

1. Рассмотрите пример:

3.2.2 *Пример.* Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{3^n \sqrt{n}}$ .

*Решение*

$$a_n = \frac{2^n}{3^n \sqrt{n}}; \quad a_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{3^{n+1} \sqrt{n+1}}.$$

Найдём радиус сходимости.

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n 3^{n+1} \sqrt{n+1}}{2^{n+1} 3^n \sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3\sqrt{n+1}}{2\sqrt{n}} = \frac{3}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{1}{n}} = \frac{3}{2}.$$

Степенной ряд сходится в интервале  $\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

При  $x = -\frac{3}{2}$  имеем знакочередующийся ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$ . По признаку Лейбница он сходится.

При  $x = \frac{3}{2}$  имеем числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ . Данный ряд расходится, как ряд Дирихле ( $\alpha = \frac{1}{2} < 1$ ).

Таким образом, областью сходимости является промежуток  $\left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

2. Решите задачи:

3.3.1 Найти область сходимости ряда:

а)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)2^n}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$ ;      в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$ ;

г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n x^n}{3^n \sqrt{(n+1)^3}}$ ;

3. Решите свой вариант задания 5 из ИДЗ.