6 ОБРАБОТКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ О НАДЕЖНОСТИ МАШИН

1 Цель работы

1. Изучить методику обработки статистической информации о надежности машин;
2. Научиться анализировать полученные результаты расчетов и делать выводы

2 Общие сведения

Система сбора и обработки информации о надежности серийно выпускаемых новых и отремонтированных изделий машиностроения представляет собой совокупность организационно-технических мероприятий по получению необходимых и достоверных сведений о надежности объектов.

Сбор и обработку информации о надежности объектов выполняют с целью усовершенствования конструкции, технологии изготовления, сборки и испытаний объектов, обеспечивающих повышение надежности; разработки мероприятий по совершенствованию диагностирования, технического обслуживания и текущих ремонтов; повышения качества капитальных ремонтов и снижения затрат на их проведение; оптимизации норм расхода запасных частей.

Основные задачи системы сбора и обработки информации:

– определение показателей надежности объектов;

– выявление конструктивных и технологических недостатков объектов, приводящих к снижению их надежности;

– выявление деталей и сборочных единиц, лимитирующих надежность машины в целом;

– изучение закономерностей возникновения неисправностей и отказов;

– установление влияния условий и режимов эксплуатации на надежность объекта;

– корректировка нормируемых показателей надежности;

– определение эффективности мероприятий по повышению надежности объектов.

В ходе разработки конструкции информация о надежности объектов поступает из лабораторий, проводящих стендовые испытания опытных образцов, а также с заводов, полигонов, машиноиспытательных станций, хозяйств, где машины проходят опытную эксплуатацию.

Важным источником информации о надежности в гарантийный период эксплуатации объекта служат рекламации от потребителей техники.

Основной источник информации о надежности объекта — подконтрольная эксплуатация, в ходе которой фиксируют данные об отказах. Полученную информацию направляют на завод-изготовитель или ремонтный завод в виде донесений об отказе изделия. Донесение содержит информацию об изделии, условиях его эксплуатации, характере и причинах отказа, трудоемкости восстановления.

На основе донесений составляют сводные перечни видов отказов изделий, оценки показателей надежности, сводную ведомость расхода запасных частей и другие документы.

Информация о надежности объекта должна быть достоверной (истинной, правильной, отражающей объективные факторы без домыслов и догадок), полной (исчерпывающей, содержащей все существенные сведения, которые учитывают во время принятия решений), однородной (относящейся к одинаковым объектам, эксплуатирующимся примерно в одинаковых условиях), дискретной (разделена по отдельным признакам), своевременной (могла использоваться для изменения конструкций, корректировки технологического процесса изготовления, ремонта машины и технического обслуживания).

Сбор, обработка и анализ информации о надежности объектов связаны с необходимостью исследования случайных событий и величин. Все показатели надежности сельскохозяйственной техники относят к категории случайных величин, которые рассчитывают методами теории вероятностей и математической статистики.

Статистическую оценку показателей надежности дают совокупности объектов, объединенных единым признаком или свойством. Например, детали можно группировать в совокупности по различным признакам: размерам, отклонениям формы, износам; машины – по долговечности и т.д. Различают статистическую, генеральную и выборочную совокупности.

Статистическая совокупность – это совокупность, состоящая из однородных объектов, обладающих качественной общностью.

Генеральная совокупность – это совокупность объектов, подлежащих исследованию. Однако исследовать все объекты генеральной совокупности обычно не представляется возможным. Поэтому для исследования из генеральной совокупности выбирают определенное число объектов, которое называют выборочной совокупностью или выборкой.

Выборочная совокупность (выборка) – определенное число объектов, отработанных из генеральной совокупности для получения объективных сведений о генеральной совокупности.

Выборка должна быть подобна генеральной совокупности, чтобы на основании ее можно было достаточно уверенно судить об интересующем признаке генеральной совокупности. Выборка должна быть представительной, каждый объект – отобран случайно и все объекты – иметь одинаковую вероятность попасть в выборку.

Для объективной оценки генеральной совокупности очень важен объем выборки, т.е. число объектов наблюдений, составляющих выборку.

В случае же изучения менее однородного материала метод получения выборки и ее объем приобретают решающее значение.

Так, при испытаниях машин объем выборки оценивают числом одновременно испытываемых машин с учетом полученных от каждой из них точек информации. Малый объем выборки в этом случае может привести к значительным ошибкам и сделать полученные результаты непригодными для практического использования. Слишком большое число одновременно испытываемых машин, хотя и приведет к более высокой точности расчетов, но будет неприемлемым из-за экономических соображений ввиду высокой стоимости испытаний каждой машины. Поэтому в данном случае необходимо искать оптимальное решение, при котором объем выборки, обеспечивая достаточную точность конечных результатов, не будет слишком большим, а сами испытания – слишком дорогими.

Если во время испытаний у каждого объекта выборочной совокупности будет зафиксирован интересующий исследователя показатель надежности, то полученную таким образом информацию называют полной. Если же испытания ограничивают по времени или наработке объектов и за это время или наработку не у всех объектов выборочной совокупности зафиксирован показатель надежности, то такую информацию называют усеченной. При этом возможны также случаи преждевременного снятия с испытаний объектов, у которых не зафиксирован показатель надежности и время или наработка которых не достигли заранее оговоренных условиями испытаний значений. Досрочное снятие машин с испытаний возможно при хозяйственной необходимости, авариях, пожарах и других непредвиденных обстоятельствах. Полученную по такой методике испытаний информацию называют многократно усеченной, а преждевременно снятые с испытаний машины — приостановленными.

3 Задание

1. Составить статистический ряд
2. Определить среднее значение и среднее квадратическое отклонение показателя надежности
3. Проверить информацию на выпадающие точки
4. Построить гистограмму накопленных опытных вероятностей, полигон распределения, кривую накопленных опытных вероятностей
5. Выбрать теоретический закон распределения
6. Рассчитать значения дифференциальной и интегральной функций
7. Произвести оценку совпадений опытного и теоретического распределений
8. Определить доверительные границы рассеивания показателей надежности
9. Определить абсолютную и относительную ошибки характеристик показателя надежности

Порядок выполнения задания

Информацию обрабатывают в следующем порядке.

1 Составление сводной таблицы информации в порядке возрастания показателя надёжности (таблица 6.1).

Таблица 6.1 – Сводная информация о доремонтных ресурсах, мото-ч.

Номер двигателя	Доремонтный ресурс	Номер двигателя	Доремонтный ресурс	Номер двигателя	Доремонтный ресурс
1	1500	24	3700	48	4490
2	1870	25	3790	49	4490
3	2010	26	3810	50	4570
4	2010	27	3900	51	4600
5	2720	28	3920	52	4710
6	2900	29	3940	53	4730
7	3020	30	3970	54	4820
8	3060	31	4000	55	4850
9	3060	32	4000	56	4910
10	3180	33	4100	57	4930
11	3200	34	4130	58	4990
12	3210	35	4130	59	4990
13	3210	36	4180	60	5100
14	3260	37	4210	61	5210
15	3300	38	4230	62	5350
16	3300	39	4260	63	5400
17	3300	40	4300	64	5670
18	3420	41	4300	65	5790
19	3460	42	4350	66	5840
20	3480	43	4370	67	5900
21	3580	44	4380	68	5950
22	3610	45	4420	69	5970
23	3620	46	4470	70	7800
		47	4470		

2 Составление статистического ряда исходной информации для упрочнения дальнейших расчётов в том случае, когда повторность информации $N \rangle 25$. При $N \langle 25$ статистический ряд не составляют.

В нашем примере повторность информации $N = 70 \rangle 25$, следовательно, целесообразно составить статистический ряд. При этом информацию разбивают на n равных интервалов. Каждый последующий интервал должен примыкать к предыдущему без разрывов. Обычно число интервалов принимают 6...10. При увеличении их числа повышается точность расчетов, но одновременно возрастает их трудоемкость. Число интерваловстатистического ряда

$$n = \sqrt{N} \pm 1 \qquad (6.1)$$

Полученный результат округляют до ближайшего целого числа. В данном примере $n = \sqrt{70} \pm 1$. Принимаем $n = 9$.

Длина интервала:

$$A = \frac{\left(t_{\max} - t_{\min}\right)}{n}, \tag{6.2}$$

где $t_{\max}$ и $t_{\min}$ – наибольшее и наименьшее значения показателя надёжности в сводной таблице информации.

В данном примере

$A = \frac{\left(7800 - 1500\right)}{9} = 700\,мото - ч$.

За начало первого интервала рекомендуют принимать значение показателя надёжности. В данном примере начало первого интервала $t_{н1} = 1500\,мото - ч$.

Статистический ряд представлен в следующем виде:

Интервал, тыс. мото-ч	1,5... 2,2	2,2... 2,9	2,9... 3,6	3,6... 4,3	4,3... 5,0	5,0... 5,7	5,7... 6,4	6,4... 7,1	7,1... 7,8
Опытная частота m_i	4	1,5	15,5	19	19	5	5	0	1
Опытная вероятность p_i	0,06	0,02	0,22	0,27	0,27	0,07	0,07	0,00	0,02
Накопленная опытная вероятность $\sum_{i=1}^{n} p_i$	0,06	0,08	0,30	0,57	0,84	0,91	0,98	0,98	1,00

В первой строке указывают границы интервалов в единицах показателях надёжности; во второй строке – число случаев (опытную частоту m_i), попадающих в каждый интервал. Если точка информации попадает на границу интервалов, то в предыдущий и последующий интервалы вносят по 0,5 точки; в третьей строке – опытную вероятность p_i; в четвёртой строке – накопленную опытную вероятность $\sum_{i=1}^{n} p_i$.

Опытная вероятность

$$p_i = \frac{m_i}{N}, \tag{6.3}$$

где m_i – опытная частота в i-м интервале статистического ряда.

Например, опытная вероятность в первом интервале

$$p_1 = \frac{4}{70} = 0{,}06.$$

Накопленную опытную вероятность определяют суммированием опытных вероятностей интервалов статистического ряда. Например, накопленная опытная вероятность во втором интервале $\sum p_i = 0{,}06 + 0{,}02 = 0{,}08$.

3 Определение среднего значения показателя надёжности и среднего квадратического отклонения. Среднее значение – важная характеристика показателя надёжности. По среднему значению планируют работу машин, составляют потребность в запасных частях, определяют объёмы ремонтных работ и т.д.

При отсутствии статистического ряда, когда $N\langle 25$, среднее значение показателя надёжности

$$\bar{t} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i \ , \qquad (6.4)$$

где t_i – значение i-го показателя надёжности.

При наличии статистического ряда среднее значение показателя надёжности

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{n} t_{ci}\, p_i \qquad (6.5)$$

где n – число интервалов в статистическом ряду; t_{ci} – значение середины i-го интервал; p_i – опытная вероятность i-го интервала.

В данном примере

$$\bar{t} = 1{,}85 \cdot 0{,}06 + 2{,}55 \cdot 0{,}02 + 3{,}25 \cdot 0{,}22 + 3{,}95 \cdot 0{,}27 +$$
$$+ 4{,}65 \cdot 0{,}27 + 5{,}35 \cdot 0{,}07 + 6{,}05 \cdot 0{,}07 + 6{,}75 \cdot 0{,}00 +$$
$$+ 7{,}45 \cdot 0{,}02 = 4{,}15 \text{тыс.мото} - ч.$$

Характеристика рассеивания показателя надёжности – дисперсия или среднее квадратическое отклонение, которое определяют при отсутствии ($N\langle 25$) статистического ряда по уравнению

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{\left(t - \bar{t}\right)^2}{N}}\,. \qquad (6.6)$$

При наличии статистического ряда ($N \rangle 25$)

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(t_{ci} - \bar{t}\right)^2 p_i}\ . \qquad (6.7)$$

В данном примере

$$\sigma = \sqrt{\left(1{,}85 - 4{,}15\right)^2 0{,}06 + \left(2{,}55 - 4{,}15\right)^2 0{,}02 + \left(3{,}25 - 4{,}15\right)^2 0{,}22 +}$$
$$\sqrt{+ \left(3{,}95 - 4{,}15\right)^2 0{,}27 + \left(4{,}65 - 4{,}15\right)^2 0{,}27 + \left(5{,}35 - 4{,}15\right)^2 0{,}07 +}$$
$$\sqrt{+ \left(6{,}05 - 4{,}15\right)^2 0{,}07 + \left(6{,}75 - 4{,}15\right)^2 0{,}00 + \left(7{,}45 - 4{,}15\right)^2 0{,}02} =$$
$$= 1{,}15 \text{тыс.мото} - ч.$$

4 Проверка информации на выпадающие точки. Информация по показателям надёжности, полученная в процессе испытаний или наблюдений в условиях рядовой эксплуатации, может содержать ошибочные точки, не соответствующие закону распределения случайной величины. Поэтому во время математической обработки информацию проверяют на выпадающие точки.

Грубую проверку информации на выпадающие точки проводят по правилу $\bar{t} \pm 3\sigma$ следующим образом. От полученного расчётным путём среднего значения показателя надёжности $\bar{t}$ последовательно вычитают и прибавляют 3σ. Если крайние точки информации не выходят за пределы $\bar{t} \pm 3\sigma$, то все точки информации считают действительными.

Так в данном примере границы достоверности информации будут равны:

нижняя $4150 - 3 \cdot 1150 мото-ч = 700 мото-ч$;

верхняя $4150 + 3 \cdot 1150 мото-ч = 7600 мото-ч$.

Наименьший доремонтный ресурс двигателя $t_{др1} = 1500 мото-ч$. Следовательно, эта точка информации действительна и должна быть учтена при дальнейших расчётах. Наибольший ресурс двигателя $t_{др70} = 7800 мото-ч$. Эта точка информации выходит за верхнюю границу достоверности. Поэтому она должна быть признана недействительной (выпадающей) и не учитывается в дальнейших расчётах.

Более точную информацию на выпадающие точки проверяют по критерию Ирвина λ, теоретическое значение λ_T которого приведено в приложении (таблица Б.1).

Фактическое значение критерия

$$\lambda_{оп} = \frac{(t_i - t_{i-1})}{\sigma}, \qquad (6.8)$$

где t_i и t_{i-1} – смежные точки информации.

При $\lambda_{оп} \le \lambda_T$ точку считают достоверной; при $\lambda_{оп} \rangle \lambda_T$ точку признают выпадающей и исключают из дальнейших расчётов.

В тех случаях, когда после проверки исключают выпадающие точи информации, необходимо заново перестроить статистический ряд и пересчитать среднее значение и среднее квадратическое отклонение показателя надёжности.

Проверим крайние точки информации о доремонтных ресурсах двигателя.

Наименьшая точка информации

$$\lambda_{оп1} = \frac{(1870 - 1500)}{1150} = 0{,}32 .$$

Наибольшая точка информации

$$\lambda_{оп70} = \frac{(7800 - 5970)}{1150} = 1{,}59 .$$

По приложению 1 находим, что при повторности информации $N = 70$ и доверительной вероятности $\beta = 0{,}95$ $\lambda_T = 1{,}05$.

Первую точку информации следует признать достоверной, т.к. $\lambda_{оп1} = 0{,}32 \langle \lambda_T = 1{,}05$, последнюю точку – выпадающей, т.к. $\lambda_{оп70} = 1{,}59 \rangle \lambda_T = 1{,}05$.

Учитывая, что последняя точка информации выпала, в данном примере после соответствующих пересчётов будем иметь $N = 69$, $\bar{t}_{др} = 4084 мото-ч$, $\sigma = 988 мото-ч$. Окончательно после исключения выпадающей точки статистический ряд примет следующий вид:

Интервал, тыс.мото-ч	1,5… 2,2	2,2… 2,9	2,9… 3,6	3,6… 4,3	4,3… 5,0	5,0… 5,7	5,7… 6,4
m_i	4	1,5	15,5	19	19	5	5
p_i	0,06	0,02	0,22	0,28	0,28	0,07	0,07
$\sum_{i=1}^{n} p_i$	0,06	0,08	0,30	0,58	0,86	0,93	1,00

5 Выполнение графического изображения опытного распределения показателя надёжности. По данным статистического ряда могут быть построены гистограмма, полигон и кривая накопленных опытных вероятностей, которые дают наглядной представление об опытном распределении показателя надёжности и позволяет решать ряд инженерных задач графическими способами.

Для построения гистограммы (рисунок 6.1) по оси абсцисс откладывают в определённом масштабе показатель надёжности t, а по оси ординат – опытную частоту m_i или опытную вероятность p_i.

При построении полигона распределения (рисунок 6.2) по осям абсцисс и ординат откладывают те же значения, что и при построении гистограммы.

Точки полигона распределения образуются пересечением ординаты, равной опытной вероятности интервала, и абсциссы, равной середине этого интервала. Начальную и конечную точки полигона распределения приравнивают к абсциссам начала первого и конца последнего интервалов статистического ряда.

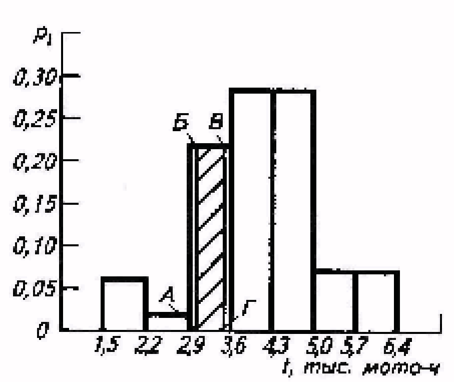

Рисунок 6.1 - Гистограмма накопленных опытных вероятностей

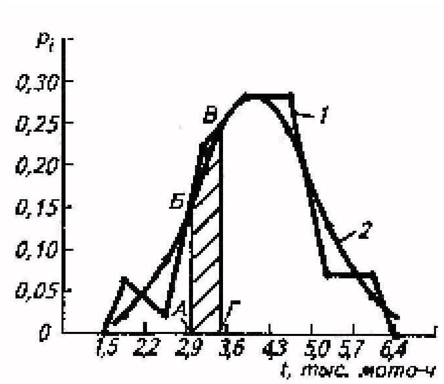

Рисунок 6.2 - Полигон распределения ресурсов двигателя(1) и график дифференциальной функции (2)

С помощью гистограммы и полигона распределения можно определить, например, число двигателей, которые достигнут предельного состояния и потребуют ремонта в заданном интервале наработки. Для этого надо определить площадь полигона или гистограммы АБВГ (см. рисунок 6.1 и 6.2), ограниченную заданным интервалом, например 3,0…3,5тыс мото-ч, и отнести её к суммарной площади под ступенчатым графиком гистограммы или под ломаной линией полигона. Полученное значение укажет на число отказавших двигателей в долях единицы. Для получения числа физических двигателей необходимо это значение умножить на число точек информации.

Для построения кривой накопленных опытных вероятностей (рисунок 6.3) по оси абсцисс откладывают в масштабе значение показателя надёжности t, а по оси ординат – накопленную опытную вероятность $\sum_{i=1}^{n} p_i$. Точки кривой накопленных опытных вероятностей образуются пересечением ординаты, равной сумме вероятностей $\sum_{i=1}^{n} p_i$, и абсциссы конца данного интервала. Полученные точки соединяют прямыми. Первую точку соединяют с началом первого интервала.

Кривая накопленных опытных вероятностей более удобна для решения практических задач по сравнению с гистограммой и полигоном распределения, т.к. в этом случае нет необходимости определять площади, а все искомые показатели находят по оси ординат.

Например, для определения числа двигателей, потребующих ремонта при наработке до 3,5 тыс. мото-ч, необходимо на оси абсцисс найти точку 3,5 и по оси ординат определить накопленную опытную вероятность $\sum p_i = 0{,}26$.

Физическое число $N = 0{,}26 \cdot 69 = 18$ двигателей.

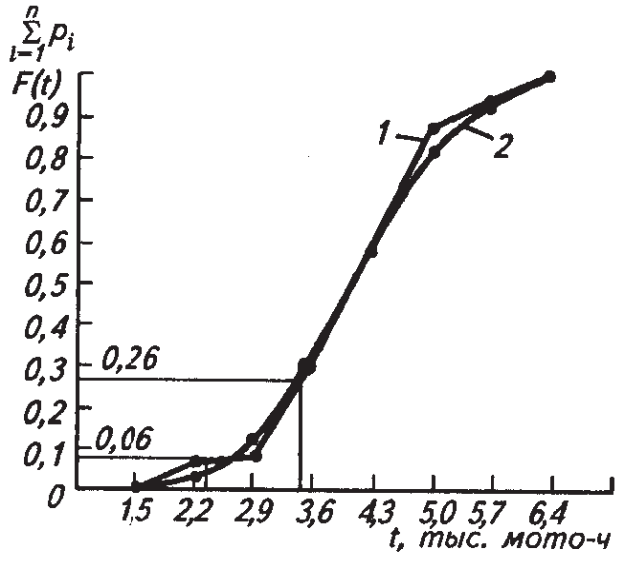

Рисунок 6.3 Кривая накопленных опытных вероятностей (1) и график (2) интегральной функции (функции распределения)

С помощью этой же кривой можно найти число отказавших двигателей в любом интервале наработки. Например, в интервале наработки 2,5…3,5тыс. мото-ч $N = (0,26 - 0,06) \cdot 69 = 14$ двигателей.

6 Определение коэффициента вариации, который представляет собой относительную безразмерную величину, характеризующую рассеивание показателя надёжности. Коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{(\bar{t} - C)}, \qquad (6.9)$$

где C – смещение рассеивания показателя надёжности – рассеивания от начала координат до начала рассеивания случайной величины.

Смещение рассеивания по уравнениям:

при отсутствии статистического ряда ($N \langle 25$)

$$C = \frac{t_1 - (t_3 - t_1)}{2}, \qquad (6.10)$$

где t_1 и t_3 – значения первой и третьей точек информации в порядке их возрастания;

при наличии статистического ряда ($N \rangle 25$)

$$C = t_{н1} - 0,5A, \qquad (6.11)$$

где $t_{н1}$ – начало первого интервала статистического ряда; A – длина интервала.

Тогда

$C = 1500 - 0,5 \cdot 700 = 1150 мото - ч$.

Коэффициент вариации

$v = \frac{988}{4084 - 1150} = 0,34$.

7. Выбор теоретического закона распределения для выравнивания опытной информации. Испытания сельскохозяйственной техники на надёжность связаны с организационными трудностями и большими материальными затратами, что ограничивает как число испытываемых машин, та и длительность их испытаний. Кроме того, результаты испытаний зависят от квалификации механизаторов и наблюдателей, почвенных и климатических условий, сортов и чистоты топливосмазочных материалов, качества запасных частей и т.д. Перечисленные факторы не позволяют переносить результаты испытаний на надёжность на машины той же марки, не входящие в выборочную совокупность без соответствующих коррективов, которые заключаются в том, что на основании первичной информации о выборочной совокупности машин определяют теоретический закон распределения показателя надёжности для генеральной совокупности машин. Этот закон выражает общий характер изменения показателя надёжности и исключает частые отклонения, связанные с недостатком первичной инфор-

мации. Такой процесс заметы опытного распределения теоретическим называют процессом выравнивания или сглаживания статистической информации.

Для выравнивания распределений показателей надёжности сельскохозяйственной техники и её элементов наиболее широко используют закон нормального распределения (ЗНР) и закон распределения Вейбулла (ЗРВ).

В первом приложении теоретический закон распределения выбирают по коэффициенту вариации. При $v \langle 0,30$ выбирают ЗНР, при $v \rangle 0,50$ – ЗРВ. Если значение коэффициента вариации находится в интервале 0,30…0,50, то выбирают тот закон распределения (ЗНР или ЗРВ), который лучше совпадает с распределением опытной информации.

Использование для выравнивания распределения опытной информации закона нормального распределения. Закон нормального распределения характеризуется дифференциальной (Функцией плотностей вероятностей) и интегральной (функцией распределения) функциями. Отличительная особенность дифференциальной функции – симметричное рассеивание частных значений показателей надёжности относительно среднего значения.

Дифференциальную функцию описывают уравнением

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\tau^2}}, \qquad (6.12)$$

где σ – среднее квадратическое отклонение; e – основание натурального логарифма ($e = 2{,}718$); t – показатель надёжности; $\bar{t}$ – среднее значение показателя надёжности.

Если принять $\bar{t} = 0$ и $\sigma = 1$, то получим выражение для центрированной нормированной дифференциальной функции

$$f_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}. \qquad (6.13)$$

Для определения дифференциальной функции через центрированную нормированную функцию используют уравнение

$$f(t) = \frac{A}{\sigma} f_0\left(\frac{t_{ci} - \bar{t}}{\sigma}\right), \qquad (6.14)$$

где A – длина i-го интервала; t_{ci} – середина i-го интервала.

Кроме того, следует пользоваться уравнением

$$f_0(-t) = f_0(+t). \qquad (6.15)$$

В качестве примера определим значение дифференциальной функции в первом интервале статистического ряда.

$$f(1500...2200) = \frac{700}{988} f_0\left(\frac{1850 - 4084}{988}\right) =$$

$$= 0{,}71 f_0(-2{,}26) = 0{,}71 f_0(2{,}26) = 0{,}71 \cdot 0{,}03 = 0{,}02.$$

Интегральная функция или функция распределения

$$F(t)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{+\infty}e^{-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2}}dt \qquad (6.16)$$

При условии $\bar{t}=0$ и $\sigma=1$ получим центрированную и нормированную интегральную функцию

$$F(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{+\infty}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\,. \qquad (6.17)$$

Эта функция приведена в приложении 4.

Для определения интегральной функции $F(t)$ через $F_0(t)$ применяют уравнение

$$F(t)=F_0\left(\frac{t_{ki}-\bar{t}}{\sigma}\right), \qquad (6.18)$$

где t_{ki} – значение конца i-го интервала.

При этом используют также уравнение

$$F_0(-t)=1-F_0(+t). \qquad (6.19)$$

Определим значение интегральной функции в первом интервале статистического ряда

$$F(1500\ldots2200)=F_0\left(\frac{2200-4084}{988}\right)=$$

$$=F_0(-1{,}91)=1-F_0(1{,}91)=1-0{,}97=0{,}03\,.$$

Рассчитанные аналогичным образом значения дифференциальной и интегральной функции по всем интервалам статистического ряда приведены далее.

Интервал, тыс. мото-ч	1,5…2,2	2,2…2,9	2,9…3,6	3,6…4,3	4,3…5,0	5,0…5,7	5,7…6,4
$f(t)$	0,02	0,09	0,19	0,28	0,24	0,13	0,04
$F(t)$	0,03	0,11	0,31	0,59	0,82	0,95	0,99

На основании полученных значений $f(t)$ и $F(t)$ могут быть построены графики дифференциальной (рисунок 6.2) и интегральной функций (рисунок 6.3). Дифференциальная кривая заменяет полигон распределения, а интегральная – кривую накопленных опытных вероятностей.

По оси абсцисс дифференциальной и интегральной кривых откладывают в определённом масштабе значения интервалов статистического ряда, а по оси ординат – значения $f(t)$ или $F(t)$. Точки на графике дифференциальной функции находят на пересечении абсцисс, равных серединам интервалов статистического ряда, и ординат, равных $f(t)$, а на графике интегральной функции – на пересечении абсцисс, равных концам интервалов статистического ряда, и ординат, равных $F(t)$.

Для определения числа двигателей, отказавших в каком-то интервале наработки, нужно площадь под дифференциальной кривой, соответствующую этому интервалу, отнести к общей площади под дифференциальной кривой и полученное значение перемножить на общее число испытываемых двигателей.

Число двигателей отказавших в каком-либо интервале наработки, на графике интегральной функции определяют перемножением полученного значения по оси ординат на общее число двигателей.

С помощью ранее приведённых уравнений можно определить число отказавших двигателей не только в интервалах статистического ряда, но и в любом интервале наработки. Эту задачу можно решать по дифференциальной или интегральной функции. Например, необходимо определить число двигателей, отказавших в интервале наработки 4300…4850 мото-ч.

Решим по функции:

дифференциальной

$$f(4300\ ...\ 4850) = \frac{550}{988} f_0\left(\frac{4575 - 4084}{988}\right) = 0{,}56\ f_0(0{,}50) =$$

$$0{,}56 \cdot 0{,}35 = 0{,}20\ \text{или}\ 0{,}20 \cdot 69\ \text{двигателей};$$

интегральной

$$F(4300...4850) = F(0...4850) - F(0...4300) = F_0\left(\frac{4850-4084}{988}\right) - F_0\left(\frac{4300-4084}{988}\right) =$$

$$= F_0(0{,}78) - F_0(0{,}22) = 0{,}78 - 0{,}59 = 0{,}19\ \text{или}\ 0{,}19 \cdot 69 = 13\ \text{двигателей.}$$

Использование для выравнивания распределения опытной информации закона распределения Вейбулла. Дифференциальную функцию или функцию плотности вероятностей определяют при законе распределения Вейбулла по уравнению

$$f(t) = \frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^2}, \qquad (6.20)$$

где a и b – параметры распределения Вейбулла; e – основание натурального логарифма; t – показатель надёжности.

Параметр b определяют по таблице Б.4. Для этого необходимо предварительно найти коэффициент вариации. Из таблицы выписывают значение параметра b, коэффициенты K_B и C_B. При $v = 0{,}34$ $b = 3{,}2$, $K_B = 0{,}90$ и $C_B 0{,}31$.

Параметр a рассчитывают по одному из уравнений

$$a = \frac{\bar{t} - C}{K_B} \quad \text{или} \quad a = \frac{\sigma}{C_B} \qquad (6.21)$$

В данном примере $a = \dfrac{4084 - 1150}{0{,}90} = 3260\ \text{мото} - \text{ч}.$

Дифференциальную функцию определяют по таблице Б.5. При этом используют уравнение

$$f(t)=\frac{A}{a}f\left(\frac{t_{ci}-C}{a}\right), \qquad (6.22)$$

где A – длина интервала статистического ряда; t_{ci} – середина интервала статистического ряда; C – смещение.

Находят дифференциальную функцию в первом интервале статистического ряда

$$f(1500...2200)=\frac{700}{3260}f\left(\frac{1850-1150}{3260}\right)=$$
$$=0{,}21f(0{,}21)=0{,}21\cdot 0{,}13=0{,}02.$$

Интегральная функция или функция распределения закона Вейбулла

$$F(t)=1-e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}}. \qquad (6.23)$$

Эту функцию определяют по таблице А.6. При этом используют уравнение

$$F(t)=F\left(\frac{t_{ki}-C}{a}\right), \qquad (6.24)$$

где t_{ki} – значение конца i-го интервала.

Например, интегральная функция в первом интервале статистического ряда

$$F(1500...2200)=F\left(\frac{2200-1150}{3260}\right)=F(0{,}32)=0{,}03.$$

Аналогично определим значения дифференциальной и интегральной функции в остальных интервалах статистического ряда.

Интервал, тыс. мото-ч	1,5…2,2	2,2…2,9	2,9…3,6	3,6…4,3	4,3…5,0	5,0…5,7	5,7…6,4
$f(t)$	0,02	0,11	0,20	0,24	0,21	0,12	0,05
$F(t)$	0,03	0,13	0,33	0,58	0,81	0,95	0,99

С помощью ранее приведённых уравнений закона распределения Вейбулла можно найти число отказавших двигателей не только в каждом интервале статистического ряда, но и в любом интервале наработок.

Например, определим число отказавших двигателей в интервале наработки 4300…4850 мото-ч, если предположить, что рассеивание ресурса двигателей подчиняется закону распределения Вейбулла. Задача может быть решена как по дифференциальной, так и по интегральной функции. При решении по дифференциальной функции

$$f(4300...4850)=\frac{550}{3260}f\left(\frac{4575-1150}{3260}\right)=0{,}17\ f(1{,}05)=$$
$$=0{,}17\cdot 1{,}03=0{,}18\ \textit{или}\ 0{,}18\cdot 69=12\ \textit{двигателей}.$$

При решении по интегральной функции

$$F(4300...4850) = F(0...4850) - F(0...4300) = F\left(\frac{4850-1150}{3620}\right) - F\left(\frac{4300-1150}{3260}\right) =$$
$$= F(1{,}02) - F(0{,}87) = 0{,}65 - 0{,}47 = 0{,}18 \text{ или } 0{,}18 \cdot 69 = 12 \text{ двигателей}.$$

8 Оценка совпадения опытного и теоретического законов распределения показателей надёжности по критерию согласия. В процессе оценки совпадения определяют степень совпадения или расхождения опытной вероятности и интегральной функции в интервалах статистического ряда. Для определения совпадения или расхождения выбирают различные критерии: сумму квадратов отклонения дифференциальной функции от опытной вероятности, наибольшее или суммарное отклонение кривой накопленных опытных вероятностей от интегральной кривой теоретического закона распределения и т.д.

Однако как бы не велико было совпадение, оно свидетельствует только о том, что выбранный закон не противоречит опытному распределению, но не гарантирует того, что этот закон в данном случае лучше, чем какой-либо другой, выравнивает опытную информацию. Наиболее удачно критерий согласия использует при выборе одного теоретического закона из нескольких. В этом случае наиболее приемлемым окажется тот закон распределения, совпадение которого с опытным распределением характеризуется наименьшим значением расхождения.

При обработке информации по показателям надёжности сельскохозяйственной техники наиболее часто применяют критерий согласия Пирсона χ^2, определяемый по уравнению

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n_y} \frac{(m_i - m_{\tau i})^2}{m_{\tau i}}, \tag{6.25}$$

где n_y – число интервалов укрупнённого статистического ряда; m_i – опытная частота в i-м интервале статистического ряда; $m_{\tau i}$ – теоретическая частота в i-м интервале.

Теоретическая частота

$$m_{\tau i} = N\left[F(t_i) - F(t_{i-1})\right], \tag{6.26}$$

где N – число точек информации; $F(t_i)$ и $F(t_{i-1})$ – интегральные функции i-го и $(i-1)$-го интервалов статистического ряда.

Для определения χ^2 строят укрупнённый статистический ряд, соблюдая условие: $n_y \rangle 4$, $m_i \geq 5$. При этом допускается объединение соседних интервалов, в которых $m_i \langle 5$. Проанализируем статистический ряд информации о доремонтных ресурсах двигателя.

Отсюда можно заметить, что $m_1 = 4 \text{ и } m_2 = 1{,}5$ меньше пяти, поэтому первый и второй интервалы статистического ряда объединяют. Опытная частота в объединённом интервале будет равна сумме частот объединяемых интервалов. В остальных интервалах статистического ряда опытные частоты больше пяти, поэтому эти интервала оставляем без изменения.

Интервал, тыс. мотто-ч	1,5…2,9	2,9…3,6	3,6…4,3	4,3…5,0	5,0…5,7	5,7…6,4
m_i	5,5	15,5	19	19	5	5
При законе нормального распределения:						
$F(t)$	0,11	0,31	0,59	0,82	0,95	0,99
$m_{\tau i}$	7,6	13,8	19,3	15,9	9,0	2,8
При законе распределения Вейбулла:						
$F(t)$	0,13	0,33	0,58	0,81	0,95	0,99
$m_{\tau i}$	9,0	13,8	17,3	15,9	9,7	2,8

Теоретические частоты, например, в первом и втором интервалах при ЗНР определяют следующим образом:

$m_{\tau 1} = 69[0{,}11 - 0] = 0{,}76$;

$m_{\tau 1} = 69[0{,}31 - 0{,}11] = 13{,}8$.

Для данного примера критерий согласия Пирсона:

при законе нормального распределения

$$\chi^2 = \frac{(5{,}5-7{,}6)^2}{7{,}6} + \frac{(15{,}5-13{,}8)^2}{13{,}8} + \frac{(19-19{,}3)^2}{19{,}3} + \frac{(19-15{,}9)^2}{15{,}9} + \frac{(5-9)^2}{9} + \frac{(5-2{,}8)^2}{2{,}8} = 4{,}90;$$

при законе распределения Вейбулла

$$\chi^2 = \frac{(5{,}5-9)^2}{9} + \frac{(15{,}5-13{,}8)^2}{13{,}8} + \frac{(19-17{,}3)^2}{17{,}3} + \frac{(19-15{,}9)^2}{15{,}9} + \frac{(5-9{,}7)^2}{9{,}7} + \frac{(5-2{,}8)^2}{2{,}8} = 6{,}35.$$

Для дальнейших расчётов выбирают тот закон распределения, у которого меньше критерий Пирсона χ^2. Судя по значениям критериев согласия ЗНР и ЗРВ, приходим выводу, что применительно к доремонтным ресурсам двигателя более приемлемым считают закон нормального распределения.

Кроме того, пользуясь критерием согласия χ^2 (таблица Б.7), определяют вероятность совпадения опытных и теоретических распределений. Для входа в таблицу определяют номер строки

$$N = n_y - K, \qquad (6.27)$$

где n_y – число интервалов в укрупнённом статистическом ряду; K – число обязательных связей.

Для закона нормального распределения и закона Вейбулла число обязательных связей равно трём: $\bar{t}, \sigma, \sum_{i=1}^{n_y} p_i = 1$; $a, b, \sum_{i=1}^{n_y} p_i = 1$.

Для данного примера

$N = 6 - 3 = 3.$

Следовательно, значения критериев χ^2 находим в третьей строке таблицы, а вероятность совпадения P – в заглавной строке. Вероятность совпадения ЗНР составляет около 20%, а ЗРВ – менее 10%.

Критической вероятностью совпадения принято считать $P = 10\%$. Если $P \langle 10\%$, то выбранный для выравнивания опытного распределения теоретический закон следует считать непригодным.

9. Определение доверительных границ рассеивания одиночного и среднего значений показателя надёжности. Количественные характеристики показателей надёжности (Среднее значение, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации), полученные в результате обработки опытной информации, должны быть перенесены на другие совокупности машин, работающие в других условиях. Изменение числа машин в совокупности и условий их эксплуатации вызовет изменение количественных характеристик показателя надёжности. Однако, несмотря на случайный характер, характеристики показателя надёжности рассеиваются в определённых границах. Так, одиночное значение показателя надёжности конкретной машины может отличаться в 997 случаях из 1000 от $\bar{t}$ на величину $\pm 3\sigma$ при ЗНР и на величину от 0,1 a до 2,5 a при ЗРВ (a – параметр закона распределения Вейбулла).

Такая высокая степень доверия расчёта, охватывающего $99{,}7\%$ всех случаев, при расчёте показателей надёжности сельскохозяйственной техники считается излишней. Поэтому степень доверия расчёта обычно принимают меньше $99{,}7\%$ и тем самым сближают границы рассеивания одиночного показателя надёжности.

Степень доверия расчёта на рисунке 6.4 оценивают площадью под дифференциальной кривой, ограниченной осью абсцисс и доверительными границами t_β^H и t_β^B. Площадь β характеризует степень доверия расчёта и гарантирует заданную вероятность попадания показателя надёжности в соответствующий интервал его значений. Поэтому её называют доверительной вероятностью β.

При расчёте доверительных границ рассеивания показателей надёжности рекомендуется принимать следующие значения доверительных вероятностей β: 0,80; 0,90; 0,95; 0,99.

Интервал, в который при заданной доверительной вероятности β попадает $100\beta\%$ общего числа объектов совокупности N, называют доверительным интервалом I_β.

Границы, в которых может колебаться значение одиночного показателя надёжности при заданной β, называют нижней t_β^H и верхней t_β^B доверительными границами.

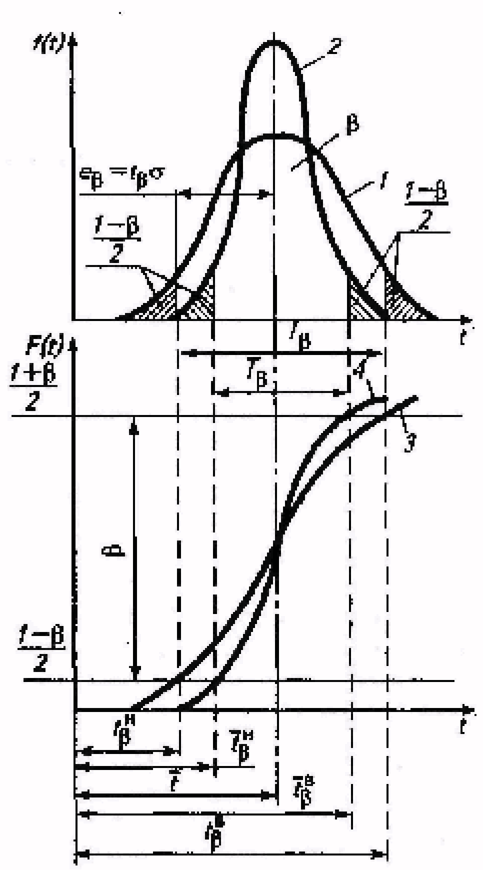

Рисунок 6.4 – Доверительные границы одиночного и среднего значений показателя надёжности

1 и 3 – дифференциальная и интегральная функции одиночного значения;
2 и 4 – дифференциальная и интегральная функции среднего значения

Положение доверительных границ и доверительный интервал зависят от доверительной вероятности и закона распределения одиночного или среднего значения показателя надёжности.

Определение доверительных границ рассеивания при законе нормального распределения. Для определения доверительных границ рассеивания одиночного значения показателя надёжности при ЗНР вначале находят абсолютную ошибку e_β (см. рисунок 6.4).

$$e_\beta = t_\beta \sigma, \qquad (6.28)$$

где t_β – коэффициент Стьюдента (таблица Б.8).

Нижняя доверительная граница

$$t_\beta^H = \bar{t} - t_\beta \sigma, \qquad (6.29)$$

Верхняя доверительная граница

$$t_\beta^B = \bar{t} + t_\beta \sigma. \qquad (6.30)$$

Доверительный интервал

$$I_\beta = t_\beta^B - t_\beta^H. \tag{6.31}$$

Для примера по обработке информации по ресурсу двигателя коэффициент Стьюдента при $\beta = 0{,}90$ $t_\beta = 1{,}67$,

нижняя доверительная граница

$t_{др.}^H = 4084 - 1{,}67 \cdot 988 = 2434 мото - ч;$

верхняя доверительная граница

$t_{др.}^B = 4084 + 1{,}67 \cdot 988 = 5734 мото - ч;$

доверительный интервал

$I_\beta = 5734 - 2434 = 3300 мото - ч.$

Расчётная схема и физический смысл доверительных границ среднего значения показателя надёжности те же, что и для одиночного показателя. Разница заключается в значении среднего квадратического отклонения.

Среднее квадратическое отклонение рассеивания среднего значения показателя надёжности

$$\sigma_{\bar{t}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}, \tag{6.32}$$

где N – число точек информации, по которому определено среднее значение показателя надёжности.

Нижняя доверительная граница среднего значения показателя надёжности

$$\bar{t}_\beta^H = \bar{t} - t_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \tag{6.33}$$

Верхняя доверительная граница среднего значения показателя надёжности

$$\bar{t}_\beta^B = \bar{t} + t_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{N}}. \tag{6.34}$$

Доверительный интервал среднего значения показателя надёжности

$$\bar{I}_\beta = \bar{t}_\beta^B - \bar{t}_\beta^H. \tag{6.35}$$

Для приведённого примера по обработке информации по ресурсу двигателя коэффициент Стьюдента $t_\beta = 1{,}67$;

нижняя доверительная граница

$\bar{t}_{др.}^H = 4084 - 1{,}67 \dfrac{988}{\sqrt{69}} = 3885\ мото - ч;$

верхняя доверительная граница

$\bar{t}_{др.}^B = 4084 + 1{,}67 \dfrac{988}{\sqrt{69}} = 4283 мото - ч;$

доверительный интервал

$\bar{I}_\beta = 4283 - 3885 = 398 мото - ч.$

Определение доверительных границ при законе распределения Вейбулла. Доверительные границы рассеивания одиночного значения показателя надёжности при ЗРВ определяют по уравнениям (см. рисунок 6.4)

$$t_\beta^H = H_K^B\left(\frac{1-\beta}{2}\right)a + C; \qquad (6.36)$$

$$t_\beta^B = H_K^B\left(\frac{1+\beta}{2}\right)a + C, \qquad (6.37)$$

где H_K^B – квантиль закона распределения Вейбулла (таблица Б.10);

a – параметр закона Вейбулла; C – смещение начала рассеивания.

Доверительный интервал

$$I_\beta = t_\beta^B - t_\beta^H. \qquad (6.38)$$

Для рассматриваемого примера при доверительной вероятности $\beta = 0{,}90$

$$t_{др.}^H = H_K^B\left(\frac{1-0{,}90}{2}\right)3260 + 1150 = 0{,}39 \cdot 3260 + 1150 = 2421 мото-ч;$$

$$t_{др.}^B = H_K^B\left(\frac{1+0{,}90}{2}\right)3260 + 1150 = 1{,}41 \cdot 3260 + 1150 = 5757 мото-ч;$$

$$I_\beta = 5757 - 2421 = 3326 мото-ч.$$

Доверительные границы рассеивания среднего значения показателя надёжности при ЗРВ определяют по уравнениям

$$\bar{t}_\beta^H = (\bar{t} - C)\sqrt[b]{r_3} + C; \qquad (6.39)$$

$$\bar{t}_\beta^B = (\bar{t} - C)\sqrt[b]{r_1} + C, \qquad (6.40)$$

где r_1 и r_3 – коэффициенты распределения Вейбулла (таблица Б.8), зависящие от доверительной вероятности β и повторности информации N; b – параметр закона распределения Вейбулла.

Доверительный интервал

$$\bar{I}_\beta = \bar{t}_\beta^B - \bar{t}_\beta^H. \qquad (6.41)$$

Для данного примера $r_1 = 1{,}23$; $r_3 = 0{,}83$;

$$\bar{t}_{др.}^H = (4084 - 1150)\sqrt[3{,}2]{0{,}83} + 1150 = 3904 мото-ч;$$

$$\bar{t}_{др.}^H = (4084 - 1150)\sqrt[3{,}2]{1{,}23} + 1150 = 4289 мото-ч;$$

$$\bar{I}_\beta = 4289 - 3904 = 385 мото-ч.$$

10. Определение абсолютной и относительной предельных ошибок переноса характеристик показателя надёжности. Наибольшая абсолютная ошибка переноса опытных характеристик показателя надёжности при заданной доверительной вероятности равна по значению e_β в обе стороны от среднего значения показателя надёжности.

Относительная предельная ошибка, %,

$$\delta_\beta = \frac{\bar{t}_\beta^B - \bar{t}}{\bar{t}} 100\% . \qquad (6.42)$$

Для данного примера при законе нормального распределения

$$\delta_\beta = \frac{4283 - 4084}{4084} 100\% = 4{,}9\% .$$

Форма отчета

1. Методика расчета по заданной информации (по указанию преподавателя
2. Гистограмма накопленных опытных вероятностей, полигон распределения, график дифференциальной функции, кривая накопленных опытных вероятностей
3. Выводы
4. Ответы на контрольные вопросы

4 Контрольные вопросы

1. Что такое неисправность и отказ изделия?
2. Надежность систем с последовательным и параллельным соединением элементов.
3. Исправное, неисправное, работоспособное и предельное состояние изделия.
4. Надежность систем со смешанным соединением элементов. Резервирование.
5. Надежность как комплексное свойство машин.
6. Методы повышения надежности машин.
7. Что такое безотказность? Показатели безотказности.
8. Классификация отказов.
9. Что такое долговечность? Показатели долговечности.
10. Гамма-процентный ресурс изделия.
11. Что такое ремонтопригодность? Показатели ремонтопригодности.
12. Доверительные границы рассеивания показателей надежности.
13. Что такое сохраняемость? Показатели сохраняемости.
14. Критерии согласия опытных и теоретических законов распределения.
15. Интегральная функция закона распределения Вейбула-Гнеденко.
16. Дифференциальная функция закона распределения Вейбула-Гнеденко.
17. Интегральная функция закона нормального распределения.
18. Дифференциальная функция закона нормального распределения.
19. Графическое представление информации о надежности машин (гистограмма, полигон распределения, кривая накопленных опытных вероятностей).
20. Что такое статистический ряд информации о показателях надежности.