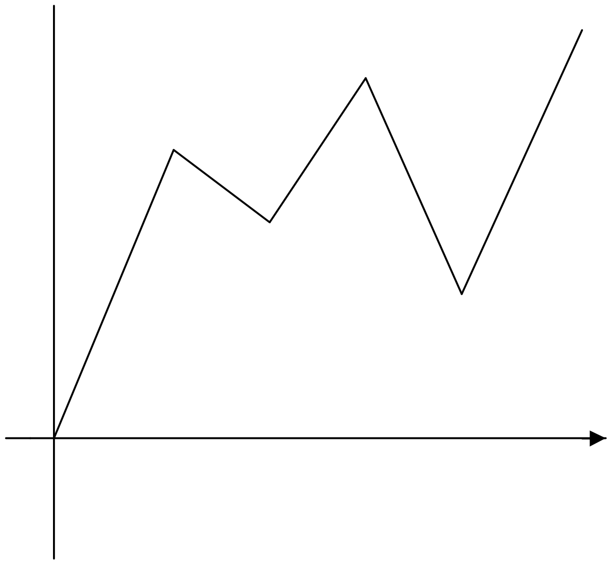
2. ***Графический.*** На оси абсцисс откладываем возможные значения д. с. в., а на оси ординат — вероятности этих значений. Ломаную, соединяющую последовательно точки (x_1, p_1), (x_2, p_2), …, (x_n, p_n), называют ***многоугольником (или полигоном) распределения***.

Пример:

Д. с. в. задана рядом распределения:

X	1	2	3	4	5
P	0,2	0,15	0,25	0,1	0,3

Построим многоугольник распределения:



3. ***Аналитический.***

- ***Интегральной функцией распределения*** с. в. X называется функция $F(x)$, определяющая для каждого значения x вероятность того, что с. в. X примет значение, меньшее x, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

Основные свойства интегральной функции распределения:

1. $0 \le F(x) \le 1$;
2. $F(x)$ — неубывающая функция, т.е. если $x_2 > x_1$, то $F(x_2) \ge F(x_1)$;
3. $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 1$;
4. $P(\alpha \le X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$.

Пример:

Д. с. в. задана рядом распределения:

X	1	2	3
P	0,2	0,15	0,65

Найдем интегральную функцию распределения:

При $x \le 1$ $F(x) = 0$;

при $1 < x \le 2$ $F(x) = P(X = 1) = 0{,}2$;

при $2 < x \le 3$ $F(x) = P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}2 + 0{,}15 = 0{,}35$;

при $x > 3$ $F(x) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0{,}2 + 0{,}15 + 0{,}65 = 1$.

Итак, интегральная функция распределения имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases}0, \text{ если } x \le 1,\\ 0{,}2, \text{ если } 1 < x \le 2,\\ 0{,}35, \text{ если } 2 < x \le 3,\\ 1, \text{ если } x > 3.\end{cases}$$

График интегральной функции распределения *(постройте самостоятельно):*