

Лекция №2

Основы расчета по предельным состояниям. Расчет элементов конструкций цельного сечения.

В соответствии с действующими в России нормами деревянные конструкции должны рассчитываться по методу предельных состояний.

Предельными являются такие состояния конструкций, при которых они перестают удовлетворять требованиям эксплуатации. Внешней причиной, которая приводит к предельному состоянию является силовое воздействие (внешние нагрузки, реактивные силы). Предельные состояния могут наступать под влиянием условий работы деревянных конструкций, а также качества, размеров и свойств материалов. Различают две группы предельных состояний:

1 – по несущей способности (прочности, устойчивости).

2 – по деформациям (прогибам, перемещениям).

Первая группа предельных состояний характеризуется потерей несущей способности и полной непригодностью к дальнейшей эксплуатации. Является наиболее ответственной. В деревянных конструкциях могут возникать следующие предельные состояния первой группы: разрушение, потеря устойчивости, опрокидывание, недопустимая ползучесть. Эти предельные состояния не наступают, если выполняются условия:

$$\sigma \leq R,$$

$$\tau \leq R_{ск} \text{ (или } R_{ср}),$$

т.е. когда нормальные напряжения (σ) и касательные напряжения (τ) не превышают некоторой предельной величины R , называемой расчетным сопротивлением.

Вторая группа предельных состояний характеризуется такими признаками, при которых эксплуатация конструкций или сооружений хотя и затруднена, однако, полностью не исключается, т.е. конструкция становится непригодной только к нормальной эксплуатации. Пригодность конструкции к нормальной эксплуатации обычно определяется по прогибам

$$f \leq [f], \text{ или}$$

$$f/l \leq [f/l].$$

Это означает, что изгибаемые элементы или конструкции пригодны к нормальной эксплуатации, когда наибольшая величина отношения прогиба к пролету меньше предельно допустимого относительного прогиба $[f/l]$ (по СНиП II-25-80).

Цель расчета конструкций – не допустить наступления ни одного из возможных предельных состояний, как при транспортировке и монтаже, так и при эксплуатации конструкций. Расчет по первому предельному состоянию производится по расчетным значениям нагрузок, а по второму – по нормативным. Нормативные значения внешних нагрузок приведены в СНиП «Нагрузки и воздействия». Расчетные значения получают с учетом коэффициента безопасности по нагрузке γ_n . Конструкции рассчитывают на неблагоприятное сочетание нагрузок (собственный вес, снег, ветер) вероятность которых учитывается коэффициентами сочетаний (по СНиП «Нагрузки и воздействия»).

Основной характеристикой материалов, по которой оценивается их способность сопротивляться силовым воздействиям, является нормативное сопротивление R^H . Нормативное сопротивление древесины вычисляется по результатам многочисленных испытаний малых образцов чистой (без включения пороков) древесины одной породы, влажностью 12%:

$$R^H = R_{Bp}^{cp} (1 - t \cdot V), \text{ где}$$

R_{Bp}^{cp} – среднее арифметическое значение предела прочности,

V – вариационный коэффициент,

t – показатель достоверности.

Нормативное сопротивление R^H является минимальным вероятностным пределом прочности чистой древесины, получаемым при статической обработке результатов испытаний стандартных образцов малого размера на кратковременную нагрузку.

Расчетное сопротивление R – это максимальное напряжение, которое может выдержать материал в конструкции не разрушаясь при учете всех неблагоприятных факторов в условиях эксплуатации, снижающих его прочность.

При переходе от нормативного сопротивления R^H к расчетному R необходимо учесть влияние на прочность древесины длительного действия нагрузки, пороков (сучков, косослоя и пр.), перехода от малых стандартных образцов к элементам строительных размеров. Совместное влияние всех этих факторов учитывается коэффициентом безопасности по материалу (k). Расчетное сопротивление получают делением R^H на коэффициент безопасности по материалу:

$$R = R^H / k,$$

$$k = \frac{1}{k_{дл} \cdot k_{одн}}, \text{ где}$$

$k_{дл} = 0,67$ – коэффициент длительности при совместном действии постоянных и временных нагрузок;

$k_{одн} = 0,27 \div 0,67$ – коэффициент однородности, зависящий от вида напряженного состояния, учитывающий влияние пороков на прочность древесины.

Минимальное значение $k_{одн}$ принимается при растяжении, когда влияние пороков особенно велико. Расчетные сопротивления k приведены в табл. 3 СНиП II-25-80 (для древесины хвойных пород). R древесины других пород получают с помощью переходных коэффициентов, также приведенных в СНиПе.

Сохранность и прочность древесины и деревянных конструкций зависят от температурно-влажностных условий. Увлажнение способствует загниванию древесины, а повышенная температура (за известным пределом) снижает ее прочность. Учет этих факторов требует введения коэффициентов условия работы: $m_e \leq 1$, $m_T \leq 1$.

Кроме этого СНиП предполагает учет коэффициента слойности для клееных элементов: $m_{сл} = 0,95 \div 1,1$;

балочный коэффициент для высоких балок, высотой более 50 см.: $m_b \leq 1$;

коэффициент антисептирования: $m_a \leq 0,9$;

коэффициент гнущья для гнутоклееных элементов: $m_{гн} \leq 1$ и др.

Модуль упругости древесины независимо от породы принимается равным:

$$E = 10000 \text{ МПа};$$

$$E_{90} = 400 \text{ МПа}.$$

Расчетные характеристики строительной фанеры также приведены в СНиПе, причем, при проверке напряжений в элементах из фанеры, как и для древесины,

вводят коэффициенты условия работы m . Кроме этого для расчетного сопротивления древесины и фанеры вводится коэффициент $m_{др}=0,8$ в случае, если суммарное расчетное усилие от постоянных и временных нагрузок превышает 80% полного расчетного усилия. Этот коэффициент вводится в дополнение к тому снижению, которое включено в коэффициент безопасности по материалу.

Расчет элементов конструкций цельного сечения

Элементами деревянных конструкций называют доски, бруски, брусья и бревна цельного сечения с размерами, указанными в сортаментах пиленных и круглых материалов. Они могут являться самостоятельными конструкциями, например, балками или стойками, а также стержнями более сложных конструкций. Усилия в элементах определяют общими методами строительной механики. Проверка прочности и прогибов элемента заключается в определении напряжений в сечениях, которые не должны превышать расчетных сопротивлений древесины, а также его прогибов, которые не должны превосходить предельных, установленных нормами проектирования. Деревянные элементы рассчитывают в соответствии со СНиП II-25-80.

Растянутые элементы

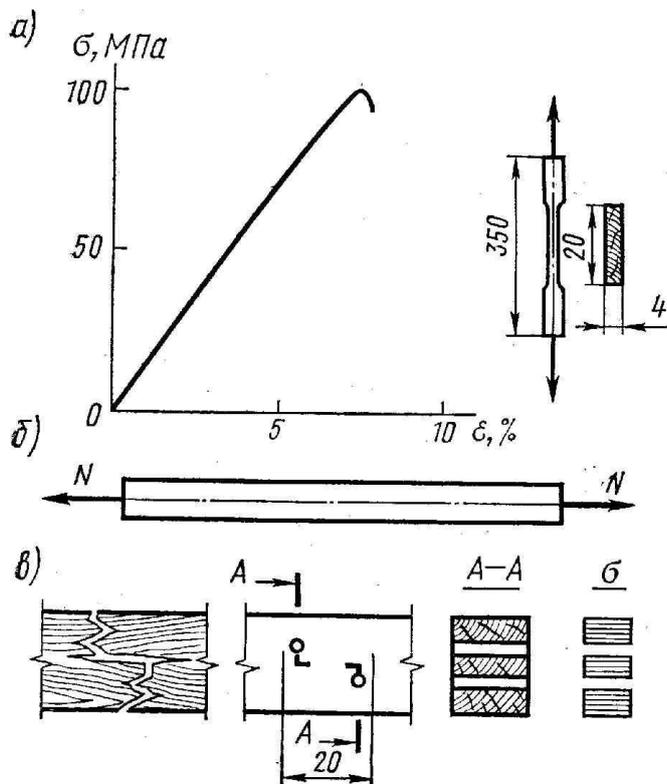


Рис. 1. Растянутый элемент:

*а - график деформаций и стандартный образец;
б - расчетная схема; в - характер разрушения,
ослабления и расчетная эпюра напряжений*

На растяжение работают нижние пояса и отдельные раскосы ферм, затяжки арок и других сквозных конструкций. Растягивающее усилие N действует вдоль оси элемента и во всех точках его поперечного сечения возникают растягивающие напряжения σ , которые с достаточной точностью считаются одинаковыми по величине.

Древесина на растяжение работает почти упруго и показывает высокую прочность. Разрушение происходит хрупко в виде почти мгновенного разрыва. Стандартные образцы при испытаниях на растяжение имеют вид «восьмерки».

Как видно из диаграммы растяжения древесины без пороков, зависимость деформаций от напряжений близка к линейной, а прочность достигает 100 МПа.

Однако прочность реальной древесины при растяжении, учитывая

ее значительные колебания, большое влияние пороков и длительности нагружения значительно ниже: для неклееной древесины I сорта $R_p=10$ МПа, для клееной древесины влияние пороков уменьшается, поэтому $R_p=12$ МПа. Прочность растянутых элементов в тех местах, где есть ослабления снижается в результате

концентрации напряжений у их краев, т.е. вводится коэффициент условия работы $m_0=0,8$. Тогда получается расчетное сопротивление $R_p=8$ МПа. Проверочный расчет растянутых элементов производится по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{F_{нт}} \leq R_p, \text{ где}$$

$F_{нт}$ – площадь рассматриваемого поперечного сечения, причем ослабления, расположенные на участке длиной 20 см. считаются совмещенными в одном сечении. Для подбора сечений пользуются этой же формулой, но относительно искомой (требуемой) площади $F_{тр}$.

Сжатые элементы

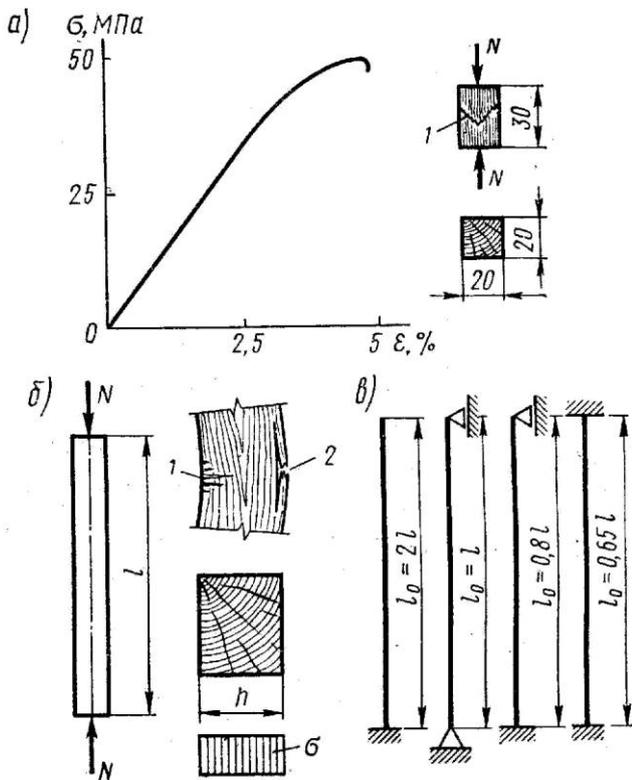


Рис. 2. Сжатый элемент:

*а - график деформаций и стандартный образец;
б - расчетная схема, характер разрушения и эпюра напряжений; в - типы закрепления концов и расчетные длины; 1 - складки; 2 - разрыв*

На сжатие работают стойки, подкосы, верхние пояса и отдельные стержни ферм. В сечениях элемента от сжимающего усилия N , действующего вдоль его оси, возникают почти одинаковые по величине сжимающие напряжения σ (эпюра прямоугольная).

Стандартные образцы при испытании на сжатие имеют вид прямоугольной призмы с размерами, указанными на рис. 2.

Древесина работает на сжатие надежно, но не вполне упруго. Примерно до половины предела прочности рост деформаций происходит по закону близкому к линейному, и древесина работает почти упруго. При росте нагрузки увеличение деформаций все более опережает рост напряжений, указывая на упруго-пластический характер работы древесины.

Разрушение образцов без пороков происходит при

напряжениях, достигающих 44 МПа, пластично, в результате потери устойчивости ряда волокон, о чем свидетельствует характерная складка. Пороки меньше снижают прочность древесины, чем при растяжении, поэтому расчетное сопротивление реальной древесины при сжатии выше и составляет для древесины 1 сорта $R_c=14\div 16$ МПа, а для 2 и 3 сортов эта величина немного ниже.

Расчет на прочность сжатых элементов производится по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{F_{нт}} \leq R_c, \text{ где}$$

R_c – расчетное сопротивление сжатию.

Аналогичным образом рассчитываются и сминаемые по всей поверхности элементы. Сжатые стержни, имеющие большую длину и не закрепленные в поперечном направлении должны быть, помимо расчета на прочность, рассчитаны

на продольный изгиб. Явление продольного изгиба заключается в том, что гибкий центрально-сжатый прямой стержень теряет свою прямолинейную форму (теряет устойчивость) и начинает выпучиваться при напряжениях, значительно меньших предела прочности. Проверку сжатого элемента с учетом его устойчивости производят по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi \cdot F_{\text{расч}}} \leq R_c, \text{ где}$$

$F_{\text{расч}}$ – расчетная площадь поперечного сечения,

φ – коэффициент продольного изгиба.

$F_{\text{расч}}$ принимается равной:

1. При отсутствии ослаблений $F_{\text{расч}} = F_{\text{бр}}$,

2. При ослаблениях, не выходящих на кромки, если площадь ослаблений не превышает 25% $F_{\text{бр}}$, $F_{\text{расч}} = F_{\text{бр}}$,

3. То же, если площадь ослаблений превышает 20% $F_{\text{бр}}$, $F_{\text{расч}} = 4/3 F_{\text{нт}}$,

1. При симметричных ослаблениях, выходящих на кромки $F_{\text{расч}} = F_{\text{нт}}$,

При несимметричном ослаблении, выходящем на кромки, элементы рассчитывают как внецентренно сжатые.

Коэффициент продольного изгиба φ всегда меньше 1, учитывает влияние устойчивости на снижение несущей способности сжатого элемента в зависимости от его расчетной максимальной гибкости λ .

Гибкость элемента равна отношению расчетной длины l_0 к радиусу инерции сечения элемента:

$$\lambda = \frac{l_0}{r}; \quad r = \sqrt{\frac{I_{\text{бр}}}{F_{\text{бр}}}}$$

Расчетную длину элемента l_0 следует определять умножением его свободной длины l на коэффициент μ_0 :

$l_0 = l \mu_0$, где

коэффициент μ_0 принимается в зависимости от типа закрепления концов элемента:

- при шарнирно закрепленных концах $\mu_0 = 1$;
- при одном шарнирно закрепленном, а другом защемленном $\mu_0 = 0,8$;
- при одном защемленном, а другом свободном нагруженном конце $\mu_0 = 2,2$;
- при обоих защемленных концах $\mu_0 = 0,65$.

Гибкость сжатых элементов ограничивается с тем, чтобы они не получились недопустимо гибкими и недостаточно надежными. Отдельные элементы конструкций (отдельные стойки, пояса, опорные раскосы ферм и т.п.) должны иметь гибкость не более 120. Прочие сжатые элементы основных конструкций – не более 150, элементы связей – 200.

При гибкости более 70 ($\lambda > 70$) сжатый элемент теряет устойчивость, когда напряжения сжатия в древесине еще невелики и она работает упруго.

Коэффициент продольного изгиба (или коэффициент устойчивости), равный отношению напряжения в момент потери устойчивости $\sigma_{кр}$ к пределу прочности при сжатии $R_{пр}$, определяют по формуле Эйлера с учетом постоянного отношения модуля упругости древесины к пределу прочности:

$$\frac{E}{R_{пр}} = 312$$

$$\phi = \frac{A}{\lambda^2}, \text{ где}$$

$A=3000$ – для древесины,

$A=2500$ – для фанеры.

При гибкостях, равных и меньших 70 ($\lambda \leq 70$) элемент теряет устойчивость, когда напряжения сжатия достигают упругопластической стадии и модуль упругости древесины понижается. Коэффициент продольного изгиба при этом определяют с учетом переменного модуля упругости по упрощенной теоретической формуле:

$$\varphi = 1 - a \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2, \text{ где}$$

$a = 0,8$ – коэффициент для древесины;

$a = 1$ – коэффициент для фанеры.

При подборе сечения используют формулу расчета на устойчивость, предварительно задаваясь величиной λ и φ .

Изгибаемые элементы

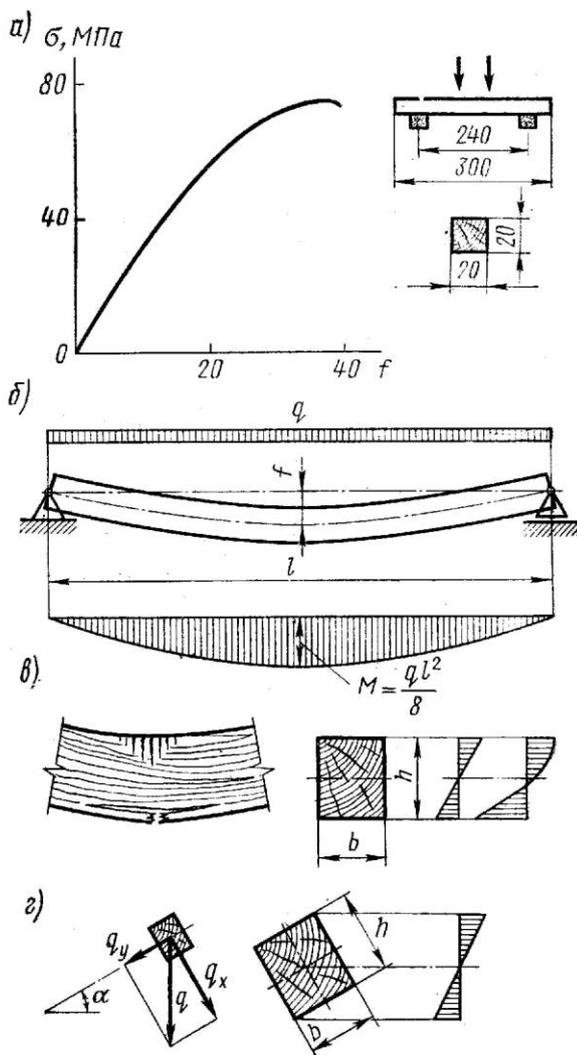


Рис. 3. Изгибаемый элемент:

a - график деформаций и стандартный образец;
б - расчетная схема; *в* - характер разрушения и эпюры напряжений; *г* - схема сечений работы при косом изгибе

В изгибаемых элементах от нагрузок, действующих поперек продольной оси, возникают изгибающие моменты M и поперечные силы Q , определяемые методами строительной механики. Например, в однопролетной балке пролетом l от равномерно-распределенной нагрузки q возникают изгибающие моменты $M_{\max} = \frac{ql^2}{8}$ и поперечные силы $Q_{\max} = \frac{ql}{2}$.

От изгибающего момента в сечениях элемента возникают деформации и напряжения изгиба σ , которые состоят из сжатия в одной части сечения и растяжения в другой, в результате элемент изгибается.

Диаграмма как и для сжатия, примерно до половины, имеет линейное очертание, затем изгибается, показывая ускоренный рост прогибов.

$R_u^{BP} = 80$ МПа – предел прочности чистой древесины на изгиб при кратковременных испытаниях. Разрушение образца начинается с появления складок в крайних сжатых волокнах и завершается разрывом крайних растянутых. Расчетное сопротивление изгибу по СНиП II-25-80 рекомендуется принимать таким же, как и при сжатии, т.е. для 1 сорта $R_u = 14$ МПа – для элементов прямоугольного сечения высотой до 50 см. Брусья с размерами

сечения 11 – 13 см. при высоте сечения 11 – 50 см. имеют меньше перерезанных волокон при распиловке, чем доски, поэтому их прочность повышается до $R_u=15$ МПа. Бревна шириной свыше 13 см. при высоте сечения 13 – 50 см. совсем не имеют перерезанных волокон, поэтому $R_u=16$ МПа.

1. Расчет изгибаемых элементов на прочность

Производится по формуле:

$$\sigma = \frac{M}{W_{\text{расч}}} \leq R_u, \text{ где}$$

M – максимальный изгибающий момент,

$W_{\text{расч}}$ – расчетный момент сопротивления поперечного сечения.

Для наиболее распространенного прямоугольного сечения

$$W = \frac{I}{h/2} = \frac{bh^2}{6}; \quad I = \frac{bh^3}{12}.$$

Подбор сечения изгибаемых элементов производится по этой же формуле, определяя $W_{\text{тр}} = \frac{M}{R_u}$, затем, задавая один из размеров сечения (b или h), находят другой размер.

2. Расчет на устойчивость поской формы деформирования элементов прямоугольного постоянного сечения

Производят по формуле:

$$\sigma = \frac{M}{\phi_m W_{\text{бр}}} \leq R_u, \text{ где}$$

M – максимальный изгибающий момент на рассматриваемом участке l_p ,

$W_{\text{бр}}$ – максимальный момент сопротивления брутто на рассматриваемом участке l_p ,

ϕ_m – коэффициент устойчивости.

Коэффициент ϕ_m для изгибаемых элементов прямоугольного постоянного поперечного сечения шарнирно-закрепленных от смещения из плоскости изгиба, следует определять по формуле:

$$\phi_m = 140 \frac{b^2}{l_p h} k_\phi, \text{ где}$$

l_p – расстояние между опорными сечениями элемента (расстояние между точками закрепления сжатого пояса),

b – ширина поперечного сечения,

h – максимальная высота поперечного сечения на участке l_p ,

k_ϕ – коэффициент, зависящий от формы эпюры на участке l_p (определяется по таблице СНиП II-25-80).

При расчете элементов переменной высоты сечения значение коэффициента ϕ_m следует умножать на коэффициент $k_{жс}$, а при подкреплении из плоскости изгиба в промежуточных точках растянутой кромки – на коэффициент $k_{пм}$.

Оба эти коэффициента определяются по СНиП.

При наличии точек закрепления растянутых зон $n \geq 4$, $k_{жс} = 1$.

Проверку устойчивости плоской формы изгиба элементов постоянного двутаврового или коробчатого сечения следует производить в тех случаях, когда

$l_p \geq 7b$, где b – ширина сжатого пояса поперечного сечения. Расчет следует производить по формуле:

$$\frac{M}{\phi W_{\text{бр}}} \leq R_c, \text{ где}$$

ϕ – коэффициент продольного изгиба сжатого пояса,

R_c – расчетное сопротивление сжатию,

$W_{\text{бр}}$ – момент сопротивления брутто, в случае фанерных стенок – приведенный момент сопротивления в плоскости изгиба элемента.

3. Проверка на скалывание при изгибе

Выполняется по формуле Журавского:

$$\tau = \frac{QS_{\text{бр}}}{I_{\text{бр}} b_{\text{расч}}} \leq R_{\text{ск}}, \text{ где}$$

Q – расчетная поперечная сила;

$I_{\text{бр}}$ – момент инерции брутто рассматриваемого сечения;

$S_{\text{бр}}$ – статический момент брутто сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси;

b – ширина сечения;

$R_{\text{ск}}$ – расчетное сопротивление скалыванию при изгибе (для древесины I сорта $R_{\text{ск}}=1,8$ МПа для неклееных элементов, $R_{\text{ск}}=1,6$ МПа – для клееных элементов вдоль волокон).

В балках прямоугольного сечения при $l/h \geq 5$ скалывания не происходит, однако оно может быть в элементах других форм сечения, например, в двутавровых балках с тонкой стенкой.

4. Проверка изгибаемых элементов по прогибам

Определяется относительный прогиб, значение которого не должно превышать предельного значения, регламентированного СНИПом:

$$\frac{f}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right]$$

Наибольший прогиб f шарнирно-опертых и консольных изгибаемых элементов постоянного и переменного сечения следует определять по формуле:

$$f = \frac{f_0}{k} \left[1 + c \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2 \right], \text{ где}$$

f_0 – прогиб балки постоянного сечения без учета деформаций сдвига (например, для однопролетной балки $f_0 = \frac{5}{384} \frac{q l^4}{EI}$;

h – наибольшая высота сечения;

k – коэффициент, учитывающий переменность высоты сечения, для балки постоянного сечения $k=1$;

c – коэффициент, учитывающий деформации сдвига от поперечной силы.

Значения коэффициентов k и c приведены в СНИП.

Клееные криволинейные элементы, изгибаемые моментом M , уменьшающим их кривизну, следует проверять дополнительно на радиальные растягивающие напряжения по формуле:

$$\sigma_r = \frac{(\sigma_0 + \sigma_i) \cdot h_i}{2r_i} \leq R_{p90}, \text{ где}$$

σ_0 – нормальные напряжения в крайнем волокне растянутой зоны.

σ_i – нормальные напряжения в промежуточном волокне сечения для которого определяются радиальные растягивающие напряжения;

h_i – расстояние между крайними и рассматриваемыми волокнами;

r_i – радиус кривизны линии, проходящей через центр тяжести эпюры нормальных растягивающих напряжений, заключенной между крайними и рассматриваемыми волокнами.

Косой изгиб

Возникает в элементах, оси сечений которых расположены наклонно к направлению нагрузок, как например, в брусчатых прогонах скатных покрытий.

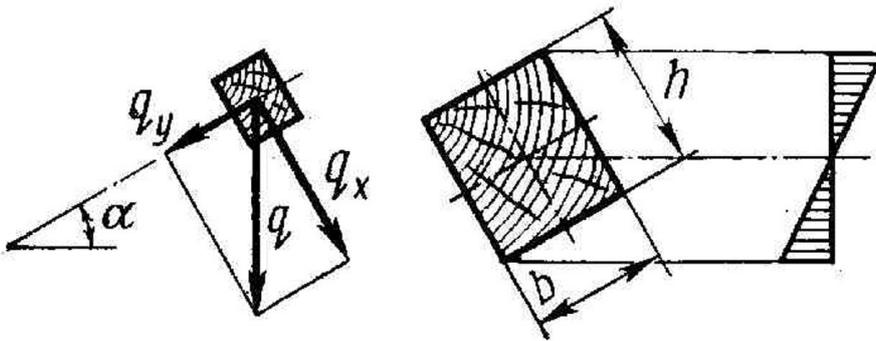


Рис.4 Косой изгиб

$$q_x = q \sin \alpha;$$

$$q_y = q \cos \alpha;$$

$$M_x = M \sin \alpha;$$

$$M_y = M \cos \alpha.$$

Вертикальная нагрузка q и изгибающие моменты M при косом изгибе под углом α раскладываются на нормальную (q_y) и скатную (q_x) составляющие.

Проверку прочности при косом изгибе производят по формуле:

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq R_u.$$

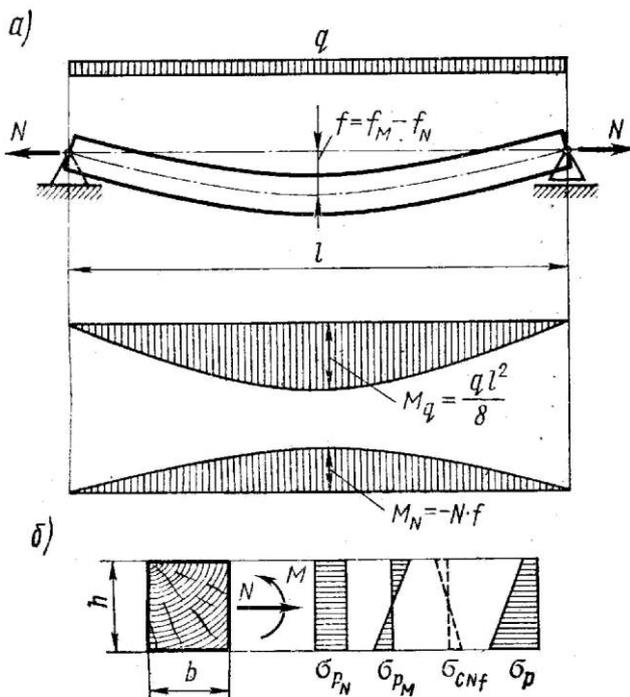


Рис. 5. Растянуто-изгибаемый элемент:
а - расчетная схема и эпюры изгибающих моментов; б - эпюры напряжений

Подбор сечений косоизгибаемых элементов производят методом попыток. Расчет по прогибам производят с учетом геометрической суммы прогибов относительно каждой из осей сечения:

$$\frac{f}{l} = \frac{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}}{l} \leq \left[\frac{f}{l} \right].$$

Растянуто-изгибаемые элементы

Работают одновременно на растяжение и изгиб. Так работают, например, растянутый нижний пояс фермы с межузловой нагрузкой; стержни, в которых растягивающие усилия действуют с эксцентриситетом относительно оси (такие

элементы называют внецентренно-растянутыми). В сечениях растянуто-изгибаемого элемента от продольной растягивающей силы N возникают равномерные растягивающие напряжения, а от изгибающего момента M –

напряжения изгиба. Эти напряжения суммируются, благодаря чему растягивающие напряжения увеличиваются, а сжимающие уменьшаются. Расчет растянуто-изгибаемых элементов производится по прочности с учетом всех ослаблений:

$$\sigma = \frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{MR_p}{W_{\text{расч}} R_u} \leq R_p, \quad F_{\text{расч}} = F_{\text{нм}}.$$

Отношение R_p/R_u позволяет привести напряжения растяжения и изгиба к единому значению для сравнения их с расчетным сопротивлением растяжению.

Сжато-изгибаемые элементы

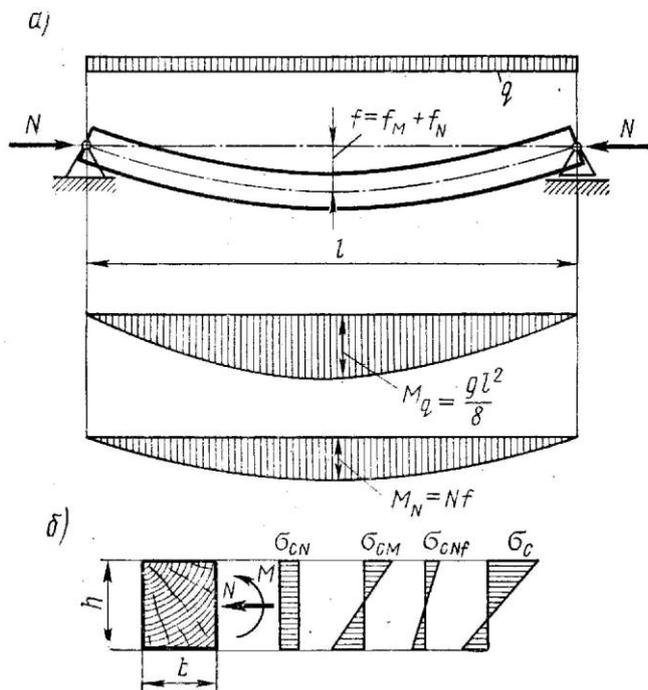


Рис. 6. Сжато-изгибаемый элемент:
а - расчетная схема и эпюры изгибающих моментов; б - эпюры напряжений

Работают одновременно на сжатие и изгиб. Так работают, например, верхние сжатые пояса ферм, нагруженные дополнительно межузловой поперечной нагрузкой, а также при эксцентричном приложении сжимающей силы (внецентренно-сжатые элементы).

В сечениях сжато-изгибаемого элемента возникают равномерные напряжения сжатия от продольных сил N и напряжения сжатия и растяжения от изгибающего момента M , которые суммируются.

Искривление сжато-изгибаемого элемента поперечной нагрузкой приводит к появлению дополнительного изгибающего момента с максимальным значением:

$$M_N = N \cdot f, \text{ где}$$

f – прогиб элемента.

Расчет на прочность сжато-изгибаемых элементов выполняют по формуле:

$$\frac{N}{F_{\text{расч}}} + \frac{M_\delta}{W_{\text{расч}}} \leq R_c, \text{ где}$$

M_δ – изгибающий момент по деформированной схеме от действия поперечных и продольных нагрузок.

Для шарнирно-опертых элементов при симметричных эпюрах изгибающих моментов синусоидального, параболического и близких к ним очертаний:

$$M_\delta = \frac{M}{\xi}, \text{ где}$$

M – изгибающий момент в расчетном сечении без учета дополнительного момента от продольной силы;

ξ – коэффициент, изменяющийся от 1 до 0, учитывающий дополнительный момент от продольной силы вследствие прогиба элемента, определяемый по формуле:

$$\xi = 1 - \frac{N}{\phi R_c F_{\text{бр}}}, \text{ где}$$

ϕ – коэффициент продольного изгиба (коэффициент устойчивости) для сжатых элементов.

Кроме проверки на прочность, сжато-изогнутые элементы проверяются на устойчивость по формуле:

$$\frac{N}{\phi R_c F_{бр}} + \left(\frac{M_d}{\phi_m R_u W_{бр}} \right)^n \leq 1, \text{ где}$$

$F_{бр}$ – площадь брутто с максимальными размерами сечения элемента на участке l_p ;

$W_{бр}$ – максимальный момент сопротивления на рассматриваемом участке l_p ;

$n=2$ – для элементов без закрепления растянутой зоны из плоскости деформирования,

$n=1$ – для элементов, имеющих закрепления в растянутой зоне из плоскости деформирования;

ϕ – коэффициент устойчивости для сжатия, определяемый по формуле:

$$\phi = \frac{A}{\lambda^2}, \text{ где}$$

$A=3000$ – для древесины,

$A=2500$ – для фанеры;

ϕ_m – коэффициент устойчивости для изгиба, формула для определения этого коэффициента была дана раньше.

-
- ❑ Элементами ДК цельного сечения называют **доски, бруски, брусья и бревна** цельного сечения с размерами, указанными в сортаментах пилёных и круглых материалов.
 - ❑ Они могут являться самостоятельными конструкциями, например, балками или стойками, или стержнями более сложных конструкций.
 - ❑ Усилия в элементах определяют общими методами строительной механики.
 - ❑ Деревянные элементы рассчитывают в соответствии с СП 64.13330.2011 (СНиП II-25-80) Деревянные конструкции.

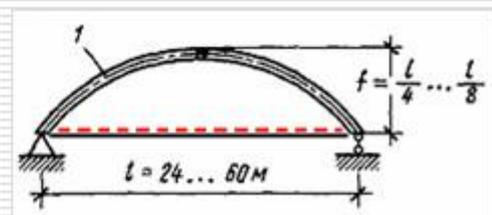
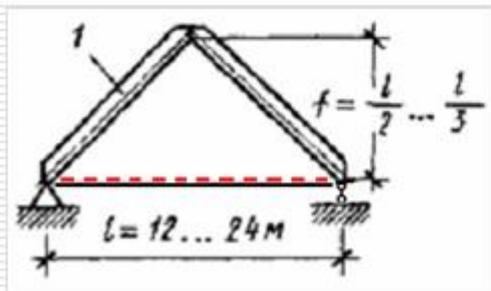
-
- ❑ **Первая группа** предельных состояний характеризуется потерей несущей способности и полной непригодностью к дальнейшей эксплуатации.
 - ❑ **Вторая группа** предельных состояний характеризуется такими признаками, при которых конструкция становится непригодной к нормальной эксплуатации.
 - ❑ **Цель расчета конструкций** – не допустить наступления ни одного из возможных предельных состояний, как при эксплуатации конструкций, так и при транспортировке и монтаже.

-
- ❑ **Первая группа** предельных состояний характеризуется потерей несущей способности и полной непригодностью к дальнейшей эксплуатации.
 - ❑ **Вторая группа** предельных состояний характеризуется такими признаками, при которых конструкция становится непригодной к нормальной эксплуатации.
 - ❑ **Цель расчета конструкций** – не допустить наступления ни одного из возможных предельных состояний, как при эксплуатации конструкций, так и при транспортировке и монтаже.

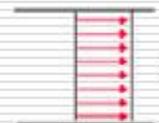
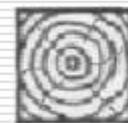
-
- ❑ Конструкции рассчитывают на **неблагоприятное сочетание нагрузок** (собственный вес, снег, ветер, технологические нагрузки) вероятность которых учитывается коэффициентами сочетаний (по СП 20.13330.2011 (СНиП 2.01.07-85*) «Нагрузки и воздействия»).
 - ❑ Расчет **по первому** предельному состоянию производится по **расчетным значениям** нагрузок,
 - ❑ По **второму** – по **нормативным**.
 - ❑ Нормативные значения внешних нагрузок приведены в СП «Нагрузки и воздействия». Расчетные значения получают с учетом коэффициента надежности по нагрузке γ_f

3.1. Центральнo-растянутые элементы

-
- На растяжение работают затяжки арок, нижние пояса и отдельные раскосы ферм и других сквозных конструкций.

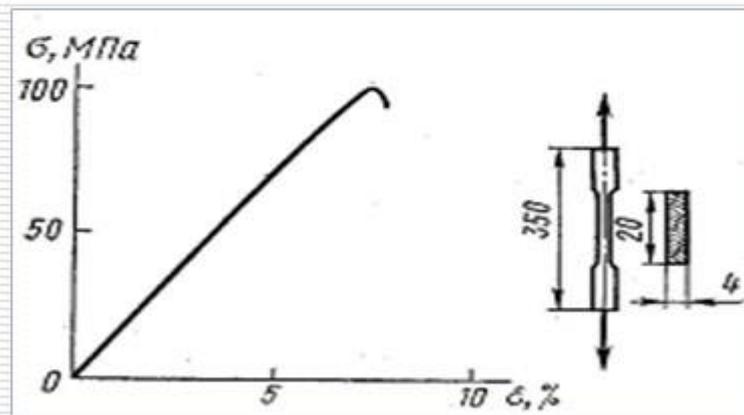


-
- Растягивающее усилие N действует вдоль оси элемента.
 - Во всех точках поперечного сечения возникают растягивающие напряжения σ , одинаковые по величине.



$\sigma(+)$

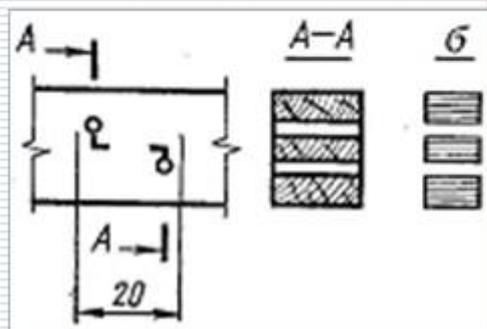
- ❑ Древесина на растяжение работает упруго.
- ❑ Разрушение происходит хрупко в виде почти мгновенного разрыва.



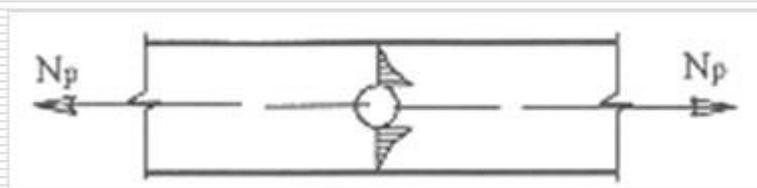
- ❑ Расчет прочности растянутых элементов производится по формуле:

$$\frac{N}{A_{\text{шт}}} \leq R_p$$

- N – расчетная продольная сила;
- $A_{\text{шт}}$ – площадь рассматриваемого поперечного сечения, причем **ослабления, расположенные на участке длиной 20 см считаются совмещенными в одном сечении.**



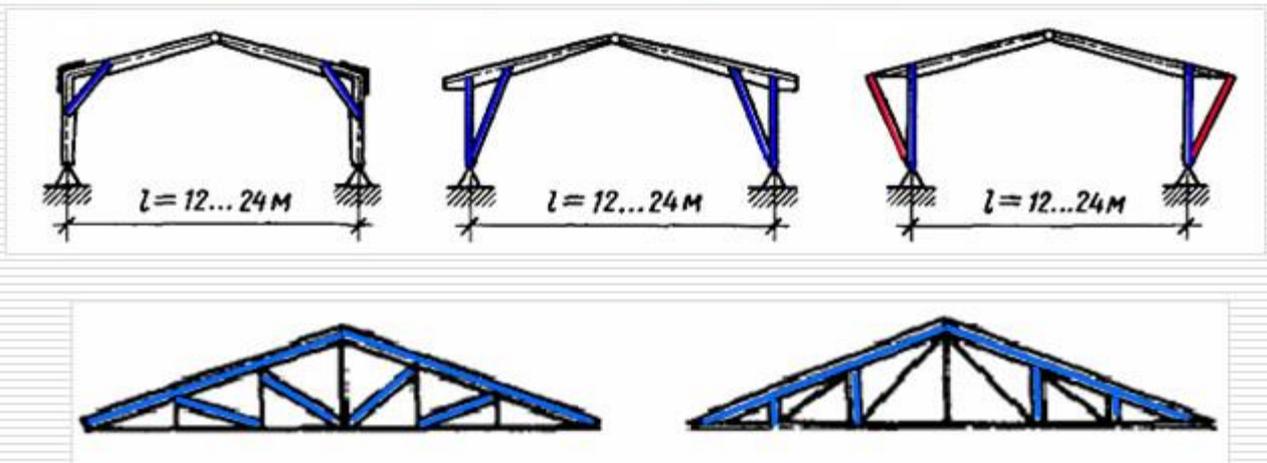
-
- ❑ Прочность растянутых элементов в тех местах, где есть ослабления снижается в результате концентрации напряжений у краев ослабления.



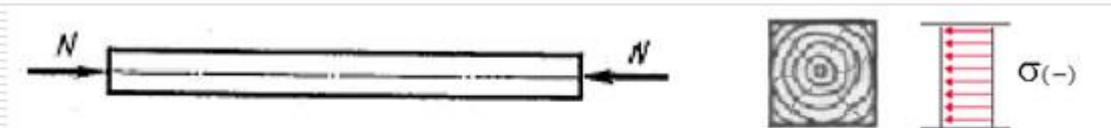
- ❑ Это учитывается коэффициентом условий работы $m_o=0,8$, вводимым к расчетному сопротивлению R_p .

3.2. Центральнo-сжатые элементы

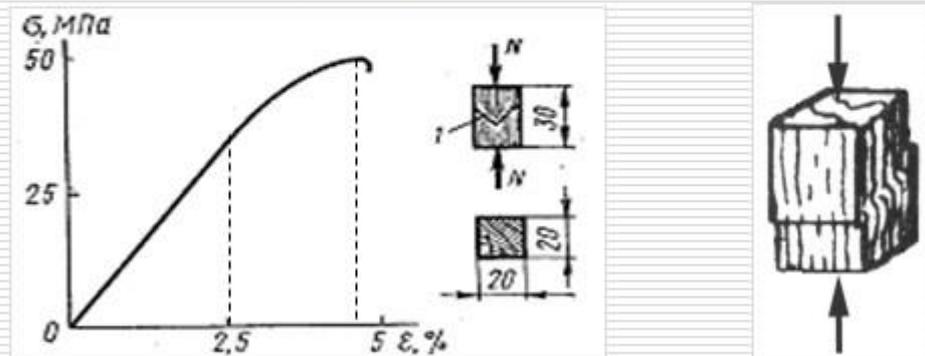
- На центральное сжатие работают:
 - стойки,
 - подкосы,
 - верхние пояса ферм (при узловой нагрузке),
 - отдельные стержни решетки ферм.



- Сжимающее усилие N , действует вдоль оси стержня.
- Во всех точках поперечного сечения возникают сжимающие напряжения σ одинаковой величины по сечению (эпюра прямоугольная).



-
- ❑ Диаграмма работы древесины на сжатие имеет упругий и упруго-пластический участки.



- ❑ Разрушение происходит пластично (в результате потери устойчивости ряда волокон, о чем свидетельствует характерная складка).

-
- ❑ Центрально-сжатые элементы рассчитывают:

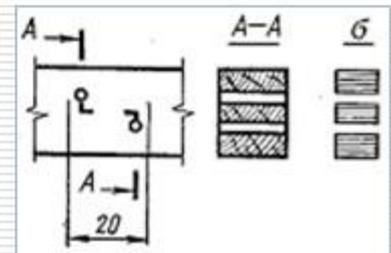
- по прочности
- по устойчивости
- гибкость элемента должна быть не более допустимой

- ❑ Расчет **на прочность** сжатых элементов производится по формуле:

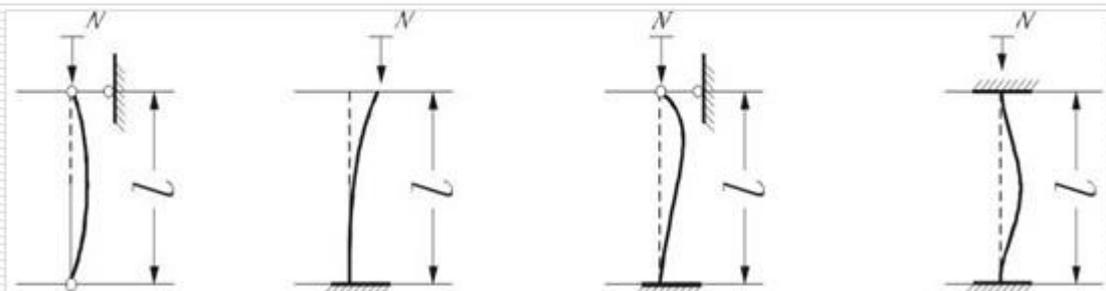
$$\frac{N}{A_{нт}} \leq R_c$$

- ❑ R_c – расчетное сопротивление сжатию.
- ❑ $A_{нт}$ – площадь поперечного сечения нетто, определяемая как у центрально-растянутых элементов:

ослабления, расположенные на участке длиной 20 см считаются совмещенными в одном сечении.



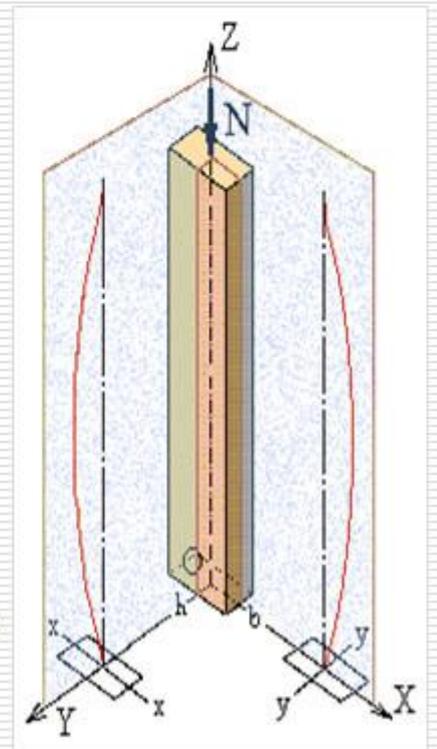
- ❑ Сжатые стержни должны быть, помимо расчета на прочность, рассчитаны **на устойчивость** (продольный изгиб).
- ❑ Явление продольного изгиба заключается в том, что гибкий центрально-сжатый прямой стержень теряет прямолинейную форму (теряет устойчивость) и начинает выгибаться при напряжениях, значительно меньших предела прочности.



- Проверку сжатого элемента с учетом его устойчивости производят по формуле:

$$\frac{N}{\varphi \cdot A_{расч}} \leq R_c$$

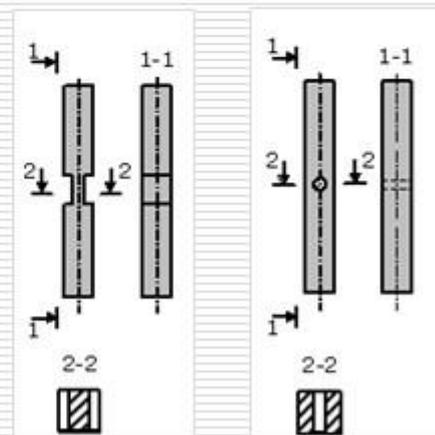
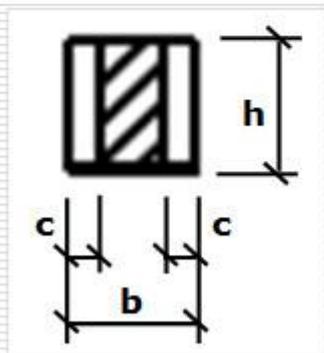
- N – усилие сжатия.
- $A_{расч}$ – расчетная площадь поперечного сечения.
- φ – коэффициент продольного изгиба.
- Проверку устойчивости выполняют в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.



$$\frac{N}{\varphi \cdot A_{расч}} \leq R_c$$

- Расчетная площадь поперечного сечения ($A_{расч}$), принимается равной:

1. При отсутствии ослаблений $A_{расч} = A_{бр}$,
2. При **симметричных ослаблениях, выходящих на кромки**
 $A_{расч} = A_{нт}$,
 $A_{бр} = b \cdot h$; $A_{нт} = (b - 2c) \cdot h$



- При **несимметричном ослаблении**, выходящем на кромки, элементы рассчитывают как внецентренно-сжатые.

□ Расчетная площадь поперечного сечения ($A_{расч}$), принимается равной:

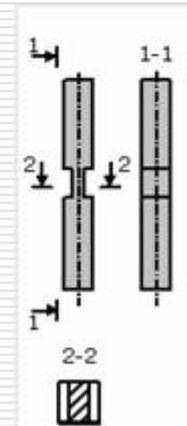
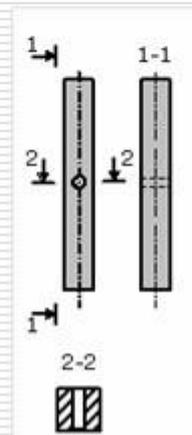
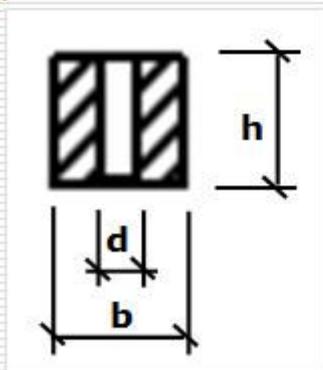
3. При ослаблениях **в опасных сечениях**, не выходящих на кромки:

если площадь ослаблений не превышает 25% $A_{бр}$, $A_{расч} \equiv A_{бр}$,

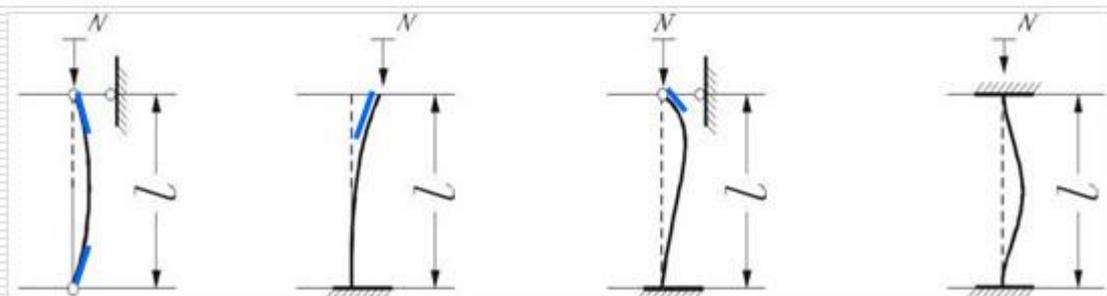
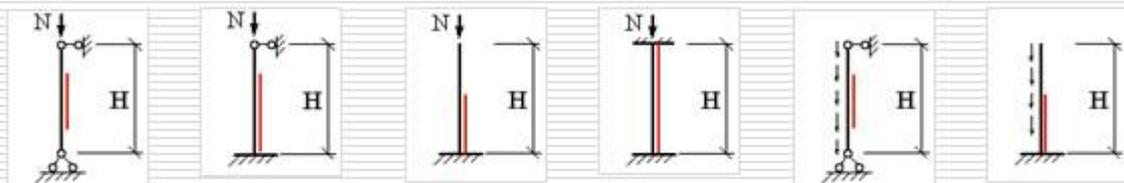
если площадь ослаблений более 25% $A_{бр}$, $A_{расч} \equiv 4/3 A_{нт}$,

$$A_{бр} = b \cdot h; \quad A_{осл} = d \cdot h$$

$$A_{нт} = (b-d) \cdot h$$



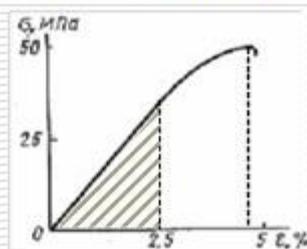
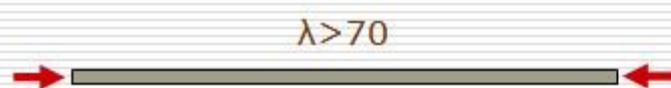
□ Опасные сечения – сечения, попадающие на изогнутую ось при потере устойчивости:



коэффициент продольного изгиба – φ

$$\frac{N}{\varphi \cdot A_{расч}} \leq R_c$$

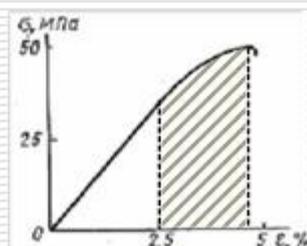
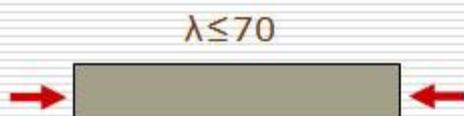
- При гибкости более 70 сжатый элемент теряет устойчивость, когда напряжения сжатия в древесине еще невелики, и древесина работает упруго.



$$\varphi = \frac{A}{\lambda^2}$$

A=3000 – для древесины
A=2500 – для фанеры

- При гибкостях, равных и меньших 70 элемент теряет устойчивость, когда напряжения сжатия достигают упругопластической стадии.



$$\varphi = 1 - a \cdot \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2$$

a=0,8 – для древесины
a=1 – для фанеры

$$\frac{N}{\varphi \cdot A_{расч}} \leq R_c$$

- φ – коэффициент продольного изгиба, всегда меньше 1, учитывает влияние гибкости элемента (λ) на устойчивость.

- Гибкость элемента равна отношению расчетной длины к радиусу инерции сечения элемента:

$$\lambda = \frac{\ell_0}{i}$$

- Расчетная длина зависит от опорных закреплений и равна:

$$\ell_0 = \mu H$$

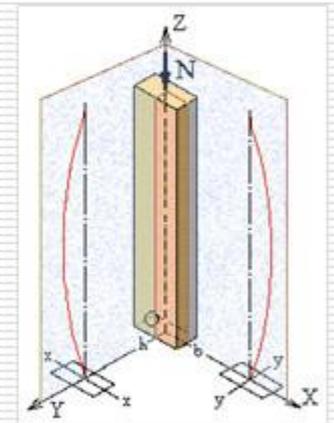
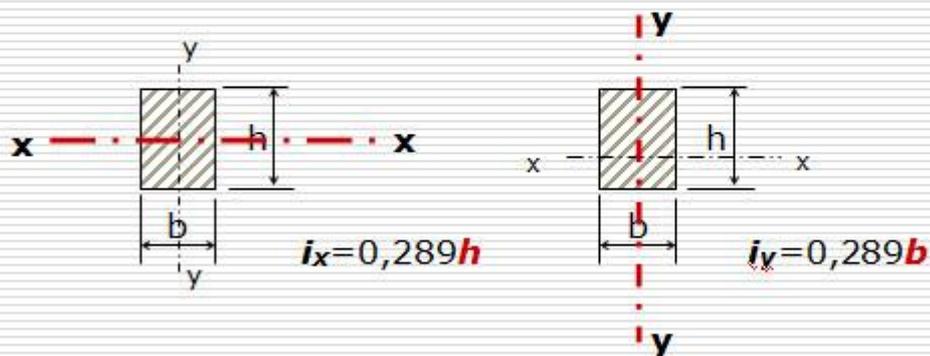
- Коэффициенты расчетной длины μ :

1	0,8	2,2	0,65	0,73	1,2
1	0,707	2	0,5	- для металла	

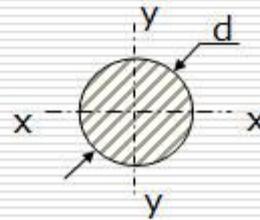
$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

□ Радиус инерции: $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$

■ для прямоугольного сечения $i = 0,289 h$,



■ для круглого $i = d/4$.



□ Предельно допустимая гибкость центрально-сжатого элемента:

■ для колонн, верхних поясов ферм, опорных раскосов и стоек

$$\lambda_{пр} = 120;$$

■ для прочих элементов сквозных несущих конструкций

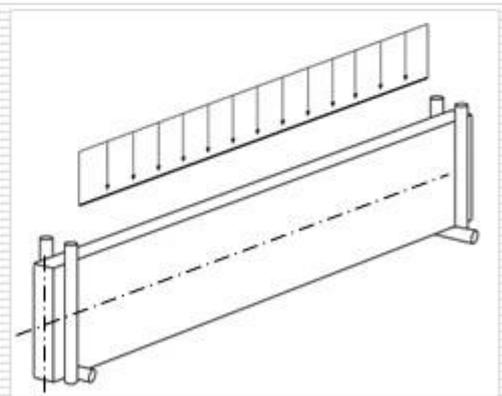
$$\lambda_{пр} = 150;$$

■ для связей

$$\lambda_{пр} = 200$$

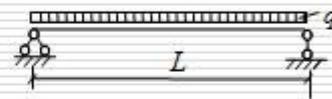
3.3. Изгибаемые элементы

- ❑ Изгибаемые элементы воспринимают нагрузки, действующие поперек продольной оси в одной из главных плоскостей сечения.
- ❑ Такой вид изгиба называется **поперечным изгибом**.
- ❑ На поперечный изгиб работают:
 - балки,
 - стропила,
 - прогоны,
 - обрешетки,
 - настилы.



□ Расчетные схемы изгибаемых элементов:

- однопролетная шарнирно опертая балка,



- многопролетная шарнирно опертая балка,



- балки с консолями,

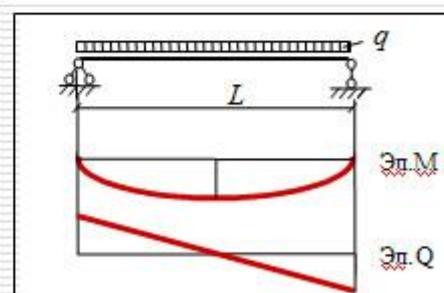
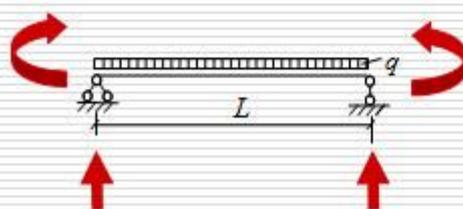


- балки с жестким защемлением одного или двух опорных сечений.

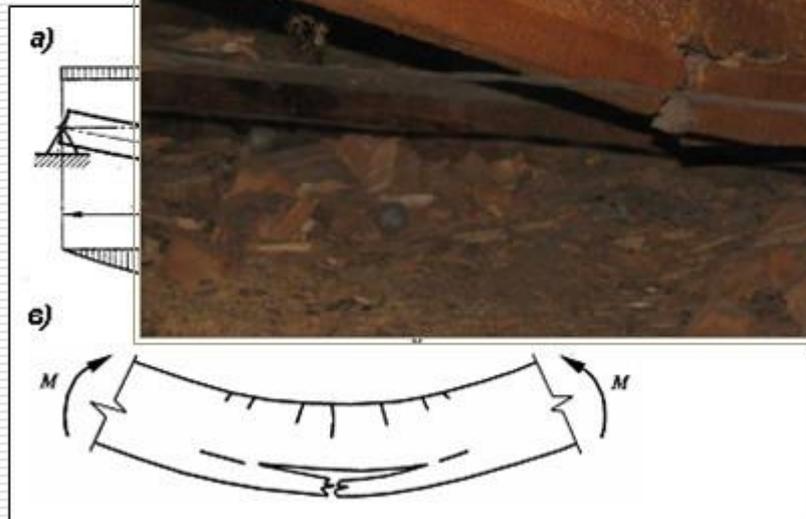


- В изгибаемых элементах от нагрузок, действующих поперек продольной оси, возникают изгибающий момент M и поперечная сила Q , определяемые методами строительной механики.

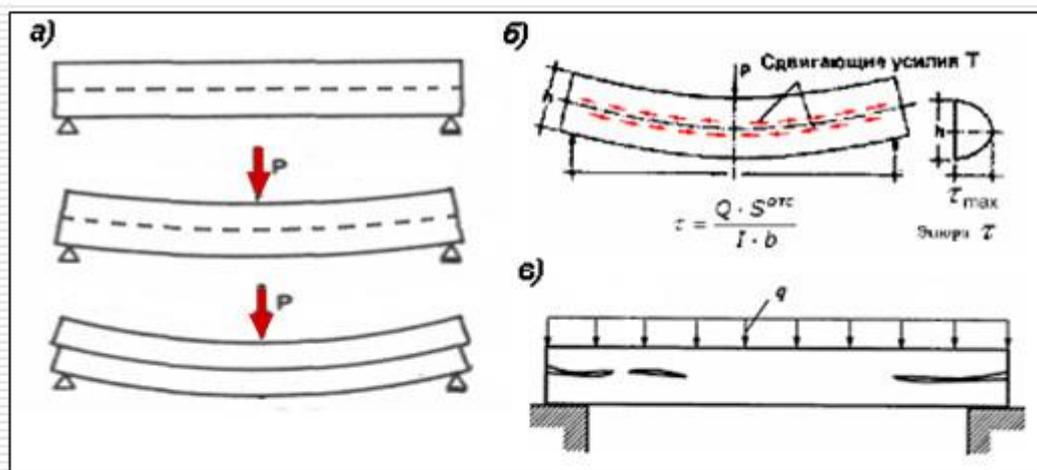
- Например, в однопролетной балке пролетом L от равномерно-распределенной нагрузки q возникают изгибающий момент в середине пролета $M = qL^2/8$ и поперечная сила в опорном сечении $Q = qL/2$.



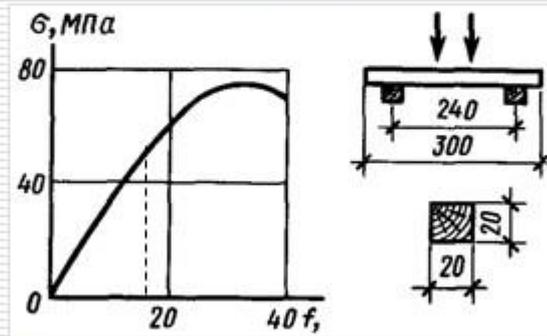
- Изгибающий нормальные состоят из сж другой, в рез



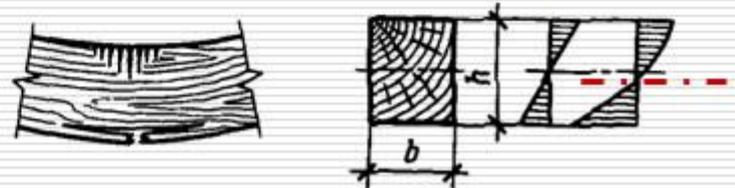
- Поперечная сила Q вызывает деформации сдвига вдоль оси элемента и касательные напряжения τ , максимальные на нейтральной оси элемента.



- Диаграмма работы, примерно до половины, имеет линейное очертание (упругая работа), затем изгибается, показывая ускоренный рост прогибов (упруго-пластическая).



- Разрушение образца начинается с появления складок в крайних сжатых волокнах и завершается разрывом крайних растянутых:



В общем случае для изгибаемых элементов выполняют четыре проверки:

1. Прочность при действии максимальных нормальных напряжений,
2. Прочность при действии максимальных касательных напряжений,
3. Устойчивость плоской формы деформирования,
4. Проверка по допускаемому прогибу.

1) Прочность на действие максимальных нормальных напряжений

$$\frac{M}{W_{нт}} \leq R_{и}$$

M – расчетный изгибающий момент;

$R_{и}$ – расчетное сопротивление изгибу;

$W_{нт}$ – момент сопротивления сечения (**ослабления, расположенные на участке длиной 20 см считаются совмещенными в одном сечении**)

2) Прочность на максимальные касательные напряжения

$$\frac{Q \cdot S_{бр}}{I_{бр} b} \leq R_{ск}$$

Q – расчетная поперечная сила;

$S_{бр}$ – статический момент сдвигаемой части сечения относительно нейтральной оси;

$I_{бр}$ – момент инерции сечения относительно нейтральной оси;

$R_{ск}$ – расчетное сопротивление скалыванию при изгибе.



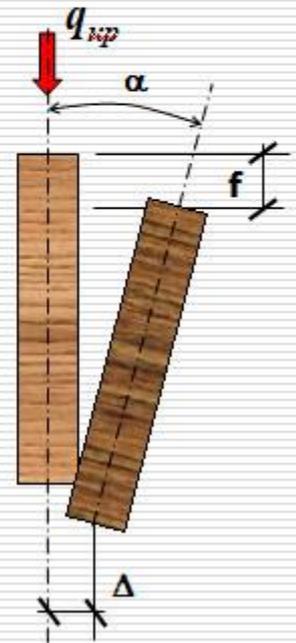
3) Устойчивость плоской формы деформирования

(выход из плоскости изгиба – вертикальной плоскости балки)

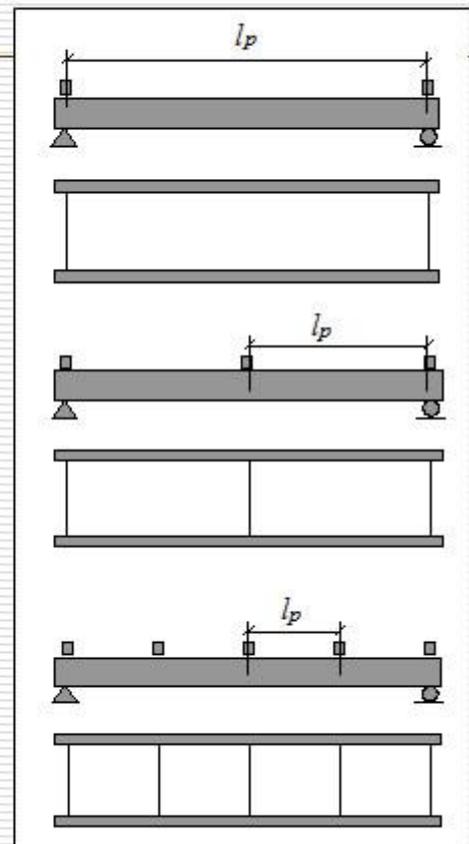
$$\frac{M}{\varphi_M W_{br}} \leq R_u$$

M – максимальный изгибающий момент на рассматриваемом участке L_p ;

W_{br} – максимальный момент сопротивления на участке L_p ;



L_p – расстояние между опорными сечениями элемента, а при закреплении сжатой кромки элемента в промежуточных точках от смещения из плоскости изгиба – расстояние между этими точками;



$$\frac{M}{\varphi_M W_{br}} \leq R_u$$

Коэффициент φ_M – коэффициент продольного изгиба при действии момента –

для изгибаемых элементов прямоугольного поперечного сечения, шарнирно закрепленных от смещения из плоскости изгиба и закрепленных от поворота вокруг продольной оси в опорных сечениях:

$$\varphi_M = 140 \frac{b^2}{L_p h} k_\varphi$$

h – максимальная высота поперечного сечения на участке L_p ;

b – ширина поперечного сечения;

k_φ – коэффициент, зависящий от формы эпюры M на участке L_p
(принимается по табл.Е2 приложения Е СП Деревянные конструкции)

4) Проверка по максимально допустимым прогибам

$$\frac{f}{L} \leq \left[\frac{f}{L} \right]$$

$[f/L]$ – предельно допустимый прогиб;

f – максимальный прогиб шарнирно-опертых и консольных балок

$$f = \frac{f_0}{k} \left[1 + c \left(\frac{h}{L} \right)^2 \right]$$

h – наибольшая высота сечения;

L – пролет балки;

k – коэффициент, учитывающий переменность высоты сечения, принимаемый равным 1 для балок постоянного сечения;

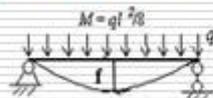
c – коэффициент, учитывающий деформации сдвига;

f_0 – прогиб балки постоянного сечения высотой h без учета деформаций сдвига

$$f_0 = \alpha \cdot \frac{q^i L^4}{EI}$$

α – коэффициент, равный:

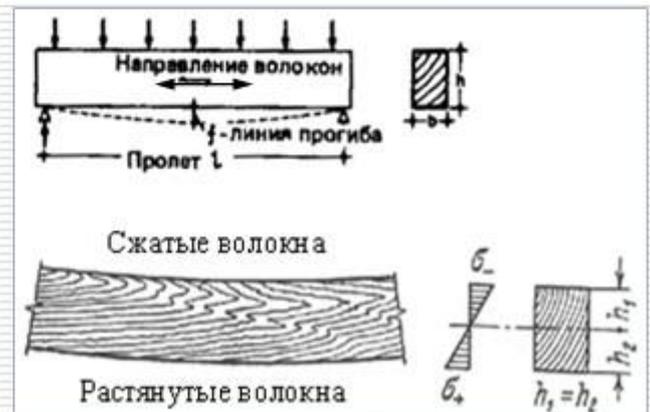
однопролетная балка **5/384**,



двухпролетная балка **2,13/384**

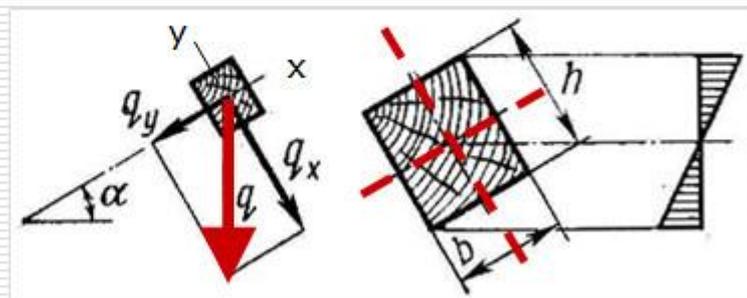


E – модуль упругости древесины вдоль волокон;



3.4. Косой изгиб

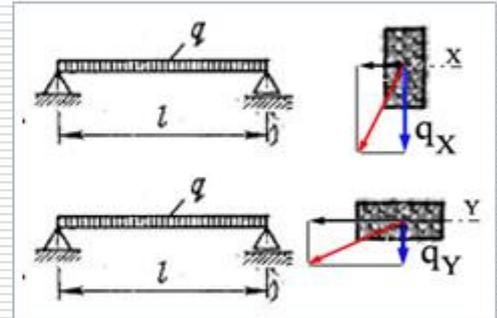
- Возникает в случае, когда плоскость действия нагрузок не совпадает с главными плоскостями сечения балки, как например, в брусчатых прогонах скатных покрытий.
- В этом случае действующая нагрузка раскладывается на два главных направления (нормальную q_x и скатную q_y составляющие). Напряжения и деформации рассчитываются отдельно в каждой плоскости и затем суммируются.



$$q_x = q \cdot \cos \alpha \quad q_y = q \cdot \sin \alpha$$

- Проверку прочности при косом изгибе производят по формуле:

$$\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq R_u$$



- Суммарный вертикальный прогиб находят геометрическим суммированием прогибов относительно каждой из осей сечения:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$