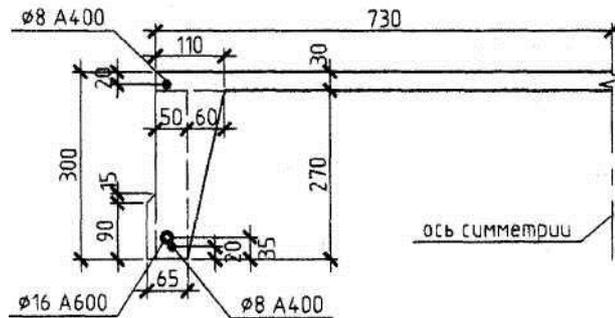


## Примеры расчета

**Пример 1.** Дано: плита покрытия размером 1,5х6 м; поперечное сечение - по [черт.2.2](#); бетон класса В25 ( $E_b = 30000$  МПа); передаточная прочность бетона  $R_{bp} = 17,5$  МПа; напрягаемая арматура класса А600 ( $R_{s,n} = 600$  МПа,  $E_s = 2 \cdot 10^5$  МПа); площадь сечения  $A_{sp} = 201$  мм<sup>2</sup> (1Ø16), ненапрягаемая арматура сжатая и растянутая класса А400 площадью сечения  $A_s = A'_s = 50,3$  мм<sup>2</sup> (1Ø8); способ натяжения арматуры электротермический; технология изготовления плиты агрегатно-поточная с применением пропаривания; масса плиты 1,3 т.



Черт.2.2. К примеру расчета 1

Требуется определить значение и точку приложения усилия предварительного обжатия  $P_{(1)}$  с учетом первых потерь и  $P$  с учетом всех потерь для сечения в середине пролета, принимая максимально допустимое натяжение арматуры.

Расчет. Ввиду симметрии сечения расчет ведем для половины сечения плиты. Определяем геометрические характеристики приведенного сечения согласно [п.2.33](#),

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{20 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^4} = 6,67;$$

принимая

$$\text{площадь бетона } A = 730 \cdot 30 + 50 \cdot 270 + 60 \cdot 270 / 2 + 97,5 \cdot 15 = 21900 + 13500 + 8100 + 1462,5 = 44962,5 \text{ мм}^2;$$

$$\text{приведенная площадь } A_{red} = A + \alpha A_{sp} + \alpha A_s + \alpha A'_s = 44962,5 + 6,67 \cdot 201 + 6,67 \cdot 50,3 \cdot 2 = 44962,5 + 1340,7 + 671 = 46974 \text{ мм}^2;$$

статический момент сечения бетона относительно нижней грани ребра

$$S = 21900 \cdot 285 + 13500 \cdot 135 + 8100 \cdot 180 + 1462,5 \cdot 48,7 = 9593200 \text{ мм}^3;$$

расстояние от центра тяжести приведенного сечения до нижней грани ребра

$$y = \frac{S + \alpha A_{sp} a_p + \alpha A_s a_s + \alpha A'_s (h - a'_s)}{A_{red}} =$$

$$= \frac{9593200 + 1340,7 \cdot 35 + 335,5 \cdot 20 + 335,5(300 - 20)}{46974} = 207,4 \text{ мм};$$

$$y_{sp} = y - a_p = 207,4 - 35 = 172,4 \text{ мм};$$

$$y_s = y - a_s = 207,4 - 20 = 187,4 \text{ мм};$$

$$y'_{sp} = h - a'_p - y = 300 - 20 - 207,4 = 72,6 \text{ мм};$$

момент инерции приведенного сечения

$$I_{red} = I + \alpha A_{sp} y_{sp}^2 + \alpha A_s y_s^2 + \alpha A'_s y_s'^2 = \frac{730 \cdot 30^3}{12} + 21900(285 - 207,4)^2 + \frac{50 \cdot 270^3}{12} + 13500(207,4 - 135)^2 + \frac{60 \cdot 270^3}{36} + 8100(207,4 - 180)^2 + \frac{15 \cdot 97,5^3}{12} + 1462,5(207,4 - 48,7)^2 + 1340,7 \cdot 172,4^2 + 335,5 \cdot 187,4^2 + 335,5 \cdot 72,6^2 = 4,166 \cdot 10^8 \text{ мм}^4.$$

Согласно [п.2.25](#) максимально допустимое значение  $\sigma_{sp}$  без учета потерь равно

$$\sigma_{sp} = 0,9R_{s,n} = 0,9 \cdot 600 = 540 \text{ МПа.}$$

Определим первые потери.

Потери от релаксации напряжений в арматуре согласно [п.2.27](#) равны

$$\Delta\sigma_{sp1} = 0,03\sigma_{sp} = 0,03 \cdot 540 = 16 \text{ МПа.}$$

По агрегатно-поточной технологии изделие при пропаривании нагревается вместе с формой и упорами, поэтому температурный перепад между ними равен нулю и, следовательно,  $\Delta\sigma_{sp2} = 0$ .

Потери от деформации формы  $\Delta\sigma_{sp3}$  и анкеров  $\Delta\sigma_{sp4}$  при электротермическом натяжении арматуры равны нулю.

Таким образом, сумма первых потерь равна  $\Delta\sigma_{sp(1)} = \Delta\sigma_{sp1} = 16 \text{ МПа}$ , а усилие обжатия с учетом первых потерь равно

$$P_{(1)} = A_{sp} (\sigma_{sp} - \Delta\sigma_{sp(1)}) = 201(540-16) = 105324 \text{ Н.}$$

В связи с отсутствием в верхней зоне напрягаемой арматуры (т.е. при  $A'_{sp} = 0$ ) из формулы [\(2.10\)](#) имеем

$$e_{0p1} = y_{sp} = 172,4 \text{ мм.}$$

В соответствии с [п. 2.34](#) проверим максимальное сжимающее напряжение бетона  $\sigma_{bp}$  от действия усилия  $P_{(1)}$ , вычисляя  $\sigma_{bp}$  по формуле [\(2.8\)](#) при  $y_s = y = 207,4 \text{ мм}$  и принимая момент от собственного веса  $M$  равным нулю:

$$\begin{aligned} \sigma_{bp} &= \frac{P_{(1)}}{A_{red}} + \frac{P_{(1)}e_{0p1}y_s}{I_{red}} = \frac{105324}{46974} + \frac{105324 \cdot 172,4 \cdot 207,4}{4,166 \cdot 10^8} = \\ &= 11,28 \text{ МПа} < 0,9R_{bp} = 0,9 \cdot 17,5 = 15,75 \text{ МПа} \end{aligned}$$

т.е. требование [п.2.34](#) выполняется.

Определяем вторые потери напряжений согласно [пп.2.31](#) и [2.32](#).

Потери от усадки равны  $\Delta\sigma_{sp5} = 0,0002 \cdot 2 \cdot 10^5 = 40 \text{ МПа}$ .

Потери от ползучести определяем по формуле [\(2.7\)](#), принимая значения  $\varphi_{b,cr}$  и  $E_b$  по классу бетона В25 (поскольку т.е. согласно [табл.2.6](#)  $\varphi_{b,cr} = 2,5$ , согласно [табл.2.5](#)  $E_b = 3 \cdot 10^5$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = 6,67;$$

МПа;

$$\mu_{sp} = \frac{A_{sp}}{A} = \frac{201}{44962,5} = 4,47 \cdot 10^{-3}.$$

Определим напряжение бетона на уровне арматуры  $S$  по формуле [\(2.8\)](#) при  $y_s = y_{sp} = 172,4 \text{ мм}$ . Для этого определяем нагрузку от веса половины плиты (см. [п.2.12](#))

$$q_w = 0,5 \frac{1300 \cdot 0,01}{6} = 1,083 \text{ кН/м;}$$

и момент от этой нагрузке в середине пролета

$$M = \frac{q_w l^2}{8} = \frac{1,083 \cdot 5,7^2}{8} = 4,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

(здесь  $l = 5,7$  м – расстояние между прокладками при хранении плиты); тогда

$$\sigma_{bp} = \frac{P_{(1)}}{A_{red}} + \frac{P_{(1)} e_{0p1} y_s}{I_{red}} - \frac{M y_s}{I_{red}} = \frac{105324}{46974} + \frac{105324 \cdot 172,4^2}{4,166 \cdot 10^8} - \frac{4,4 \cdot 10^6 \cdot 172,4}{4,166 \cdot 10^8} = 7,94 \text{ МПа.}$$

Напряжение бетона на уровне арматуры  $S'$  (т.е. при  $y_s = y'_s = 72,6$  мм)

$$\sigma'_{bp} = \frac{105324}{46974} - \frac{105324 \cdot 172,4 \cdot 72,6}{4,166 \cdot 10^8} + \frac{4,4 \cdot 10^6 \cdot 72,6}{4,166 \cdot 10^8} = -0,16 \text{ МПа} < 0,0.$$

Потери от ползучести

$$\Delta\sigma_{sp6} = \frac{0,8\varphi_{b,cr} \alpha\sigma_{bp}}{1 + \alpha\mu_{sp} \left(1 \pm \frac{e_{0p1} y_s A_{red}}{I_{red}}\right) (1 + 0,8\varphi_{b,cr})} = \frac{0,8 \cdot 2,5 \cdot 6,67 \cdot 7,94}{1 + 6,67 \cdot 4,47 \cdot 10^{-3} \left(1 + \frac{172,4^2 \cdot 46974}{4,166 \cdot 10^8}\right) (1 + 0,8 \cdot 2,5)} = 76,25 \text{ МПа.}$$

Вторые потери для арматуры нравны

$$\Delta\sigma_{sp(2)} = \Delta\sigma_{sp5} + \Delta\sigma_{sp6} = 40 + 76,2 = 116,2 \text{ МПа.}$$

Суммарная величина потерь напряжения

$$\Delta\sigma_{sp(1)} + \Delta\sigma_{sp(2)} = 16 + 116,2 = 132,2 \text{ МПа} > 100 \text{ МПа,}$$

следовательно, требование [п.2.36](#) выполнено и потери не увеличиваем.

Напряжение  $\Delta\sigma_{sp2}$  с учетом всех потерь равно

$$\Delta\sigma_{sp2} = 540 - 132,2 = 407,8 \text{ МПа.}$$

Усилие обжатия с учетом всех потерь напряжений  $P$  определяем по формуле [\(2.17\)](#). При этом сжимающее напряжение в ненапрягаемой арматуре  $\sigma_s$  условно принимаем равным вторым потерям напряжений, вычисленным для уровня расположения арматуры  $S$ , т.е.  $\sigma_s = \sigma_{sp2} = 116,2$  МПа, а поскольку  $\sigma'_{bp} < 0$ , напряжение  $\sigma'_s$  принимаем равным нулю.

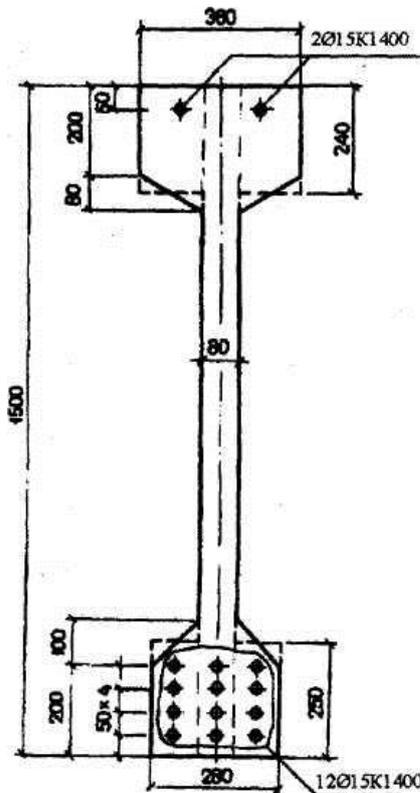
$$P = \sigma_{sp2} A_{sp} - \sigma_s A_s = 407,8 \cdot 201 - 116,2 \cdot 50,3 = 76123 \text{ Н;}$$

Эксцентриситет усилия  $P$  равен

$$e_{0p} = \frac{\sigma_{sp2} A_{sp} y_{sp} - \sigma_s A_s y_s}{P} = \frac{407,8 \cdot 201 \cdot 172,4 - 116,2 \cdot 50,3 \cdot 187,4}{76123} = 171,2 \text{ мм.}$$

**Пример 2.** Дано: свободно опертая балка с поперечным сечением по [черт.2.3](#); бетон класса В40 ( $E_b = 36000$  МПа); передаточная прочность бетона  $R_{bp} = 20$  МПа; напрягаемая арматура класса К1400 ( $R_{s,n} = 1400$  МПа,  $E_s = 18 \cdot 10^4$  МПа) площадью сечения: в растянутой зоне  $A_{sp} = 1699$  мм<sup>2</sup> (12Ø15), в сжатой зоне  $A'_{sp} = 283$  мм<sup>2</sup> (2Ø15); способ натяжения механический на упоры стенда; бетон подвергается пропариванию; длина стенда 20 м; масса балки 11,2 т, длина балки  $l = 18$  м.

Требуется определить величину и точку приложения усилия предварительного обжатия с учетом первых потерь  $P_{(1)}$  и с учетом всех потерь  $P$  для сечения в середине пролета, принимая максимально допустимое натяжение арматуры.



Черт.2.3. К примеру расчета 2

Расчет. Определяем геометрические характеристики приведенного сечения согласно

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{18 \cdot 10^4}{3,6 \cdot 10^4} = 5$$

[п.2.33](#), принимая коэффициент (площадь сечения конструктивной ненапрягаемой арматуры не учитываем в виду ее малости).

Для упрощения расчета высоту свесов полок усредняем.

Площадь сечения бетона

$$A = 1500 \cdot 80 + 280 \cdot 240 + 200 \cdot 250 = 120000 + 67200 + 50000 = 237200 \text{ мм}^2;$$

площадь приведенного сечения

$$A_{red} = A + \alpha A_{sp} + \alpha A'_{sp} = 237200 + 5 \cdot 1699 + 5 \cdot 283 = 237200 + 8495 + 1415 = 247110 \text{ мм}^2;$$

расстояние от центра тяжести сечения арматуры  $S$  до нижней грани балки (учитывая, что сечения всех четырех рядов арматуры одинаковой площади)

$$a_p = (50 + 100 + 150 + 200) / 4 = 125 \text{ мм};$$

статический момент сечения бетона относительно нижней грани балки

$$S = 120000 \cdot 750 + 67200 \cdot 1380 + 50000 \cdot 125 = 1,89 \cdot 10^8 \text{ мм}^3;$$

расстояние от центра тяжести приведенного сечения до нижней грани балки

$$y = \frac{S + \alpha A_{sp} a_p + \alpha A'_{sp} (h - a'_p)}{A_{red}} = \frac{1,89 \cdot 10^8 + 8495 \cdot 125 + 1415 \cdot 1450}{247110} = 777 \text{ мм};$$

$$y_{sp} = y - a_p = 777 - 125 = 652 \text{ мм};$$

$$y'_{sp} = h - a'_p - y = 1450 - 777 = 673 \text{ мм};$$

момент инерции приведенного сечения

$$I_{red} = I + \alpha A_{sp} y_{sp}^2 + \alpha A'_{sp} y'^2_{sp} = \frac{80 \cdot 1500^3}{12} + 120000(777 - 750)^2 + \frac{280 \cdot 240^3}{12} + 67200(1380 - 777)^2 + \frac{200 \cdot 250^3}{12} + 50000(777 - 125)^2 + 8495(777 - 125)^2 + 1415(1450 - 777)^2 = 7,31 \cdot 10^{10} \text{ мм}^4.$$

Согласно [п.2.25](#) максимально допустимое значение  $\sigma_{sp}$  без учета потерь равно

$$\sigma_{sp} = 0,8R_{s,n} = 0,8 \cdot 1400 = 1120 \text{ МПа.}$$

Определим первые потери.

Потери от релаксации напряжений в арматуре согласно [п.2.26](#) равны

$$\Delta\sigma_{sp1} = \left( 0,22 \frac{\sigma_{sp}}{R_{s,n}} - 0,1 \right) \sigma_{sp} = (0,22 \cdot 0,8 - 0,1) 1120 = 85 \text{ МПа.}$$

Потери от температурного перепада между упорами стенда и упорами согласно [п.2.28](#) при  $\Delta t = 65^\circ$  равны

$$\Delta\sigma_{sp2} = 1,25\Delta t = 1,25 \cdot 65 = 81 \text{ МПа.}$$

Потери от деформации анкеров согласно [п.2.29](#) при  $\Delta l = 2$  мм и  $l = 20$  м равны

$$\Delta\sigma_{sp4} = \frac{\Delta l}{l} E_s = \frac{2}{2 \cdot 10^4} 18 \cdot 10^4 = 18 \text{ МПа.}$$

Потери от деформации стальной формы отсутствуют, поскольку усилие обжатия передается на упоры стенда. Таким образом сумма первых потерь равна

$$\Delta\sigma_{sp(1)} = 85 + 81 + 18 = 184 \text{ МПа} > 100 \text{ МПа}$$

т.е. потери в дальнейшем не корректируем. Усилие обжатия с учетом первых потерь и его эксцентриситет равны

$$P_{(1)} = (A_{sp} + A'_{sp})(\sigma_{sp} - \Delta\sigma_{sp(1)}) = (1699 + 283)(1120 - 184) = 1855 \cdot 10^3 \text{ Н;}$$

$$e_{0p1} = \frac{A_{sp} y_{sp} - A'_{sp} y'_{sp}}{A_{sp} + A'_{sp}} = \frac{1699 \cdot 652 - 283 \cdot 673}{1699 + 283} 463 \text{ мм.}$$

В соответствии с [п.2.34](#) проверим максимальное сжимающее напряжение бетона  $\sigma_{bp}$  от действия усилия  $P_{(1)}$ , вычисляя  $\sigma_{bp}$  по формуле (2.8) при  $y_s = y = 777$  мм и принимая момент от собственного веса  $M$  равным нулю:

$$\sigma_{bp} = \frac{P_{(1)}}{A_{red}} + \frac{P_{(1)} e_{0p1} y_s}{I_{red}} = \frac{1855 \cdot 10^3}{247110} + \frac{1855 \cdot 10^3 \cdot 463 \cdot 777}{7,31 \cdot 10^{10}} = 16,63 \text{ МПа} < 0,9R_{bp} = 0,9 \cdot 20 = 18 \text{ МПа.}$$

т.е. требование [п.2.34](#) выполняется.

Определяем вторые потери напряжений согласно [пп.2.31](#) и [2.32](#).

Потери от усадки равны  $\Delta\sigma_{sp5} = \varepsilon_{b,sh} E_s = 0,00025 \cdot 18 \cdot 10^4 = 45 \text{ МПа.}$

Потери от ползучести определяем по формуле (2.7), принимая значения  $\varphi_{b,cr}$  и  $E_b$  по классу бетона равному  $R_{bp} = 20$  МПа (т.е. по классу В20, поскольку  $R_{bp} < 0,7 \cdot 40 = 28$  МПа). Согласно [табл.2.6](#) ( $\varphi_{b,cr} = 2,8$ , согласно [табл.2.5](#)  $E_b = 27,5 \cdot 10^3$  МПа,

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{18 \cdot 10^4}{27,5 \cdot 10^3} = 6,55.$$

Для арматуры  $S$   $\mu_{sp} = \frac{A_{sp}}{A} = \frac{1699}{237200} = 7,16 \cdot 10^{-3}$  ;

Для арматуры  $S'$   $\mu_{sp} = \frac{A'_{sp}}{A} = \frac{283}{237200} = 1,19 \cdot 10^{-3}$  .

Определим напряжение бетона на уровне арматуры  $S$  по формуле (2.28) при  $y_s = y_{sp} = 652$  мм, принимая момент от собственного веса балки в середине пролета. Нагрузка от веса балки равна:

$$q_w = \frac{0,01 \cdot 11200}{18} = 6,22 \text{ кН/м}$$

$$M = \frac{q_w l^2}{8} = \frac{6,22 \cdot 17,5^2}{8} = 238,1 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

(здесь  $l = 17,5$  м - расстояние между прокладками при хранении балки);

$$\sigma_{bp} = \frac{P_{(1)}}{A_{red}} + \frac{P_{(1)} e_{0p1} y_s}{I_{red}} - \frac{M y_s}{I_{red}} = \frac{1855 \cdot 10^3}{247110} + \frac{1855 \cdot 10^3 \cdot 463 \cdot 652}{7,31 \cdot 10^{10}} - \frac{238,1 \cdot 10^6 \cdot 652}{7,31 \cdot 10^{10}} = 13 \text{ МПа.}$$

Напряжение бетона на уровне арматуры  $S'$  (т.е. при  $y_s = -y'_s = -673$  мм)

$$\sigma'_{bp} = \frac{1855 \cdot 10^3}{247110} - \frac{1855 \cdot 10^3 \cdot 463 \cdot 652}{7,31 \cdot 10^{10}} + \frac{238,1 \cdot 10^6 \cdot 652}{7,31 \cdot 10^{10}} = 1,79 \text{ МПа} > 0,0$$

Тогда потери от ползучести равны: для арматуры  $S$

$$\Delta\sigma_{sp6} = \frac{0,8 \varphi_{b,cr} \alpha \sigma_{bp}}{1 + \alpha m_{sp} \left( 1 \pm \frac{e_{0p1} y_s A_{red}}{I_{red}} \right) (1 + 0,8 \varphi_{b,cr})} = \frac{0,8 \cdot 2,8 \cdot 6,55 \cdot 13}{1 + 6,55 \cdot 7,16 \cdot 10^{-3} \left( 1 + \frac{463 \cdot 652 \cdot 247110}{7,31 \cdot 10^{10}} \right) (1 + 0,8 \cdot 2,8)} = 145,9 \text{ МПа.}$$

для арматуры  $S'$

$$\Delta\sigma_{sp6} = \frac{0,8 \cdot 2,8 \cdot 6,55 \cdot 1,79}{1 + 6,55 \cdot 1,19 \cdot 10^{-3} \left( 1 + \frac{463 \cdot 652 \cdot 247110}{7,31 \cdot 10^{10}} \right) (1 + 0,8 \cdot 2,8)} = 26,3 \text{ МПа.}$$

Напряжения  $\sigma_{bp}$  с учетом всех потерь равны:

для арматуры  $S$

$$\sigma_{sp2} = \sigma_{sp} - \Delta\sigma_{sp(1)} - \Delta\sigma_{sp5} - \Delta\sigma_{sp6} = 1120 - 184 - 45 - 145 = 745 \text{ МПа;}$$

для арматуры  $S'$

$$\sigma'_{sp2} = \sigma_{sp} - \Delta\sigma_{sp(1)} - \Delta\sigma_{sp5} - \Delta\sigma'_{sp6} = 1120 - 184 - 45 - 26 = 865 \text{ МПа.}$$

Определим усилие обжатия с учетом всех потерь  $P$  и его эксцентриситет  $e_{0p}$ .

$$P = \sigma_{sp2} A_{sp} + \sigma'_{sp2} A'_{sp} = 745 \cdot 1699 + 865 \cdot 283 = 1510 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1510 \text{ кН;}$$

$$e_{0p} = \frac{\sigma_{sp2} A_{sp} y_{sp} - \sigma'_{sp2} A'_{sp} y'_{sp}}{P} = \frac{745 \cdot 1699 \cdot 652 - 865 \cdot 283 \cdot 673}{1510 \cdot 10^3} = 437 \text{ мм.}$$

### Прямоугольные сечения

**Пример 3.** Дано: размеры сечения  $b = 300$  мм,  $h = 700$  мм;  $a = 50$  мм; бетон класса В25 ( $R_b = 14,5$  МПа); напрягаемая арматура класса А600 ( $R_s = 520$  МПа) площадью сечения  $A_{sp} = 1847$  мм<sup>2</sup> (3Ø28); предварительное напряжение при  $\gamma_{sp} = 0,9$  с учетом всех потерь  $\sigma_{sp2} = 400$  МПа; ненапрягаемая арматура класса А400 ( $R_s = 355$  МПа) площадью сечения  $A_s = 236$  мм<sup>2</sup> (3Ø10); изгибающий момент  $M = 570$  кН·м.

Требуется проверить прочность сечения.

Расчет.  $h_0 = h - a = 700 - 50 = 650$  мм. По формуле (3.3) определим значение  $\xi_1$ :

$$\xi_1 = \frac{R_s A_{sp} + R_s A_s}{R_b b h_0} = \frac{520 \cdot 1847 + 355 \cdot 236}{14,5 \cdot 300 \cdot 650} = 0,369.$$

По табл. 3.1 при классе арматуры А600 и при  $\frac{\sigma_{sp}}{R_s} = \frac{400}{520} = 0,769$  находим  $\xi_R = 0,457$ .

Поскольку  $\xi_1 = 0,369 < \xi_R = 0,457$ , расчет ведем из условия (3.4), определяя высоту сжатой зоны  $x$  по формуле (3.5).

Так как сжатая арматура отсутствует, коэффициент вычисляем по формуле (3.2) при  $\xi = \xi_1 = 0,369$ :

$$\gamma_{s3} = 1,25 - 0,25 \frac{\xi}{\xi_R} = 1,25 - 0,25 \frac{0,369}{0,457} = 1,048 < 1,1.$$

$$x = \frac{\gamma_{s3} R_s A_{sp} + R_s A_s}{R_b b} = \frac{1,048 \cdot 520 \cdot 1847 + 355 \cdot 236}{14,5 \cdot 300} = 250,6 \text{ мм};$$

Тогда

$$R_b b x (h_0 - 0,5x) = 14,5 \cdot 300 \cdot 250,6 \cdot (650 - 0,5 \cdot 250,6) = 572 \cdot 10^6 \text{ Н·мм} = 572 \text{ кН·м} > M = 570 \text{ кН·м},$$

т.е. прочность сечения обеспечена.

**Пример 4.** Дано: размеры сечения  $b = 300$  мм,  $h = 700$  мм;  $a = 60$  мм;  $a_p = 30$  мм; бетон класса В30 ( $R_b = 17$  МПа); напрягаемая арматура класса Вр1400 ( $R_s = 1170$  МПа) площадью сечения: в растянутой зоне  $A_{sp} = 1570$  мм<sup>2</sup> (80Ø5), в сжатой зоне  $A'_{sp} = 392$  мм<sup>2</sup> (20Ø5); ненапрягаемая арматура класса А400 ( $R_s = 355$  МПа) площадью сечения в растянутой зоне  $A_s = 236$  мм<sup>2</sup> (3Ø10); предварительное напряжение с учетом всех потерь: для арматуры в растянутой зоне  $\sigma_{sp} = 700$  МПа, для арматуры в сжатой зоне  $\sigma'_{sp} = 800$  МПа; изгибающий момент от всех нагрузок  $M = 690$  кН·м, от кратковременных нагрузок  $M_{sh} = 40$  кН·м.

Требуется проверить прочность сечения.

Расчет.  $h_0 = 700 - 60 = 640$  мм. Проверим прочность сечения при действии всех нагрузок.

Определяем напряжение в напрягаемой арматуре сжатой зоны  $\sigma_{sc}$  согласно п.3.10, учитывая коэффициент  $\gamma_{sp} = 1,1$ :

$$\sigma_{sc} = 400 - 1,1 \cdot 800 = -480 \text{ МПа}.$$

По формуле (3.3) определяем значения  $\xi_1$ :

$$\xi_1 = \frac{R_s A_{sp} + R_s A_s - \sigma_{sc} A'_{sp}}{R_b b h_0} = \frac{1170 \cdot 1570 + 355 \cdot 236 + 480 \cdot 392}{17 \cdot 300 \cdot 640} = 0,646.$$

Предварительное напряжение арматуры растянутой зоны принимаем с учетом коэффициента  $\gamma_{sp} = 0,9$ , т.е.  $\sigma_{sp} = 0,9 \cdot 700 = 630$  МПа.

По [табл. 3.1](#) при классе арматуры Вр1400 и при  $\frac{\sigma_{sp}}{R_s} = \frac{630}{1170} = 0,646$  находим  $\zeta_R = 0,341$ .

Поскольку  $\zeta_1 = 0,646 > \zeta_R = 0,341$ , прочность сечения проверяем из условия (3.7), принимая  $\alpha_m = \zeta_1(1 - \zeta_1/2) = 0,646(1 - 0,646/2) = 0,437$ ,  $\alpha_R = \zeta_R(1 - \zeta_R/2) = 0,341(1 - 0,341/2) = 0,283$ ,

$$\frac{2\alpha_m + \alpha_R}{3} R_b b h_o^2 + \sigma_{sc} A'_s (h_o - a'_s) = \frac{2 \cdot 0,437 + 0,283}{3} 17 \cdot 300 \cdot 640^2 - 480 \cdot 392(640 - 30) =$$

$$= 691,4 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 691,4 \text{ кН} \cdot \text{м} > M = 690 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

т.е. прочность сечения на действие всех нагрузок обеспечена.

Так как момент от кратковременной нагрузки (40 кН·м) составляет весьма малую долю от полного момента (690 кН·м), проверим прочность сечения на действие только постоянных и длительных нагрузок при  $M = 690 - 40 = 650$  кН·м. При этом учитываем коэффициент  $\gamma_{b2} = 0,9$  т.е.  $R_b = 0,9 \cdot 17 = 15,3$  МПа, а напряжение  $\sigma_{sc}$  принимаем равным  $\sigma_{sc} = 500 - 380$  МПа. Тогда

$$\xi_1 = \frac{1170 \cdot 1570 + 355 \cdot 236 + 380 \cdot 392}{15,4 \cdot 300 \cdot 640} = 0,704 > \alpha_R = 0,341;$$

$$\alpha_m = 0,704(1 - 0,704/2) = 0,456;$$

$$\frac{2 \cdot 0,456 + 0,283}{3} 15,3 \cdot 300 \cdot 640^2 - 380 \cdot 392 \cdot 610 = 658,4 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 658,4 \text{ кН} \cdot \text{м} > M = 650 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

т.е. прочность сечения обеспечена при любых воздействиях.

**Пример 5.** Дано: размеры сечения  $b = 300$  мм,  $h = 700$  мм;  $a = a'_s = 50$  мм; бетон класса В25 ( $R_b = 14,5$  МПа), напрягаемая арматура класса А600 ( $R_s = 520$  МПа); сжатая напрягаемая арматура класса А400 ( $R_s = 355$  МПа) площадью сечения  $A'_s = 840$  мм<sup>2</sup> (1Ø32); изгибающий момент  $M = 490$  кН·м.

Требуется определить площадь сечения напрягаемой арматуры растянутой зоны.

Расчет.  $h_o = 700 - 50 = 650$  мм. Площадь сечения напрягаемой арматуры растянутой зоны определяем согласно [п.3.16](#). По формуле (3.13) вычисляем значение  $\alpha_m$ ;

$$\alpha_m = \frac{M - R_{sc} A'_s (h_o - a'_s)}{R_b b h_o^2} = \frac{490 \cdot 10^6 - 355 \cdot 804(650 - 50)}{14,5 \cdot 300 \cdot 650^2} = 0,1734.$$

$$\text{Тогда } \xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,1734} = 0,192.$$

Из [табл. 3.1](#) при классе арматуры А600, принимая согласно примеч.1  $\sigma_{sp}/R_s = 0,6$ , находим значение  $\zeta_R = 0,43 > 0,192$ .

Так как  $\xi/\zeta_R = 0,192/0,43 = 0,446 < 0,6$ , согласно [п. 3.9](#)  $\gamma_{s3} = 1,1$ .

Отсюда

$$A_{sp} = \frac{\xi R_b b h_o + R_{sc} A'_s}{\gamma_{s3} R_s} = \frac{0,192 \cdot 14,5 \cdot 300 \cdot 650 + 355 \cdot 804}{1,1 \cdot 520} = 1448 \text{ мм}^2.$$

Принимаем в сечении 3Ø25 ( $A_{sp} = 1473$  мм<sup>2</sup>).

### **Тавровые и двутавровые сечения.**

**Пример 6.** Дано: размеры сечения  $b'_f = 1120$  мм,  $h'_f = 30$  мм,  $b = 100$  мм,  $h = 300$  мм;  $a = 30$  мм; бетон класса В25 ( $R_b = 14,5$  МПа); напрягаемая арматура класса А600 ( $R_s = 520$  МПа); изгибающий момент  $M = 32$  кН·м.

Требуется определить площадь сечения арматуры.

Расчет.  $h_o = h - a = 300 - 30 = 270$  мм. Расчет ведем согласно [п.3.19](#) в предположении, что сжатой ненапрягаемой арматуры не требуется.

Проверяем условие [\(3.23\)](#):

$$R_b b_f h_f (h_o - 0,5h_f) = 14,5 \cdot 1120 \cdot 30(270 - 0,5 \cdot 30) = 124,2 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 124,2 \text{ кН} \cdot \text{м} > M = 32 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

т.е. граница сжатой зоны проходит в полке, и расчет производим как для прямоугольного сечения шириной  $b = b'_f = 1120$  мм согласно [п.3.14](#).

Определим значение  $a_m$  по формуле [\(3.9\)](#):

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b b h_o^2} = \frac{32 \cdot 10^6}{14,5 \cdot 1120 \cdot 270^2} = 0,027.$$

По [табл. 3.1](#) при классе арматуры А600 и  $\sigma_{sp}/R_s = 0,6$  находим  $\zeta_R = 0,43$ . Тогда  $a_R = \zeta_R(1 - \zeta_R/2) = 0,43(1 - 0,43/2) = 0,338 > a_m = 0,027$ , т.е. сжатой арматуры действительно не требуется, и площадь сечения арматуры вычисляем по формуле [\(3.10\)](#).

Для этого определяем  $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,027} = 0,0274$  и коэффициент  $\gamma_{s3}$  согласно [п.3.9](#). Так как  $\xi/\zeta_R = 0,0274/0,43 < 0,6$  принимаем  $\gamma_{s3} = 1,1$ .

Тогда при  $A_s = 0$

$$A_{sp} = \frac{\xi R_b b h_o}{\gamma_{s3} R_s} = \frac{0,0274 \cdot 14,5 \cdot 1120 \cdot 270}{1,1 \cdot 520} = 210 \text{ мм}^2.$$

Принимаем  $2\emptyset 12$  А600 ( $A_{sp} = 226 \text{ мм}^2$ ).

**Пример 7.** Дано: размеры сечения  $b'_f = 280$  мм,  $h'_f = 200$  мм,  $b = 80$  мм,  $h = 900$  мм;  $a = 72$  мм,  $a' = 40$  мм; бетон класса В30 ( $R_b = 17$  МПа); напрягаемая арматура в растянутой зоне класса А600 ( $R_s = 520$  МПа) площадью сечения  $A_{sp} = 2036 \text{ мм}^2$  ( $8\emptyset 18$ ); ненапрягаемая сжатая арматура класса А400 ( $R_{sc} = 355$  МПа) площадью сечения  $A'_s = 226 \text{ мм}^2$  ( $2\emptyset 12$ ); предварительное напряжение арматуры при  $\gamma_{sp} = 0,9$  с учетом всех потерь  $\sigma_{sp} = 320$  МПа; изгибающий момент  $M = 790 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Требуется проверить прочность сечения.

Расчет,  $h_o = 900 - 72 = 828$  мм. Проверяем условие [\(3.15\)](#), принимая  $\gamma_{s3} = 1,0$ :

$$R_b b_f h_f + R_{sc} A'_s = 17 \cdot 280 \cdot 200 + 355 \cdot 226 = 1032200 \text{ Н} < \gamma_{s3} R_s A_{sp} = 520 \cdot 2036 = 1058700 \text{ Н}$$

т.е. условие [\(3.15\)](#) не соблюдается; при  $\gamma_{s3} > 1$  это условие тем более не будет соблюдаться и, следовательно, граница сжатой зоны проходит в ребре, а прочность сечения проверяем согласно [п.3.17,б](#).

Площадь сечения сжатых свесов полки равна  $A_{ov} = (b'_f - b)h'_f = (280 - 80) 200 = 40000 \text{ мм}^2$ .

По формуле [\(3.16\)](#) определяем значение  $\xi_1$ :

$$\xi_1 = \frac{R_s A_{sp} - R_b A_{ov} - R_{sc} A'_s}{R_b b h_o} = \frac{520 \cdot 2036 - 17 \cdot 40000 - 355 \cdot 226}{17 \cdot 80 \cdot 828} = 0,265.$$

Из [табл. 3.1](#) при классе арматуры А600 и  $\sigma_{sp}/R_s = 320/520 = 0,615$  находим  $\zeta_R = 0,433$ .

Поскольку  $\xi_1 = 0,265 < \zeta_R = 0,433$ , расчет ведем из условия [\(3.17\)](#).

Определяем коэффициент  $\gamma_{s3}$  по формуле [\(3.19\)](#), предварительно вычислив

$$a_{ov} = \frac{R_b A_{ov} + R_{sc} A'_s}{R_b b h_o} = \frac{17 \cdot 40000 + 355 \cdot 226}{17 \cdot 80 \cdot 828} = 0,675;$$

$$\gamma_{s3} = \frac{5\zeta_R + a_{ov}}{4\zeta_R + \xi_1 + a_{ov}} = \frac{5 \cdot 0,433 + 0,675}{4 \cdot 0,433 + 0,265 + 0,675} = 1,063 < 1,1.$$

Высота сжатой зоны равна

$$x = \frac{\gamma_{s3} R_s A_{sp} - R_b A_{ov} - R_{sc} A'_s}{R_b b} = \frac{1,063 \cdot 520 \cdot 2036 - 17 \cdot 40000 - 355 \cdot 226}{17 \cdot 80} = 268 \text{ мм.}$$

Тогда

$$\begin{aligned} R_b b x (h_o - 0,5x) + R_b A_{ov} (h_o - 0,5h'_f) + R_{sc} A'_s (h_o - a'_s) &= \\ = 17 \cdot 80 \cdot 268(828 - 0,5 \cdot 268) + 17 \cdot 40000(828 - 0,5 \cdot 200) + 355 \cdot 226(828 - 40) &= \\ = 811,2 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 811,2 \text{ кН} \cdot \text{м} > 790 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

т.е. прочность сечения обеспечена.

**Пример 8.** Дано: размеры сечения  $b'_f = 280$  мм,  $h'_f = 200$  мм,  $b = 80$  мм,  $h = 900$  мм;  $a = 90$  мм;  $a'_s = 40$  мм; бетон класса В35 ( $R_b = 19,5$  МПа); напрягаемая арматура в растянутой зоне класса К1400 ( $R_s = 1170$  МПа); ненапрягаемая сжатая арматура класса А400 ( $R_s = 355$  МПа) площадью сечения  $A'_s = 226 \text{ мм}^2$  ( $2\varnothing 12$ ); изгибающий момент  $M = 1000 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Требуется подобрать сечение напрягаемой арматуры.

Расчет.  $h_o = h - a = 900 - 90 = 810$  мм. Расчет ведем согласно [п.3.19](#).

Проверяем условие ([3.23](#)):

$$\begin{aligned} R_b b'_f h'_f (h_o - 0,5h'_f) + R_{sc} A'_s (h_o - a'_s) &= 19,5 \cdot 280 \cdot 200(810 - 0,5 \cdot 200) + 355 \cdot 226(810 - 40) = \\ = 837 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 837 \text{ кН} \cdot \text{м} < M = 1000 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

т.е. граница сжатой зоны проходит в ребре, и поэтому требуемую арматуру определяем по формуле ([3.24](#)).

Площадь сжатых свесов полки равна

$$A_{ov} = (b'_f - b)h'_f = (280 - 80)200 = 40000 \text{ мм}^2.$$

По формуле ([3.25](#)) определяем значение  $\alpha_m$ :

$$\begin{aligned} \alpha_m &= \frac{M - R_b A_{ov} (h_o - 0,5h'_f) - R_{sc} A'_s (h_o - a'_s)}{R_b b h_o^2} = \\ &= \frac{1000 \cdot 10^6 - 19,5 \cdot 40000(810 - 0,5 \cdot 200) - 255 \cdot 226(810 - 40)}{19,5 \cdot 80 \cdot 810^2} = 0,3756. \end{aligned}$$

Тогда  $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,3756} = 0,501$ .

Из [табл. 3.1](#) при классе арматуры К1400 и при  $\sigma_{sp}/R_s = 0,6$  находим  $\xi_R = 0,34$ .

Так как  $\xi = 0,501 > \xi_R = 0,34$ , сжатой арматуры поставлено недостаточно, и необходимую ее площадь определяем по формуле ([3.22](#)), принимая  $\alpha_R = \xi_R(1 - 0,5\xi_R) = 0,34(1 - 0,5 \cdot 0,34) = 0,282$ ,

$$\begin{aligned} A'_s &= \frac{M - \alpha_R R_b b h_o^2 - R_b A_{ov} (h_o - 0,5h'_f)}{R_{sc} (h_o - a'_s)} = \\ &= \frac{1000 \cdot 10^6 - 0,282 \cdot 19,5 \cdot 80 \cdot 810^2 - 19,5 \cdot 40000(810 - 0,5 \cdot 200)}{355(810 - 40)} = 576 \text{ мм}^2. \end{aligned}$$

Сжатую арматуру принимаем в виде  $2\varnothing 20$  ( $A'_s = 628 \text{ мм}^2 > 576 \text{ мм}^2$ ) и снова аналогично определяем значение  $\xi$

$$\alpha_m = \frac{1000 \cdot 10^6 - 19,5 \cdot 40000 \cdot 710 - 355 \cdot 628 \cdot 770}{19,5 \cdot 80 \cdot 810^2} = 0,268.$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,268} = 0,319.$$

По формуле ([3.2](#)) определяем  $\gamma_{s3}$

$$\gamma_{s3} = 1,25 - 0,25 \frac{\xi}{\xi_R} = 1,25 - 0,25 \frac{0,319}{0,34} = 1,015.$$

Тогда

$$A_{sp} = \frac{\xi R_b b h_o + R_b A_{ov} + R_{sc} A'_s}{\gamma_{s3} R_s} =$$

$$= \frac{0,319 \cdot 19,5 \cdot 80 \cdot 810 + 19,5 \cdot 40000 + 355 \cdot 628}{1,015 \cdot 1170} = 1184 \text{ мм}^2.$$

Принимаем  $9\varnothing 15$  ( $A_{sp} = 1274,4 \text{ мм}^2$ ).

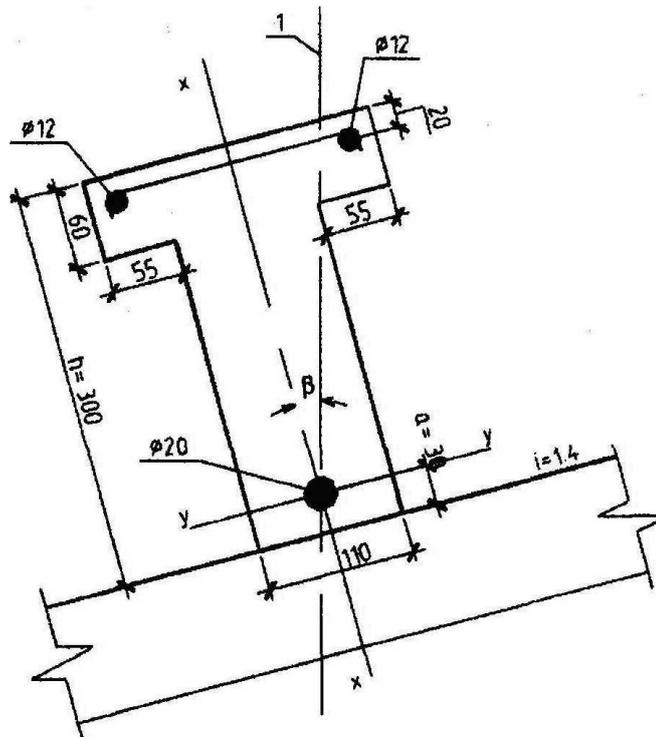
**Пример 9.** Дано: железобетонный прогон кровли с уклоном 1:4; размеры сечения по [черт 3.5](#); класс бетона В25 ( $R_b = 14,5 \text{ МПа}$ ); растянутая напрягаемая арматура класса А600 ( $R_s = 520 \text{ МПа}$ ) площадью сечения  $A_{sp} = 314,2 \text{ мм}^2$  ( $1\varnothing 20$ ); сжатая ненапрягаемая арматура класса А400 ( $R_{sc} = 355 \text{ МПа}$ ) площадью сечения  $A'_s = 226 \text{ мм}^2$  ( $2\varnothing 12$ ); предварительное напряжение арматуры при  $\gamma_{sp} = 0,9$  с учетом всех потерь  $\sigma_{sp} = 300 \text{ МПа}$ .

Требуется определить предельный изгибающий момент в вертикальной плоскости.

Расчет ведем без учета стержня, расположенного в наименее сжатом свесе полки. Из [черт 3.5](#) имеем:

$$h_o = h - a = 300 - 30 = 270 \text{ мм}; b_o = 110/2 = 55 \text{ мм}; b_{ov} = b'_{ov} = 55 \text{ мм}; h'_f = 60 \text{ мм}.$$

Определяем площадь сжатой зоны бетона по формуле (3.28), учитывая один сжатый стержень  $\varnothing 12$ , т.е.  $A'_s = 113 \text{ мм}^2$  и принимая  $\gamma_{s3} = 1,0$ :



**Черт.3.5.** К примеру расчета 9  
1 - плоскость действия изгибающего момента

$$A_b = \frac{\gamma_{s3} R_s A_{sp} - R_{sc} A'_s}{R_b} = \frac{520 \cdot 314,2 - 355 \cdot 113}{14,5} = 8501 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения наиболее сжатого свеса и ее статические моменты относительно осей  $x$  и  $y$  соответственно равны:

$$A_{ov} = b'_{ov} h'_f = 55 \cdot 60 = 3300 \text{ мм}^2;$$

$$S_{ov,y} = A_{ov} (b_o + 0,5b'_{ov}) = 3300(55+0,5 \cdot 55) = 272250 \text{ мм}^3;$$

$$S_{ov,x} = A_{ov} (b_o + 0,5h'_f) = 3300(270 - 0,5 \cdot 60) = 792000 \text{ мм}^3.$$

Так как  $A_b > A_{ov}$  далее расчет продолжаем как для таврового сечения.

$$A_{web} = A_b - A_{ov} = 8501 - 3300 = 5201 \text{ мм}^2.$$

Определяем размер сжатой зоны  $x_1$  по формуле (3.29), принимая  $\text{ctg}\beta = 4$ :

$$t = 1,5 \left( \frac{S_{ov,y} \text{ctg}\beta - S_{ov,x}}{A_{web}} + b_o \text{ctg}\beta - h_o \right) = 1,5 \left( \frac{272250 \cdot 4 - 792000}{5201} + 55 \cdot 4 - 270 \right) = 10,7 \text{ мм};$$

$$x_1 = -t + \sqrt{t^2 + 2A_{web} b \text{ctg}\beta} = -10,7 + \sqrt{10,7^2 + 2 \cdot 5201 \cdot 4} = 193,3 \text{ мм}.$$

Проверим условие (3.31):

$$\frac{1,5A_{web}}{b + b_{ov}} = \frac{1,5 \cdot 5201}{110 + 55} = 47,3 \text{ мм} < x_1 = 193,3 \text{ мм},$$

следовательно, расчет продолжаем по формулам косоугольного изгиба.

Определим значение  $\zeta$  по формуле (3.32), вычислив

$$\text{tg}\theta = \frac{x_1^2}{(2A_{web})} = \frac{193,3^2}{2 \cdot 5201} = 3,59;$$

$$\zeta_1 = \frac{b'_{ov} \text{tg}\theta + x_1}{(b_o + b'_{ov}) \text{tg}\theta + h_o} = \frac{55 \cdot 3,59 + 193,3}{(55 + 55)3,59 + 270} = 0,588.$$

Из табл. 3.1 при классе арматуры А600 и при  $\frac{\sigma_{sp}}{R_s} = \frac{300}{520} = 0,577$  находим  $\zeta_R = 0,425$ .

Поскольку  $\zeta_1 = 0,588 > \zeta_R = 0,425$ , расчет повторяем, заменяя в формуле (3.28) значение  $\gamma_{s3}R_s$  на напряжение  $\sigma_s$ , определенное по формуле (3.35) или (3.36).

Из табл. 3.2 при классе арматуры А600 и при  $\frac{\sigma_{sp}}{R_s} = 0,577$  находим  $\zeta_{el} = 0,643 > \zeta_1 = 0,588$ . Тогда

$$\sigma_s = \left( 0,9 + 0,1 \frac{\zeta_{el} - \zeta}{\zeta_{el} - \zeta_R} \right) R_s = \left( 0,9 + 0,1 \frac{0,643 - 0,588}{0,643 - 0,425} \right) 520 = 481,1 \text{ МПа};$$

$$A_b = \frac{481,1 \cdot 314,2 - 355 \cdot 113}{14,5} = 7659 \text{ мм}^2.$$

$$A_{web} = 7659 - 3300 = 4359 \text{ мм}^2.$$

$$t = 1,5 \left( \frac{272300 \cdot 4 - 792000}{4359} + 55 \cdot 4 - 270 \right) = 27,3 \text{ мм};$$

$$x_1 = -27,3 + \sqrt{27,3^2 + 2 \cdot 4359 \cdot 4} = 161 \text{ мм}.$$

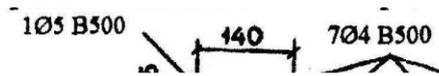
Определяем предельный изгибающий момент в плоскости оси  $x$  из условия (3.26)

$$\begin{aligned}
 M_{x,u} &= R_b [S_{ov,x} + A_{web}(h_o - x_1/3)] + R_{sc} S_{sx} = \\
 &= 14,5 [792000 + 4359(270 - 161/3)] + 355 \cdot 113(270 - 30) = \\
 &= 34,8 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 34,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.
 \end{aligned}$$

Предельный изгибающий момент в вертикальной плоскости равен

$$M_{ult} = M_{x,u} / \cos\beta = M_{x,u} \frac{\sqrt{\text{ctg}^2\beta + 1}}{\text{ctg}\beta} = 34,8 \frac{\sqrt{4^2 + 1}}{4} = 35,9 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

**Пример 10.** Дано: ребристая плита покрытия длиной 12м с поперечным сечением ребра по [черт.3.9](#); напрягаемая арматура из канатов класса К1400  $\varnothing 15$ ; предварительное напряжение с учетом первых потерь при  $\gamma_{sp} = 1,1$   $\sigma_{sp(1)} = 900$  МПа; передаточная прочность бетона  $R_{bp} = 25$  МПа; масса плиты 7,4 т; монтажные петли расположены на расстоянии 1000 мм от торца плиты.



Черт.3.9. К примеру расчета 10

Требуется проверить прочность плиты в стадии обжатия.

Расчет. Из [черт.3.9](#) видно, что напрягаемая арматура в виде  $4\varnothing 15$  располагается только в наиболее обжатой зоне, т.е.  $A'_{sp} = 566 \text{ мм}^2$ ,  $A_{sp} = 0,0$ .

Тогда усилие обжатия согласно формуле ([3.37](#)) равно

$$N_p = (\sigma'_{sp} - 330) A'_{sp} = (900 - 330) 566 = 322620 \text{ Н} = 322,6 \text{ кН}.$$

Ненапрягаемую арматуру  $1\varnothing 5$  В500, расположенную в наиболее обжатой зоне, в расчете не учитываем, поскольку она не удовлетворяет конструктивным требованиям [п.5.13](#), т.е.  $A_s = 0,0$ ,

В менее обжатой зоне располагается ненапрягаемая арматура  $1\varnothing 10$  А400 ( $A_{s1} = 78,5 \text{ мм}^2$ ), и  $(\varnothing 5 + 7\varnothing 4)$  В500 ( $A_{s2} = 19,6 + 87,9 = 107,5 \text{ мм}^2$ ). Расстояние центра тяжести этой арматуры от верхней грани равно:

$$a = \frac{A_{s1} a_{s1} + A_{s2} a_{s2}}{A_{s1} + A_{s2}} = \frac{78,5 \cdot 55 + 107,6 \cdot 14,5}{78,5 + 107,6} = 31,6 \text{ мм}.$$

Следовательно,  $h_o = h - a = 450 - 31,6 = 418 \text{ мм}$ .

Определяем значение  $e$  согласно [п.3.25](#). Расстояние центра тяжести напрягаемой арматуры от нижней грани равно  $a'_p = 32,5 + 45/2 = 55 \text{ мм}$ . Тогда  $e_p = h_o - a_p = 418 - 55 = 363 \text{ мм}$ .

Равномерно распределенная нагрузка от половины веса плиты при учете указания [п.2.12](#)

$$q = \frac{7400}{12} \cdot \frac{0,01}{2} = 3,08 \text{ кН/м}.$$

Определяем длину зоны передачи напряжения согласно [п.2.35](#). Значение  $R_{bt}$ , соответствующее передаточной прочности бетона  $R_{bp} = 25$  МПа, т.е. при В25, равно  $R_{bt} =$

$$l_p = \frac{\sigma_{sp}}{4R_{bond}} d_s = \frac{900}{4 \cdot 2,31} 15 = 1461 \text{ мм}$$

1,05 МПа. Тогда  $R_{bond} = \eta R_{bt} = 2,2 \cdot 1,05 = 2,31$  МПа и

Поскольку  $l_p = 1,46$  м больше расстояния монтажной петли от торца  $a = 1$  м, проверяем сечение в конце зоны передачи напряжения, где усилие обжатия используется полностью. В этом сечении при подъеме плиты действует момент от собственного веса, растягивающий нижнюю наиболее обжатую зону. При этом коэффициент динамичности не учитывается, а коэффициент надежности по нагрузке принимается равным  $\gamma_f = 0,9$ , т.е.  $q = 3,08 \cdot 0,9 = 2,77$  кН/м. Определим этот момент по формуле

$$M = q(l_p - a)[l - 2a - (l_p - a)]/2 - qa^2/2 = 2,77 \cdot 0,46(12 - 2 \cdot 1 - 0,46)/2 - 2,77 \cdot 1^2/2 = 4,7 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определяем момент  $N_{pe}$ , принимая значение  $M$  со знаком "минус"

$$N_{pe} = N_{pep} - M = 322,6 \cdot 0,363 - 4,7 = 112,4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Расчетное сопротивление бетона, соответствующее передаточной прочности бетона  $R_{bp}$ , согласно [табл.2.4](#) равно  $R_b^{(p)} = 14,5$  МПа

Поскольку ширина ребра  $b$  переменна, принимаем в первом приближении ширину ребра посередине высоты сжатой зоны равной  $\xi_R h_o$ . Из [табл.3.3](#) принимаем значение  $\xi_R$  по арматуре класса В500 как минимальное, т.е.  $\xi_R = 0,502$ .

Тогда

$$b = 100 + \frac{15 + 140 - 100}{450 - 30} \cdot \frac{0,502 \cdot 418}{2} = 113,7 \text{ мм}.$$

Значение  $\xi$  при  $A'_s = 0$  и  $R_s A_s = 355 \cdot 78,5 + 415 \cdot 107,6 = 72520$  Н равно

$$\xi = \frac{N_p + R_s A_s}{R_b^{(p)} b h_o} = \frac{322600 + 72520}{14,5 \cdot 113,7 \cdot 418} = 0,573.$$

Поскольку  $\xi = 0,573 > \xi_R = 0,502$ , высоту сжатой зоны определяем по формуле ([3.39](#))

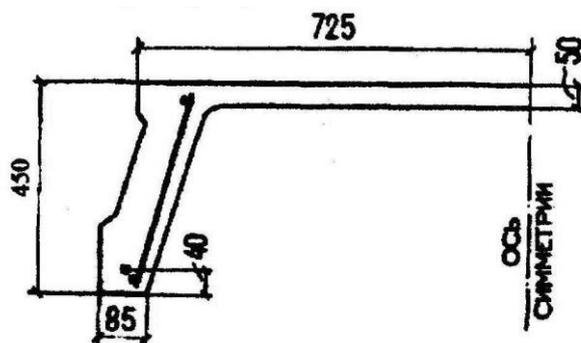
$$x = \frac{N_p + R_s A_s \frac{1 + \xi_R}{1 - \xi_R}}{R_b^{(p)} b + \frac{2R_s A_s}{h_o(1 - \xi_R)}} = \frac{322600 + 72520 \frac{1,502}{0,498}}{14,5 \cdot 113,7 + \frac{2 \cdot 72520}{418 \cdot 0,498}} = 230,8 \text{ мм}.$$

При этом ширина ребра, принятая на уровне  $0,5 \xi_R h_o = 105$  мм, меньшем  $x/2 = 115,4$  мм, должна быть несколько увеличена. Не пересчитывая "в запас" эту ширину ребра, проверим прочность плиты в стадии обжатия из условия ([3.38](#)):

$$\begin{aligned} R_b^{(p)} b x (h_o - 0,5x) &= 14,5 \cdot 113,7 \cdot 230,8 (418 - 0,5 \cdot 230,8) = \\ &= 115,14 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 115,1 \text{ кН} \cdot \text{м} > N_{pe} = 112,4 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

т.е. прочность в стадии обжатия обеспечена.

**Пример 11.** Дано: железобетонная плита перекрытия с размерами поперечного сечения по [черт 3.22](#); бетон класса В25 ( $R_b = 14,5$  МПа;  $R_{bt} = 1,05$  МПа); ребро плиты армировано плоским каркасом с поперечными стержнями из арматуры класса В500 диаметром 5 мм ( $A_{sw} = 19,6$  мм<sup>2</sup>;  $R_{sw} = 300$  МПа) шагом  $s_w = 200$  мм; усилие обжатия от продольной арматуры в ребре  $P = 170$  кН; расчетная нагрузка, приходящаяся на половину сечения плиты  $q = 23$  кН/м; временная часть нагрузки  $q_v = 19$  кН/м; поперечная сила в опорном сечении ребра  $Q_{max} = 55$  кН.



Черт.3.22. К примеру расчета 11

Требуется проверить прочность по бетонной полосе между наклонными сечениями, а также прочность по наклонным сечениям на действие поперечных сил.

Р а с ч е т. Из [черт 3.22](#) имеем  $h_o = 450 - 40 = 410$  мм,  $b = 85$  мм.

Прочность бетонной полосы проверяем из условия [\(3.49\)](#).

$$0,3R_b b h_o = 0,3 \cdot 14,5 \cdot 85 \cdot 410 = 151600 \text{ Н} = 151,6 \text{ кН} > Q_{max} = 55 \text{ кН.}$$

т.е. прочность бетонной полосы обеспечена.

Прочность по наклонным сечениям проверяем из условия [\(3.50\)](#).

По формуле [\(3.55\)](#) определим

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{s_w} = \frac{300 \cdot 19,6}{200} = 29,4 \text{ Н/мм}$$

По формуле [\(3.53a\)](#) определяем коэффициент  $\varphi_n$ . Для этого, принимая  $A_1 = b \cdot h = 85 \cdot 450$

$$= 38250 \text{ мм}^2, \text{ вычислим } \frac{P}{R_b A_1} = \frac{170000}{14,5 \cdot 38250} = 0,3065.$$

$$\varphi_n = 1 + 1,6 \frac{P}{R_b A_1} - 1,16 \left( \frac{P}{R_b A_1} \right)^2 = 1 + 1,6 \cdot 0,3065 - 1,16 \cdot 0,3065^2 = 1,381.$$

Тогда

Проверим условие [\(3.56\)](#)

$$0,25\varphi_n R_{bt} b = 0,25 \cdot 1,381 \cdot 1,05 \cdot 85 = 30,85 \text{ Н/мм} > q_{sw} = 29,4 \text{ Н/мм},$$

т.е. условие [\(3.56\)](#) не выполняется, и тогда принимаем  $\varphi_n R_{bt} b = 4q_{sw}$ , что соответствует  $M_b = 6q_{sw} h_o^2 = 6 \cdot 29,4 \cdot 410^2 = 29,65 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$ ;  $Q_{b,min} = 2q_{sw} h_o = 2 \cdot 29,4 \cdot 410 = 24108 \text{ Н}$ ;

$$\frac{q_{sw}}{\varphi_n R_{bt} b} = 0,25;$$

при этом  $c_o = 2h_o = 2 \cdot 410 = 820$  мм.

Определяем длину проекции  $c$  не выгоднейшего наклонного сечения согласно [п.3.33](#).

$$q_1 = q - 0,5q_v = 23 - 0,5 \cdot 19 = 13,5 \text{ кН/м (Н/мм)}.$$

$$\sqrt{\frac{M_b}{q_1}} = \sqrt{\frac{29,65 \cdot 10^6}{13,5}} = 1482 \text{ мм} > \frac{2h_o}{1 - 0,5 \frac{q_{sw}}{\varphi_n R_{bt} b}} = \frac{2 \cdot 410}{1 - 0,5 \cdot 0,25} = 937 \text{ мм}$$

Так как

принимаем  $c = \sqrt{\frac{M_b}{q_1}} = 1482 \text{ мм}$ , но  $3h_o = 3 \cdot 410 = 1230 \text{ мм} < c$ , принимаем  $c = 3h_o = 1230$

мм, что соответствует  $Q_b = Q_{b,min} = 24108 \text{ Н} = 24,1 \text{ кН}$ .

Проверяем условие [\(3.50\)](#), принимая  $Q$  в конце наклонного сечения, т.е.  $Q = Q_{max} - q_1 c = 55 - 13,5 \cdot 1,23 = 38,4 \text{ кН}$ :

$$Q_b + 0,75q_{sw} c_o = 24,1 + 0,75 \cdot 29,4 \cdot 0,82 = 42,2 \text{ кН} > Q = 38,4 \text{ кН},$$

т.е. прочность любого наклонного сечения обеспечена.

Согласно [п. 3.36](#) определим  $s_{w,max}$ , заменяя  $\varphi_n R_b b$  на  $4q_{sw}$

$$s_{w,max} = \frac{\varphi_n R_{bt} b h_o^2}{Q_{max}} = \frac{4q_{sw} h_o^2}{Q_{max}} = \frac{4 \cdot 29,4 \cdot 410^2}{5500} = 359 \text{ мм} > s_w = 200 \text{ мм}$$

и кроме того  $s_w < h_o/2 = 410/2 = 205$  мм, т.е. требования [п.5.12](#) выполнены.

**Пример 12.** Дано: свободно опертый железобетонный ригель перекрытия пролетом  $l = 8,3$  м нагружен равномерно распределенной нагрузкой: временной эквивалентной  $q_v = 114$  кН/м и постоянной  $q_g = 46$  кН/м; размеры поперечного сечения  $b = 300$  мм,  $h = 800$  мм,  $h_o = 700$  мм; бетон класса В30 ( $R_b = 17$  МПа;  $R_{bt} = 1,15$  МПа) хомуты сварные из арматуры класса А400 ( $R_{sw} = 285$  МПа); усилие предварительного обжатия  $P = 1600$  кН.

Требуется определить диаметр и шаг хомутов у опоры, а также выяснить на каком расстоянии от опоры и как может быть увеличен их шаг.

Р а с ч е т . Наибольшая поперечная сила в опорном сечении равна:

$$Q_{max} = \frac{ql}{2} = \frac{160 \cdot 8,3}{2} = 664 \text{ кН},$$

(здесь  $q = q_v + q_g = 114 + 46 = 160$  кН/м).

Определим требуемую интенсивность хомутов приопорного участка согласно [п.3.34,б](#).

По формуле ([3.53а](#)) определим коэффициент  $\varphi_n$ , принимая

$$A_1 = bh = 300 \cdot 800 = 240000 \text{ мм}^2 \text{ и } \frac{P}{R_b A_1} = \frac{1600 \cdot 10^3}{17 \cdot 240000} = 0,392,$$

$$\varphi_n = 1 + 1,6 \frac{P}{R_b A_1} - 1,16 \left( \frac{P}{R_b A_1} \right)^2 = 1 + 1,6 \cdot 0,392 - 1,16 \cdot 0,392^2 = 1,45.$$

Из формулы ([3.52](#)) имеем

$$M_b = 1,5 \varphi_n R_{bt} b h_o^2 = 1,5 \cdot 1,45 \cdot 1,15 \cdot 300 \cdot 700^2 = 367,7 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 367,7 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$q_1 = q_g + 0,5q_v = 46 + 114/2 = 103 \text{ кН/м (Н/мм)};$$

$$Q_{b1} = 2\sqrt{M_b q_1} = 2\sqrt{367,7 \cdot 103} = 389,2 \text{ кН}.$$

$$Q_{b1} = 389,2 \text{ кН} > \frac{2M_b}{h_o} - Q_{max} = \frac{2 \cdot 367,7}{0,7} - 664 = 386,6 \text{ кН}$$

Так как , интенсивность хомутов определяем по формуле ([3.59](#)):

$$q_{sw} = \frac{Q_{max}^2 - Q_{b1}^2}{3M_b} = \frac{664^2 - 389,2^2}{3 \cdot 367,7} = 262,4 \text{ кН/м}$$

При этом, поскольку  $Q_{b1} = 389,2$  кН  $> \varphi_n R_b b h_o = 1,45 \cdot 1,15 \cdot 300 \cdot 700 = 350200$  Н = 350,2кН, оставляем  $q_{sw} = 262,4$  Н/мм.

Проверим условие ([3.56](#)):

$$0,25 \varphi_n R_{bt} b = 0,25 \cdot 1,45 \cdot 1,05 \cdot 300 = 125 \text{ Н/мм} < q_{sw},$$

т.е. это условие выполняется.

Согласно [п.5.12](#) шаг хомутов у опоры должен быть не более  $0,5h_o = 350$  мм и не более 300 мм, а в пролете не более  $3/4h_o = 525$  мм. Максимальный шаг хомутов у опоры согласно формуле ([3.67](#)) равен

$$s_{w,max} = \frac{\varphi_n R_{bt} b h_o^2}{Q_{max}} = \frac{1,45 \cdot 1,15 \cdot 300 \cdot 700^2}{664 \cdot 10^3} = 369 \text{ мм}.$$

Принимаем шаг хомутов у опоры  $s_1=250$  мм, а в пролете -  $s_2 = 2s_1 = 500$  мм.

$$A_{sw} = \frac{q_{sw}s_1}{R_{sw}} = \frac{262,4 \cdot 250}{285} = 230,2 \text{ мм.}$$

Отсюда

Принимаем в поперечном сечении три хомута диаметром 10 мм ( $A_{sw1} = 236 \text{ мм}^2$ ).

$$q_{sw1} = \frac{R_{sw}A_{sw1}}{s_1} = \frac{285 \cdot 236}{285} = 269 \text{ Н/мм.}$$

Тогда

$$q_{sw2} = 0,5q_{sw1} = 0,5 \cdot 269 = 134,5 \text{ Н/мм} > 0,25\varphi_n R_{bt}b = 125 \text{ Н/мм.}$$

Длину участка с наибольшей интенсивностью хомутов  $q_{sw1}$  определяем согласно [п. 3.35](#).

Так как  $\Delta q_{sw} = 0,75(q_{sw1} - q_{sw2}) = 0,75 \cdot 134,5 = 100,9 \text{ Н/мм} < q_1 = 103 \text{ Н/мм}$ , значение  $c$  равно

$$c = \sqrt{\frac{M_b}{q_1 - \Delta q_{sw}}} = \sqrt{\frac{367,7}{103 - 100,9}} = 13,2 \text{ м} > 3h_o = 3 \cdot 0,7 = 2,1 \text{ м.}$$

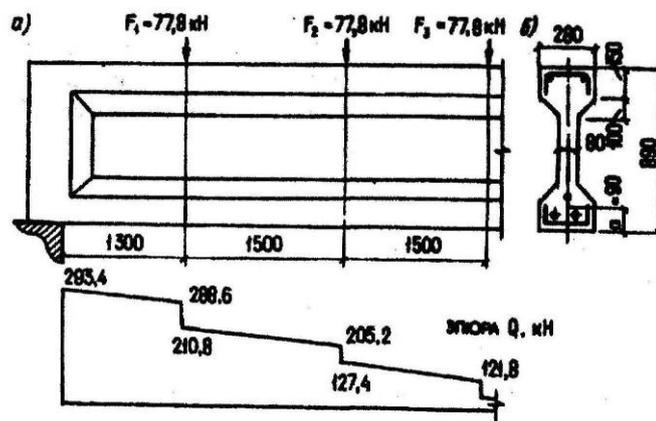
Принимаем  $c = 2,1$  м и  $c_o = 2h_o = 2 \cdot 0,7 = 1,4$  м. Тогда

$$l_1 = c - \frac{M_b / c + 0,75q_{sw1}c_o - Q_{\max} + q_1c}{\Delta q_{sw}} =$$

$$= 2,1 - \frac{367,7 / 2,1 + 0,75 \cdot 269 \cdot 1,4 - 664 + 103 \cdot 2,1}{100,9} = 2,0 \text{ м.}$$

Принимаем длину приопорного участка с шагом хомутов  $s_w = 250$  мм не менее 2 м.

**Пример 13.** Дано: железобетонная балка покрытия, нагруженная сосредоточенными силами, как показано на [черт.3.23,а](#); размеры поперечного сечения - по [черт.3.23,б](#); бетон класса В50 ( $R_{bt} = 1,6$  МПа,  $R_b = 27,5$  МПа); хомуты из арматуры класса А400 ( $R_{sw} = 285$  МПа); усилие предварительного обжатия  $P = 640$  кН.



Черт. 3.23. К примеру расчета 13

Требуется определить диаметр и шаг хомутов, а также выяснить на каком расстоянии и как может быть увеличен их шаг,

Расчет. Согласно [черт.3.23,б](#) имеем:  $b = 80$  мм,  $h = 890$  мм,  $h_o = 890 - 90 = 800$  мм. По формуле [\(3.53а\)](#) определим коэффициент  $\varphi_n$  принимая  $A_1 = bh = 80 \cdot 890 = 71200 \text{ мм}^2$  и

$$\frac{P}{R_b A_1} = \frac{640 \cdot 10^3}{27,5 \cdot 71200} = 0,327$$

$$\varphi_n = 1 + 1,6 \frac{P}{R_b A_1} - 1,16 \left( \frac{P}{R_b A_1} \right)^2 = 1 + 1,6 \cdot 0,327 - 1,16 \cdot 0,327^2 = 1,399.$$

Определим требуемую интенсивность хомутов согласно [п.3.34](#),а, принимая длину проекции наклонного сечения  $c$ , равной расстоянию от опоры до первого груза –  $c_1 = 1,3$  м. Тогда  $a_1 = c_1/h_o = 1,3/0,8 = 1,625 < 2,0$ , и следовательно,  $a_{01} = a_1 = 1,625$ .

$$\varepsilon_{zpi} = \frac{1,5}{a_i} + 0,1875a_{oi} = \frac{1,5}{1,625} + 0,1875 \cdot 1,625 = 1,228.$$

Поперечная сила на расстоянии  $c_1$  от опоры равна  $Q_1 = 288,6$  кН (см. [черт.3.23](#),а).

$$\varepsilon_1 = \frac{Q_1}{\varphi_n R_{br} b h_o} = \frac{288,6 \cdot 10^3}{1,399 \cdot 1,6 \cdot 80 \cdot 800} = 2,015 > \varepsilon_{zpi} = 1,228$$

Поскольку значение  $q_{sw(1)}$  определяем по формуле [\(3.58\)](#)

$$q_{sw(1)} = \varphi_n R_{br} b \frac{e_1 - 1,5/a_1}{0,75a_{01}} = 1,399 \cdot 1,6 \cdot 80 \frac{2,015 - 1,5/1,625}{0,75 \cdot 1,625} = 160,4 \text{ Н/мм}$$

Определим значение  $q_{sw(2)}$  при значении  $c$ , равном расстоянию от опоры до второго груза –  $c_2 = 2,8$  м.

$$a_2 = c_2/h_o = 2,8/0,8 = 3,5 > 2,0, \text{ следовательно, } a_{02} = 2,0.$$

$$\varepsilon_{zpi} = \frac{1,5}{a_2} + 0,1875a_{02} = \frac{1,5}{3,5} + 0,1875 \cdot 2 = 0,804.$$

Соответствующая поперечная сила равна  $Q_2 = 205,2$  кН.

$$\varepsilon_2 = \frac{Q_2}{\varphi_n R_{br} b h_o} = \frac{205,2 \cdot 10^3}{1,399 \cdot 1,6 \cdot 80 \cdot 800} = 1,432 > \varepsilon_{zpi} = 0,804,$$

Поскольку

$$q_{sw(2)} = \varphi_n R_{br} b \frac{\varepsilon_2 - 1,5/a_2}{0,75a_{02}} = 1,399 \cdot 1,6 \cdot 80 \frac{1,432 - 1,5/3,5}{0,75 \cdot 2} = 119,8 \text{ Н/мм}$$

Принимаем максимальное значение  $q_{sw} = q_{sw(1)} = 160,4$  Н/мм.

Согласно [п.5.12](#) шаг  $s_{w1}$  у опоры должен быть не более  $0,5h_o = 400$  мм и не более 300 мм, а в пролете - не более  $3/4h = 600$  мм. Максимально допустимый шаг у опоры согласно формуле [\(3.67\)](#) равен

$$s_{w,\max} = \frac{\varphi_n R_{br} b h_o^2}{Q_{\max}} = \frac{1,399 \cdot 1,6 \cdot 80 \cdot 800^2}{294,6 \cdot 10^3} = 389 \text{ мм.}$$

Принимаем шаг у опоры  $s_{w1} = 200$  мм, а в пролете  $s_{w2} = 2s_{w1} = 400$  мм.

$$\text{Отсюда } A_{sw1} = \frac{q_{sw} s_{w1}}{R_{sw}} = \frac{160,4 \cdot 200}{285} = 112,6 \text{ мм.}^2$$

Принимаем одноответвевые хомуты диаметром 12 мм ( $A_{sw} = 113,1 \text{ мм}^2$ ).

Длину участка с шагом хомутов  $s_{w1}$  определяем из условия обеспечения прочности

$$q_{sw1} = \frac{R_{sw} A_{sw1}}{s_{w1}} = \frac{285 \cdot 236}{250} = 161,2 \text{ Н/мм.};$$

согласно [п.3.35](#). При этом  $q_{sw2} = 0,5q_{sw1} = 80,6$  Н/мм;  $q_{sw1} - q_{sw2} = 80,6$  Н/мм.

Зададим длину участка с шагом хомутов  $s_{w1}$  равной расстоянию от опоры до второго груза  $l_1 = 2,8$  м и проверим условие [\(3.50\)](#) при значении  $c$ , равном расстоянию от опоры до третьего груза:  $c = 4,3$  м  $> l_1$ .

Поскольку  $2h_o + l_1 = 2 \cdot 0,8 + 2,8 = 4,4$  м  $> c = 4,3$  м, значение  $Q_{sw}$  определяем по формуле [\(3.63\)](#), принимая  $c_o = 2h_o = 1,6$  м,

$$Q_{sw} = 0,75[q_{sw1}c_o - (q_{sw1} - q_{sw2})(c - l_1)] = 0,75[161,2 \cdot 1,6 - 80,6(4,3 - 2,8)] = 102,8 \text{ кН.}$$

При  $c = 4,3 \text{ м} > 3h_o = 3 \cdot 0,8 = 2,4 \text{ м}$  значение  $Q_b$  соответствует его минимальному значению  $Q_b = Q_{b,min} = 0,5\varphi_n R_{bt} b h_o = 0,5 \cdot 1,399 \cdot 1,6 \cdot 80 \cdot 800 = 71629 \text{ Н} = 71,6 \text{ кН}$ . Соответствующая поперечная сила равна  $Q_3 = 121,8 \text{ кН}$  (см. [черт.3.23,а](#)).

$Q_b + Q_{sw} = 71,6 + 102,8 = 174,4 \text{ кН} > Q_3 = 121,8 \text{ кН}$ , т.е. прочность наклонного сечения обеспечена.

Таким образом, длину приопорных участков с шагом хомутов 200 мм принимаем равной  $l = 2,8 \text{ м}$  при шаге хомутов 400 мм в пролетном участке.

**Пример 14.** Дано: плита перекрытия с растянутой гранью, наклонной к горизонтали, с размерами по [черт.3.24](#); бетон класса В40 ( $R_b = 22 \text{ МПа}$ ,  $R_{bt} = 1,4 \text{ МПа}$ ); одноветвевые хомуты из арматуры класса А400 ( $R_{sw} = 285 \text{ МПа}$ ) диаметром 10 мм ( $A_{sw} = 78,5 \text{ мм}^2$ ) и шагом  $s_w = 100 \text{ мм}$ ; усилие предварительного обжатия  $P = 980 \text{ кН}$ ; временная эквивалентная нагрузка  $q_v = 24,2 \text{ кН/м}$ ; постоянная нагрузка  $q_g = 7,8 \text{ кН/м}$ ; поперечная сила на опоре  $Q_{max} = 186 \text{ кН}$ .

Требуется проверить прочность наклонного сечения по поперечной силе.

Расчет ведем согласно [п.3.38](#).

Из [черт.3.24](#) имеем  $h_{o1} = 300 - 75 = 225 \text{ мм}$ . Размер  $b$  принимаем на уровне середины высоты опорного сечения

$$b = 250 - \left( \frac{300}{2} - 60 \right) \frac{250 - 205}{300 - 60} = 233 \text{ мм.}$$

По формуле ([3.53а](#)) определим коэффициент  $\varphi_n$ , принимая  $A_1$  по опорному сечению  $A_1 = bh = 233 \cdot 300 = 69900 \text{ мм}^2$  и  $\frac{P}{R_b A_1} = \frac{980 \cdot 10^3}{22 \cdot 69900} = 0,637$ ;

$$\varphi_n = 1 + 1,6 \frac{P}{R_b A_1} - 1,16 \left( \frac{P}{R_b A_1} \right)^2 = 1 + 1,6 \cdot 0,637 - 1,16 \cdot 0,637^2 = 1,55.$$

Тогда  $\varphi_n R_{bt} b = 1,55 \cdot 1,4 \cdot 233 = 505,6 \text{ Н}$ .

По формуле ([3.55](#)) определяем

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{s_w} = \frac{285 \cdot 78,5}{100} = 223,7 \text{ Н/мм}$$

Значение  $\text{tg}\beta$  согласно [черт.3.24,а](#) равно

$$\text{tg}\beta = \frac{600 - 300}{3680} = 0,0815 \text{ и } 1 - 2\text{tg}\beta = 1 - 2 \cdot 0,0815 = 0,837.$$

$$q_1 = q_g + 0,5q_v = 7,8 + 0,5 \cdot 24,2 = 19,9 \text{ кН/м.}$$

По формуле ([3.68](#)) определяем проекцию невыгоднейшего наклонного сечения

$$c = h_o \sqrt{\frac{1,5}{q_1 / (\varphi_n R_{bt} b) + 1,5\text{tg}^2 \beta}} = 225 \sqrt{\frac{1,5}{19,9 / 505,6 + 1,5 \cdot 0,0185^2}} = 1241 \text{ мм.}$$

При этом

$$2h_{o1} \frac{1 - 2\text{tg}\beta}{(1 - 2\text{tg}\beta)^2 - 0,5 \frac{q_{sw}}{\varphi_n R_{bt} b}} = 2 \cdot 225 \frac{0,837}{0,837 - 0,5 \cdot 223,7 / 505,6} = 785 \text{ мм} < c = 1241 \text{ мм}$$

и следовательно, оставляем  $c = 1241$  мм, но поскольку

$$c_{\max} = 3h_o = \frac{3h_{o1}}{1-3\operatorname{tg}\beta} = \frac{3 \cdot 225}{1-3 \cdot 0,0815} = 893,4 \text{ мм} < c$$

принимаем  $c = c_{\max} = 893,4$  мм. Тогда  $h_o = c_{\max} / 3 = 893,4 / 3 = 297,8$  мм.

Ширина ребра на уровне середины высоты  $h = h_o + a = 298 + 75 = 373$  мм равно

$$b = 250 - \left( \frac{373}{2} - 60 \right) \frac{45}{240}, \text{ и тогда } A_1 = bh = 226 \cdot 373 = 84298 \text{ мм}^2 \text{ и}$$

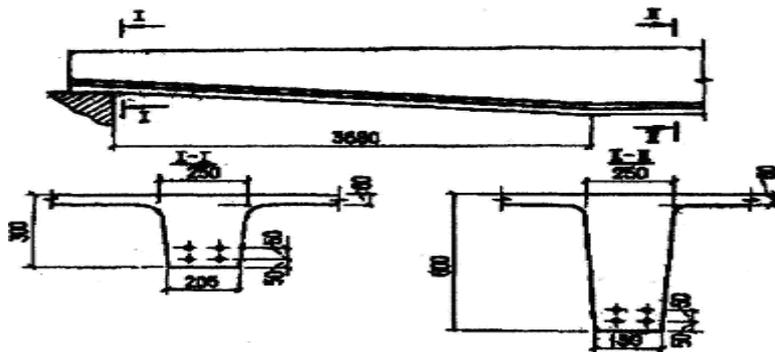
$$\frac{P}{R_b A_1} = \frac{640 \cdot 10^3}{27,5 \cdot 71200} = 0,327; \varphi_n = 1 + 1,6 \cdot 0,528 - 1,16 \cdot 0,528^2 = 1,399.$$

Поскольку  $c = c_{\max}$ ,  $Q_b = Q_{b,\min} = 0,5\varphi_n R_{bt} b h_o = 0,5 \cdot 1,52 \cdot 1,4 \cdot 226 \cdot 298 = 71,6 \cdot 10^3 \text{ Н} = 71,6$  кН.

Проверим условие (3.50), принимая  $Q_{sw} = 0,75q_{sw}c_o = 0,75 \cdot 223,7 \cdot 596 = 99994 \text{ Н} \approx 100$  кН и  $Q = Q_{\max} - q_1 c = 19,9 \cdot 0,893 = 168,2$  кН.

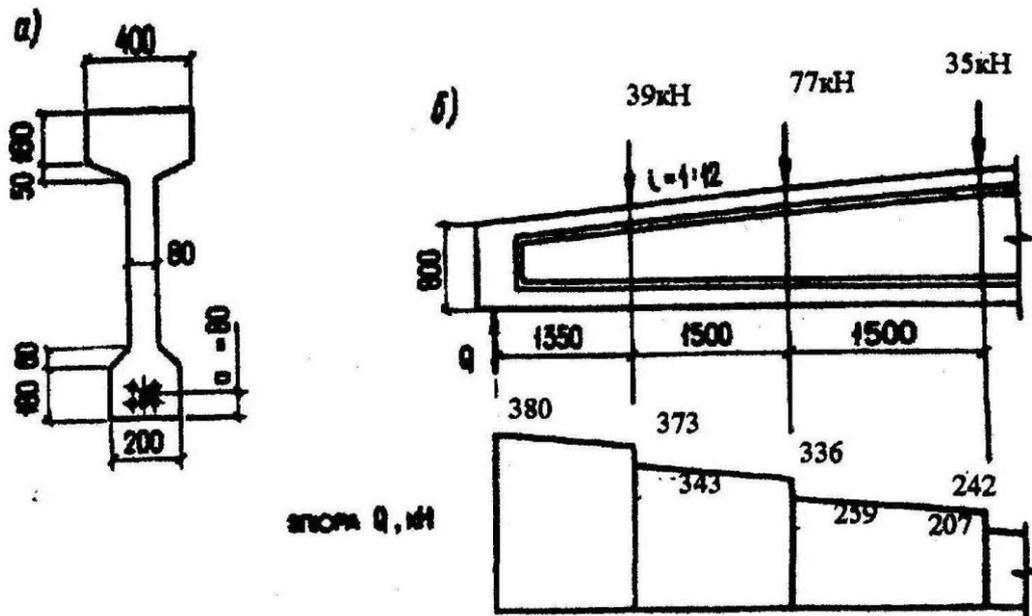
$$Q_b + Q_{sw} = 71,6 + 100 = 171,6 \text{ кН} > Q = 168,2 \text{ кН},$$

т.е. прочность наклонных сечений обеспечена.



Черт.3.24. К примеру расчета 14

**Пример 15.** Дано: железобетонная двускатная балка с размерами по черт.3.25,а загружена сосредоточенными силами от плит покрытия и подвесных кранов, как показано на черт.3.25,б; бетон класса В40 ( $R_b = 22$  МПа,  $R_{bt} = 1,4$  МПа); хомуты двухветвевые из арматуры класса А400 ( $R_{sw} = 285$  МПа) диаметром 10 мм ( $A_{sw} = 157 \text{ мм}^2$ ) и шагом  $s_w = 100$  мм; усилие предварительного обжатия  $P = 1220$  кН.



Черт.3.25. К примеру расчета 15

Требуется проверить прочность наклонных сечений по поперечной силе.

Расчет ведем согласно п.3.38. Проверим прочность наклонного сечения с длиной проекции, равной расстоянию от опоры до первого груза  $c_1 = 1,35$  м. Согласно черт.3.25,б  $\operatorname{tg}\beta = 1/12$ .

Высота поперечного сечения в конце наклонного сечения равна

$$h = 800 + 1350/12 = 912 \text{ мм.}$$

Определим значение  $\varphi_n$  для этого сечения согласно п.3.32:

$$A_1 = b \cdot h + (b_f - b)b_f = 80 \cdot 912 + (200 - 80) \cdot 210 = 98160 \text{ мм}^2;$$

$$\frac{P}{R_b A_1} = \frac{1220 \cdot 10^3}{22 \cdot 98160} = 0,565;$$

$$\varphi_n = 1 + 1,6 \frac{P}{R_b A_1} - 1,16 \left( \frac{P}{R_b A_1} \right)^2 = 1 + 1,6 \cdot 0,565 - 1,16 \cdot 0,565^2 = 1,534.$$

$$q_{sw1} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{s_w} = \frac{285 \cdot 157}{150} = 298,3 \text{ Н/мм}$$

Значение  $q_{sw}$  равно

Рабочая высота опорного сечения равна  $h_{o1} = 800 - 80 = 720$  мм.

Поскольку значение

$$h_{o1} \sqrt{\frac{1,5}{0,73 q_{sw} / (\varphi_n R_{bt} b) + 1,5 \operatorname{tg}^2 \beta}} = 720 \sqrt{\frac{1,5}{1,534 \cdot 1,4 \cdot 80 + \frac{1,5}{12^2}}} = 770 \text{ мм.}$$

меньше  $c_1 = 1350$  мм, принимаем  $c_1 = 770$  мм.

Полная и рабочая высота поперечного сечения на расстоянии  $c_1 = 770$  мм от опоры равны

$$h = 800 + 770/12 = 864,2 \text{ мм}; h_o = 864,2 - 80 = 784,2 \text{ мм.}$$

Определим значение  $\varphi_n$  для этого сечения:  $A_I = 80 \cdot 864,2 + 120 \cdot 210 = 94336 \text{ мм}^2$ ;

$$\frac{P}{R_b A_I} = \frac{1220 \cdot 10^3}{22 \cdot 94336} = 0,588, \quad \varphi_n = 1 + 1,6 \cdot 0,588 - 1,16 \cdot 0,588^2 = 1,54.$$

Тогда 
$$Q_b = \frac{1,5 \varphi_n R_{bt} b h_o^2}{c} = \frac{1,5 \cdot 1,54 \cdot 1,4 \cdot 80 \cdot 784,2^2}{770} = 204780 \text{ Н}$$

Принимая  $c_o = c = 770 \text{ мм} < 2h_o$ , имеем

$Q_{sw} = 0,75 q_{sw} c_o = 0,75 \cdot 298,3 \cdot 770 = 172268 \text{ Н}$ . Проверяем условие (3.50), принимая значение  $Q$  на расстоянии  $c_1 = 0,77 \text{ м}$  от опоры равным

$$Q = 380 - \frac{0,77}{1,35} (380 - 373) = 376 \text{ кН}$$

$Q_b + Q_{sw} = 204,8 + 172,3 = 376,1 \text{ кН} > Q = 376 \text{ кН}$ , т.е. прочность этого наклонного сечения обеспечена.

Проверим прочность наклонного сечения с длиной проекции, равной расстоянию от опоры до второго груза -  $c_2 = 2,85 \text{ м}$ .

Полная и рабочая высота поперечного сечения на расстоянии 2,85 м от опоры равны

$$h = 800 + 2850/12 = 1037 \text{ мм}; \quad h_o = 1037 - 80 = 957 \text{ мм}.$$

Поскольку  $3h_o = 3 \cdot 957 = 2871 \text{ мм} > c_2$ , оставляем  $c_2 = 2,85 \text{ м}$ .

Аналогично определяем значение  $\varphi_n$ :

$$A_I = 80 \cdot 1037 + 33600 = 116560 \text{ мм}^2;$$

$$\frac{P}{R_b A_I} = \frac{1220 \cdot 10^3}{22 \cdot 116560} = 0,476, \quad \varphi_n = 1 + 1,6 \cdot 0,476 - 1,16 \cdot 0,476^2 = 1,50.$$

Согласно п.3.32 определяем  $Q_b$

$$Q_b = \frac{M_b}{c_2} = \frac{1,5 \varphi_n R_{bt} b h_o^2}{c_2} = \frac{1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,4 \cdot 80 \cdot 957^2}{2850} = 80980 \text{ Н}$$

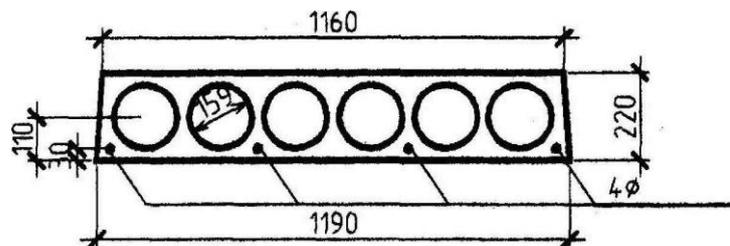
Определяем  $Q_{sw}$ , принимая  $c_o = 2h_o = 2 \cdot 957 = 1914 \text{ мм} < c_2 = 2850 \text{ мм}$ .

$$Q_{sw} = 0,75 q_{sw} c_o = 0,75 \cdot 298,3 \cdot 1914 = 434250 \text{ Н}.$$

$$Q_b + Q_{sw} = 80980 + 434250 = 515230 \text{ Н} = 515,2 \text{ кН} > Q_2 = 336 \text{ кН}.$$

т.е. прочность этого сечения также обеспечена.

**Пример 16.** Дано: многопустотная плита перекрытия пролетом  $l = 5,85 \text{ м}$  с поперечным сечением по черт 3.26; бетон класса В25 ( $R_b = 14,5 \text{ МПа}$ ,  $R_{bt} = 1,05 \text{ МПа}$ ,  $E_b = 30 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ ); усилие обжатия  $P = 215 \text{ кН}$ ; временная эквивалентная нагрузка  $q_v = 6 \text{ кН/м}^2$ ; нагрузка от собственного веса плиты и пола  $q_g = 5,2 \text{ кН/м}^2$ .



Черт.3.26. К примеру расчета 16

Требуется выяснить, необходима ли в плите поперечная арматура.

Расчет. Проверим условия прочности согласно п.3.40. Рабочая высота сечения  $h_o = 220 - 30 = 190 \text{ мм}$ .

При ширине плиты 1,2 м нагрузки на 1 п. м плиты равны:

$$q = (q_g + q_v) 1,2 = (5,2 + 6,0) 1,2 = 13,44 \text{ кН/м};$$

$$q_1 = (q_g + 0,5q_v)1,2 = (5,2 + 3,0)1,2 = 9,84 \text{ кН/м.}$$

$$Q_{\max} = \frac{ql}{2} = \frac{13,44 \cdot 5,85}{2} = 39,3 \text{ кН}$$

Поперечная сила в опорном сечении

Проверим условие (3.70), принимая минимальную ширину сечения, т.е.  $b = 1175 - 6 \cdot 159 = 221 \text{ мм}$ :

$2,5R_{bt}bh_0 = 2,5 \cdot 1,05 \cdot 221 \cdot 190 = 110,2 \cdot 10^3 \text{ Н} = 110,2 \text{ кН} > Q_{\max} = 39,3 \text{ кН}$ , т.е. условие (3.70) выполняется.

Проверим условие (3.71), принимая значение  $c$  равным  $M_b/Q_{crc}$ . Для этого определим геометрические характеристики приведенного сечения, принимая  $\alpha = E_s/E_b = 2 \cdot 10^5/3 \cdot 10^4 = 6,67$  и  $A_{sp} = 616 \text{ мм}^2$  (4Ø14):

площадь

$$A_{red} = 1175 \cdot 220 - 6 \frac{\pi \cdot 159^2}{4} + 6,67 \cdot 616 = 139366 + 4109 = 143475 \text{ мм}^2;$$

расстояние от центра тяжести до низа

$$y = (139366 \cdot 110 + 4109 \cdot 30) / 143475 = 107,7 \text{ мм};$$

момент инерции

$$I_{red} = \frac{1175 \cdot 220^3}{12} - 6 \frac{\pi \cdot 159^2}{64} + 139366(110 - 107,7)^2 + 4109(107,7 - 30)^2 = 8,80 \cdot 10^8 \text{ мм}^4;$$

статический момент части сечения, расположенной выше оси, проходящей через центр тяжести

$$S_{red} = \frac{1175(220 - 107,7)^2}{2} - 6 \frac{159^2}{12} = 5,4 \cdot 10^6 \text{ мм}^3;$$

Тогда согласно формуле (3.72)

$$Q_{crc} = b \frac{I_{red}}{S_{red}} R_{bt} \sqrt{1 + \frac{P}{R_{bt} A_{red}}} = 221 \frac{8,8 \cdot 10^8}{5,4 \cdot 10^6} \cdot 1,05 \sqrt{1 + \frac{215000}{1,05 \cdot 143475}} = 58,9 \cdot 10^3 \text{ Н} = 58,9 \text{ кН.}$$

Поскольку  $Q_{\max} = 39,3 \text{ кН} < Q_{crc} = 58,9 \text{ кН}$ , прочность наклонного сечения с длиной проекции  $c = M_b / Q_{crc}$  заведомо обеспечена.

Проверим условие (3.71), принимая значение  $c$  равным длине приопорного участка  $l_1$  без нормальных трещин. Значение  $l_1$  определим из решения уравнения

$$M = \frac{ql}{2} l_1 - \frac{ql_1^2}{2} = M_{crc}$$

$$W_{red} = \frac{I_{red}}{y} = \frac{8,8 \cdot 10^8}{107,7} = 8,17 \cdot 10^6 \text{ мм}^3;$$

Определим момент  $M_{crc}$  согласно п.4.5, принимая

$$W_{pl} = 1,3W_{red} = 1,3 \cdot 8,17 \cdot 10^6 = 10,62 \cdot 10^6 \text{ мм}^3 \text{ и } r = \frac{W_{red}}{A_{red}} = \frac{8,17 \cdot 10^6}{143475} = 56,9 \text{ мм};$$

$$e_0 = y - a = 107,7 - 30 = 77,7 \text{ мм};$$

$$M_{crc} = R_{bt}W_{pl} + P(e_0 + r) = 1,05 \cdot 10,62 \cdot 10^6 + 215000(77,7 + 56,9) = 40,09 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 40,1 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Из вышеприведенного квадратного уравнения находим  $c = l_1$ :

$$l_1 = \frac{l}{2} - \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \frac{2M_{crc}}{q}} = \frac{5,85}{2} - \sqrt{\left(\frac{5,85}{2}\right)^2 - \frac{2 \cdot 40,1}{13,44}} = 1,316 \text{ м.}$$

Определяем коэффициент  $\varphi_n$  согласно п.3.32.

Ширину свесов сжатой полки определим как сумму сторон квадратов  $a_k$ , эквивалентных по площади сечению пустот, а их толщину  $h'_f$  как расстояние между эквивалентным квадратом и верхней гранью, т.е.

$$a_k = D \sqrt{\frac{\pi}{4}} = 159 \sqrt{\frac{\pi}{4}} = 140,9 \text{ мм}; \quad b'_f - b = 6a_k = 6 \cdot 140,9 = 845,4 \text{ мм};$$

$$h'_f = (h - a_k)/2 = (220 - 140,9)/2 = 39,5 \text{ мм.}$$

Тогда  $A_I = A - (b'_f - b)h'_f = 139366 - 845,4 \cdot 39,5 = 105970 \text{ мм}^2$ ;

$$\frac{P}{R_b A_I} = \frac{215000}{14,5 \cdot 105970} = 0,14;$$

$$\varphi_n = 1 + 1,6 \frac{P}{R_b A_I} - 1,16 \left( \frac{P}{R_b A_I} \right)^2 = 1 + 1,6 \cdot 0,14 - 1,16 \cdot 0,14^2 = 1,201.$$

Поскольку  $c = l_1 = 1,316 \text{ м} > 3h_o = 3 \cdot 0,19 = 0,57 \text{ м}$ , принимаем  $Q_b = Q_{b,min} = 0,5\varphi_n R_{bt} b h_o = 0,5 \cdot 1,201 \cdot 1,05 \cdot 221 \cdot 190 = 26,48 \cdot 10^3 \text{ Н} = 26,48 \text{ кН}$ .

Поперечная сила в конце наклонного сечения равна

$$Q = Q_{max} - q_1 c = 39,3 - 9,84 \cdot 1,316 = 26,36 \text{ кН} < Q_b = 26,48 \text{ кН}$$

т.е. условие (3.71) выполняется для любых наклонных сечений. Следовательно, поперечную арматуру в плите можно не устанавливать.

**Пример 17.** Требуется по данным примера 11 проверить прочность наклонных сечений на действие изгибающего момента, принимая растянутую продольную арматуру ребра плиты в виде одного напрягаемого стержня класса А800 диаметром 22 мм ( $R_s = 695 \text{ МПа}$ ,  $A_{sp} = 380 \text{ мм}^2$ ) и одного ненапрягаемого стержня класса В500 диаметром 5 мм ( $R_s = 415 \text{ МПа}$ ,  $A_s = 19,6 \text{ мм}^2$ ); оба стержня анкеров не имеют; длина площадки опирания  $l_{sup} = 150 \text{ мм}$ .

Расчет производим согласно пп.3.41-3.44. Поскольку продольная арматура не имеет анкеров, усилие в этой арматуре  $N_s$  определяем согласно п. 3.43.

Определим коэффициент влияния поперечного обжатия бетона  $\alpha$ , принимая

$$\sigma_b = \frac{F_{sup}}{A_{sup}} = \frac{Q_{max}}{bl_{sup}} = \frac{55000}{85 \cdot 150} = 4,31 \text{ МПа.}$$

Поскольку  $\frac{\sigma_s}{R_b} = \frac{4,31}{14,5} = 0,297 > 0,25$ , принимаем  $\alpha = 0,75$ .

По формуле (3.78) определяем длину зоны анкеровки напрягаемого стержня, принимая  $\eta_1 = 2,5$ ,  $\eta_2 = 1,0$ ,  $d_s = 22 \text{ мм}$ ;

$$l_{an} = \alpha \frac{R_s}{4R_{bond}} d_s = \alpha \frac{R_s}{4\eta_1 R_{bt}} d_s = 0,75 \frac{695 \cdot 22}{4 \cdot 2,5 \cdot 1,05} = 1092 \text{ мм.}$$

Для этого стержня  $l_s = l_{sup} = 150 \text{ мм}$ , тогда

$$N_s = R_s A_{sp} \frac{l_s}{l_{an}} = 695 \cdot 380 \frac{150}{1092} = 36277 \text{ Н.}$$

Аналогично определяем длину зоны анкеровки ненапрягаемого стержня, принимая  $\eta_1 = 2,0$ ,  $d_s = 5 \text{ мм}$ :

$$l_{as} = 0,75 \frac{415 \cdot 5}{4 \cdot 2 \cdot 1,05} = 185,3 \text{ мм.}$$

Для этого стержня  $l_s = l_{sup} - 10 = 140$  мм, тогда

$$N_{ss} = R_s A_s \frac{l_s}{l_{as}} = 415 \cdot 19,6 \frac{140}{185,3} = 6145 \text{ Н.}$$

Итого полное значение  $N_s$  равно  $N_s = 36277 + 6145 = 42422$  Н.

Принимая ширину сжатой грани  $b = b'_f = 725$  мм, определяем плечо внутренней пары сил:

$$z_s = h_o - \frac{N_s}{2R_b b} = 410 - \frac{42422}{2 \cdot 14,5 \cdot 725} = 408 \text{ мм.}$$

Тогда  $M_s = N_s z_s = 42422 \cdot 408 = 17,3 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 17,3 \text{ кН} \cdot \text{м.}$

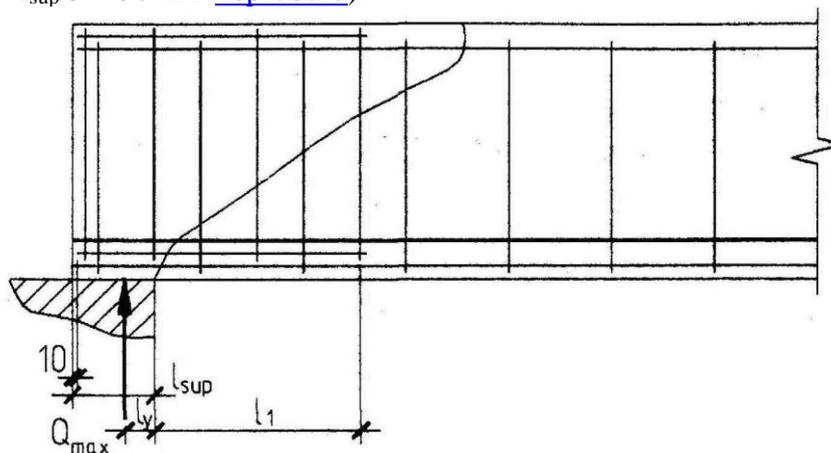
Из [примера 11](#) имеем  $q_{sw} = 29,4$  Н/мм и  $q = 23$  Н/мм. Определим длину проекции невыгоднейшего наклонного сечения по формуле (3.79)

$$c = \frac{Q_{\max}}{q_{sw} + q} = \frac{55000}{29,4 + 23} = 1050 \text{ мм} > 2h_o = 2 \cdot 410 = 820 \text{ мм,}$$

следовательно, принимаем  $c = 2/h_o = 820$  мм и тогда

$$M_{sw} = 0,5 q_{sw} c^2 = 0,5 \cdot 29,4 \cdot 820^2 = 9,844 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 9,88 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

За расчетный момент принимаем изгибающий в нормальном сечении, проходящем через конец наклонного сечения, т.е. на расстоянии  $(l_y + c)$  от точки приложения опорной реакции (где  $l_y = l_{sup}/3 = 50$  мм [черт. 3.27](#)).



Черт. 3.27. К примеру расчета 17

$$M = Q_{\max} (l_y + c) - \frac{q(l_y + c)^2}{2} = 55(0,05 + 0,82) - \frac{23(0,05 + 0,82)^2}{2} = 39,14 \text{ кН} \cdot \text{м} > M_s + M_{sw} = 17,3 + 9,88 = 27,18 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

т.е. прочность наклонного сечения на действие изгибающего момента не обеспечена.

Добавляем на приопорном участке дополнительный каркас длиной  $l_1 = 400$  мм с поперечными стержнями  $\varnothing 8$  А400 шагом 200 мм. Тогда добавочное поперечное армирование, выраженное через  $\Delta q_{sw}$ , равно

$$\Delta q_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{s_w} = \frac{285 \cdot 50,3}{200} = 71,7 \text{ Н/мм}$$

$$a \ q_{sw1} = q_{sw} + \Delta q_{sw} = 29,4 + 71,7 = 101,1 \text{ Н/мм.}$$

Проекция невыгоднейшего наклонного сечения равна

$$c = \frac{Q_{\max} - \Delta q_{sw} l_1}{q + q_{sw} - \Delta q_{sw}} = \frac{Q_{\max} - \Delta q_{sw} l_1}{q + q_{sw2}} = \frac{55000 - 71,7 \cdot 400}{23 + 29,4} = 502,5 \text{ мм} > l_1 = 400 \text{ мм}$$

Значение  $M_{sw}$  определяем по формуле (3.76)

$$M_{sw} = 0,5q_{sw1}c^2 - 0,5\Delta q_{sw}(c - l_1)^2 = 0,5 \cdot 101,1 \cdot 502,5^2 - 0,5 \cdot 71,7(502,5 - 400)^2 = 13,14 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м} = 13,14 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$l_y + c = 0,05 + 0,50 = 0,55 \text{ м}.$$

$M = 55 \cdot 0,55 - 12 \cdot 0,55^2/2 = 26,77 \text{ кН} \cdot \text{м} < M_s + M_{sw} = 30,44 \text{ кН} \cdot \text{м}$ . т.е. прочность наклонного сечения обеспечена.

**Пример 18.** Дано: многопустотная плита перекрытия – по [черт.4.6,а](#); бетон класса В15 ( $R_{bt,ser} = 1,1 \text{ МПа}$ ,  $R_{b,ser} = 11 \text{ МПа}$ ); геометрические характеристики приведенного сечения: площадь  $A_{red} = 191920 \text{ мм}^2$ , расстояние от центра тяжести до растянутой (нижней) грани  $y = 107,2 \text{ мм}$ , момент инерции  $I_{red} = 1,132 \cdot 10^9 \text{ мм}^4$ ; момент в середине пролета от всех нагрузок  $M_{tot} = 57,8 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , момент от постоянных и длительных нагрузок  $M_l = 46,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ; продольная арматура класса А540, площадью сечения  $A_{sp} = 769 \text{ мм}^2$  ( $5\varnothing 14$ ); усилие предварительного обжатая (с учетом всех потерь)  $P = 220 \text{ кН}$ .

Требуется рассчитать плиту по раскрытию трещин в стадии эксплуатации.

Расчет. Определяем момент образования трещин согласно [п. 4.5](#). Согласно формулам (4.4) и (4.5) момент сопротивления приведенного сечения и ядровое расстояние соответственно равны

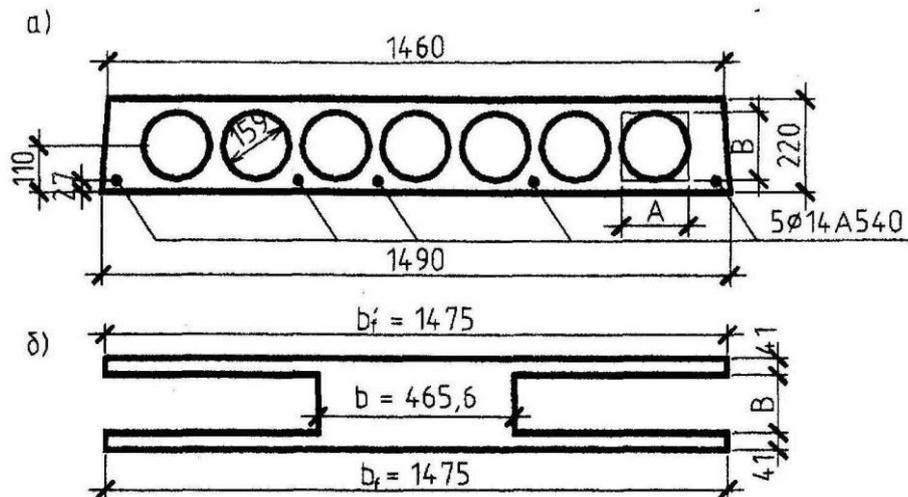
$$W_{red} = I_{red}/y = 1,132 \cdot 10^9 / 107,2 = 1,056 \cdot 10^7 \text{ мм}^3;$$

$$r = \frac{W_{red}}{A_{red}} = \frac{1,056 \cdot 10^7}{191920} = 55 \text{ мм}.$$

Поскольку в плите располагается, в основном, только напрягаемая арматура, точка приложения усилия обжатия совпадает с центром тяжести арматуры, т.е.  $e_{op} = y - a = 107,2 - 27 = 80,2 \text{ мм}$  и  $e_{sp} = 0$ . Тогда при  $\gamma = 1,25$  (см. [табл.4.1](#)):

$$M_{crc} = 1,25W_{red}R_{bt,ser} + P(e_{op} + r) = 1,25 \cdot 1,056 \cdot 10^7 \cdot 1,1 + 220000(80,2 + 55) = 44,26 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 44,26 \text{ кН} \cdot \text{м} < M_{tot} = 57,8 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

т.е. трещины образуются, и следовательно, расчет по раскрытию трещин необходим.



Черт. 4.6 К примеру расчета 18

а - фактическое сечение плиты; б - эквивалентное сечение плиты

Определим по формуле (4.12) приращение напряжения напрягаемой арматуры от действия постоянных и длительных нагрузок  $\sigma_s = \sigma_{sl}$  т.е. принимая  $M = M_l = 46,5$  кНм.

Поскольку  $e_{sp} = 0,0$ ,  $M_s = M = 46,5$  кН·м и тогда  $e_s = \frac{M_s}{P} = \frac{46,5}{220} = 0,211$  м = 211 мм.

Рабочая высота сечения равна  $h_o = h - a = 220 - 27 = 193$  мм,  $\frac{e_s}{h_o} = \frac{211}{193} = 1,09$ .

Сечение плиты представляем в виде двутаврового сечения, заменив пустоты прямоугольниками, эквивалентными по площади и моменту инерции. Ширина и высота такого прямоугольника соответственно равны:

$$A = 0,907D = 0,907 \cdot 159 = 144,2 \text{ мм}; B = 0,866D = 0,866 \cdot 159 = 138 \text{ мм.}$$

Тогда из [черт.4.6](#) имеем:

$b_f = b'_f = 1475$  мм;  $b = 1475 - 7 \cdot 144,2 = 465,6$  мм;  $h_f = h'_f = (220 - 138)/2 = 41$  мм. Принимая

$$\varphi_f = \frac{(b'_f - b)h'_f}{bh_o} = \frac{(1475 - 465,6)41}{465,6 \cdot 193} = 0,46.$$

$A'_{sp} = A_{sp} = 0,0$ , имеем

Коэффициент приведения равен  $\alpha_{s1} = 300/R_{b,ser} = 300/11 = 27,3$ , тогда

$$\mu\alpha_{s1} = \frac{\alpha_{s1}A_{sp}}{bh_o} = \frac{27,3 \cdot 769}{465,6 \cdot 193} = 0,233.$$

При  $\frac{e_s}{h_o} = 1,09$ ,  $\varphi_f = 0,46$  и  $\mu\alpha_{s1} = 0,233$  из [табл.4.2](#) находим  $\zeta = 0,81$ , тогда  $z = \zeta \cdot h_o = 0,81 \cdot 193 = 156,3$  мм.

$$\sigma_{sl} = \frac{M_s / z - P}{A_{sp}} = \frac{46,5 \cdot 10^6 / 156,3 - 220000}{769} = 100,8 \text{ МПа.}$$

Аналогично определим значение  $\sigma_{s,crc}$  при действии момента  $M = M_{crc} = 44,26$  кН·м;

$$\frac{e_s}{h_o} = \frac{44,26}{220 \cdot 0,193} = 1,04.$$

Поскольку согласно [табл.4.2](#) в данном случае при значении  $\frac{e_s}{h_o} > 1,0$  коэффициент  $\zeta$  не зависит от  $\frac{e_s}{h_o}$ , принимаем вычисленное выше значение  $z = 156,3$  мм. Тогда

$$\sigma_{s,crc} = \frac{44,26 \cdot 10^6 / 156,3 - 220000}{769} = 82,0 \text{ МПа.}$$

При моменте от всех нагрузок  $M = M_{tat} = 57,8$  кН·м значение  $\sigma_s$  равно

$$\sigma_s = \frac{57,8 \cdot 10^6 / 156,3 - 220000}{769} = 194,8 \text{ МПа.}$$

Проверим условие (4.21), принимая  $t = 0,68$ ,

$$A = \frac{\sigma_{sl} - 0,8\sigma_{s,crc}}{\sigma_s - 0,8\sigma_{s,crc}} = \frac{100,8 - 0,8 \cdot 82}{194,8 - 0,8 \cdot 82} = 0,272 < t = 0,68$$

следовательно, проверяем только непродолжительное раскрытие трещин по формуле (4.20).

По формуле (4.17) определяем коэффициент  $\psi_s$ , принимая  $\sigma_s = 194,8$  МПа

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{\sigma_{s,crc}}{\sigma_s} = 1 - 0,8 \frac{82}{194,8} = 0,663.$$

Определим расстояния между трещинами  $l_s$  согласно п. 4.10.

Высота зоны растянутого бетона, определенная как для упругого материала, при  $S_{red} = A_{red}y = 191920 \cdot 107,2 = 20574000 \text{ мм}^2$  равна

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red} + P/R_{bt,ser}} = \frac{20574000}{191920 + 220000/1,1} = 52,5 \text{ мм},$$

а с учетом неупругих деформаций растянутого бетона

$$y_t = k \cdot y_0 = 0,95 \cdot 52,5 = 49,9 \text{ мм}.$$

Поскольку  $y_t < 2a = 2 \cdot 27 = 54 \text{ мм}$ , принимаем  $y_t = 54 \text{ мм} > h_f = 41 \text{ мм}$ . Тогда площадь сечения растянутого бетона равна

$$A_{bt} = by_t + (b_f - b)h_f = 465,6 \cdot 54 + (1475 - 465,6)41 = 66530 \text{ мм}^2,$$

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_{sp}} d_s = 0,5 \frac{66530}{769} 14 = 605,6 \text{ мм}.$$

Поскольку  $l_s > 400 \text{ мм}$  и  $l_s > 40d = 40 \cdot 14 = 560 \text{ мм}$ , принимаем  $l_s = 400 \text{ мм}$ .

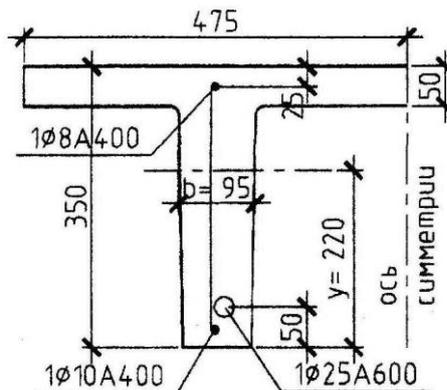
По формуле (4.7) определяем  $a_{crc,2}$ , принимая  $\phi_1 = 1,0$ ,  $\phi_2 = 0,5$

$$a_{crc,2} = \phi_1 \phi_2 \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} l_s = 0,5 \cdot 0,663 \frac{194,8}{200000} 400 = 0,129 \text{ мм}.$$

$$a_{crc} = a_{crc,2} (1 + 0,4A) = 0,129(1 + 0,4 \cdot 0,272) = 0,164 \text{ мм},$$

что меньше предельно допустимого значения 0,4 мм.

**Пример 19.** Дано: плита перекрытия по черт.4.7; бетон класса В25 ( $R_{bt,ser} = 1,55 \text{ МПа}$ ,  $R_{b,ser} = 18,5 \text{ МПа}$ ); геометрические характеристики половины приведенного сечения: площадь  $A_{red} = 5,55 \cdot 10^4 \text{ мм}^2$ , расстояние от центра тяжести сечения до растянутой (нижней) грани  $y = 220 \text{ мм}$ , момент инерции  $I_{red} = 718 \cdot 10^6 \text{ мм}^4$ ; напрягаемая арматура класса А600, площадью сечения  $A_{sp} = 491 \text{ мм}^2$  (1Ø25); ненапрягаемая арматура, растянутая и сжатая, класса А400, площадью сечения соответственно  $A_s = 78,5 \text{ мм}^2$  (1Ø10),  $A'_s = 50,3 \text{ мм}^2$  (1Ø8); максимальный момент для половины сечения плиты: от всех нагрузок  $M_{tot} = 66 \text{ кН} \cdot \text{м}$ , от постоянных и длительных нагрузок  $M_l = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ; усилие предварительного обжатия (с учетом всех потерь)  $P = 150 \text{ кН}$ , его эксцентриситет  $e_{0p} = 165 \text{ мм}$ .



Черт.4.7.К примерам расчета 19,20 и 21

Требуется рассчитать плиту по раскрытию трещин в стадии эксплуатации.

Расчет. Определяем момент образования трещин согласно п. 4.5. Момент сопротивления приведенного сечения для растянутой грани равен

$$W_{red} = I_{red}/y = 718 \cdot 10^6 / 220 = 3,26 \cdot 10^6 \text{ мм}^3;$$

$$\text{ядровое расстояние } r = \frac{W_{red}}{A_{red}} = \frac{3,26 \cdot 10^6}{5,55 \cdot 10^4} = 58,8 \text{ мм.}$$

Тогда при  $\gamma = 1,3$  (см. табл.4.1)

$M_{crc} = \gamma W_{red} R_{bt,ser} + P(e_{op} + r) = 1,3 \cdot 3,26 \cdot 10^6 \cdot 1,55 + 150 \cdot 10^3 (165 + 58,8) = 40,14 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм} = 40,14 \text{ кН}\cdot\text{м} < M_{tot} = 66 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , т.е. трещины образуются, и следовательно, расчет по раскрытию трещин необходим.

Определим по формуле (4.12) приращение напряжения напрягаемой арматуры от действия постоянных и длительных нагрузок, т.е. принимая  $M = M_l = 60 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Рабочая высота сечения равна  $h_o = h - o = 350 - 50 = 300 \text{ мм}$ . Принимая  $e_{sp} = y - a - e_{op} = 220 - 50 - 165 = 5 \text{ мм}$ , получаем,

$$M_s = M + P e_{sp} = 60 \cdot 10^6 + 150 \cdot 10^3 \cdot 5 = 60,75 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм},$$

$$\frac{e_s}{h_o} = \frac{M_s}{P h_o} = \frac{60,75 \cdot 10^6}{150 \cdot 10^3 \cdot 300} = 1,35.$$

и тогда

Коэффициент приведения  $a_{s1}$  равен  $a_{s1} = 300/R_{b,ser} = 300/18,5 = 16,2$ . Тогда, принимая согласно черт.4.7  $b = 95 \text{ мм}$ , имеем

$$\mu \alpha_{s1} = \frac{(A_{sp} + A_s) \alpha_{s1}}{b h_o} = \frac{(491 + 78,5) 16,2}{95 \cdot 300} = 0,324.$$

$$\varphi_f = \frac{(b_f' - b) h_f' + \alpha_{s1} A_s'}{b h_o} = \frac{(475 - 95) 50 + 16,2 \cdot 50,3}{95 \cdot 300} = 0,695.$$

Из табл.4.2 при  $\mu \alpha_{s1} = 0,324$ ,  $\varphi_f = 0,695$  и  $\frac{e_s}{h_o} = 1,35$  находим  $\zeta = 0,82$ . Тогда  $z = \zeta \cdot h_o = 0,82 \cdot 300 = 246 \text{ мм}$ ;  $A_{sp} + A_s = 491 + 78,5 = 569,5 \text{ мм}^2$ ;

$$\sigma_s = \sigma_{st} = \frac{M_s / z - P}{A_{sp} + A_s} = \frac{60,75 \cdot 10^6 / 246 - 150000}{569,5} = 170,24 \text{ МПа.}$$

Аналогично определяем значение  $\sigma_{s,crc}$  при действии момента  $M = M_{crc} = 40,14 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

$$M_s = 40,14 \cdot 10^6 + 150 \cdot 10^3 \cdot 5 = 40,89 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$\frac{e_s}{h_o} = \frac{40,89 \cdot 10^6}{150 \cdot 10^3 \cdot 300} = 0,91.$$

Согласно табл.4.2  $\zeta = 0,82$  и  $z = 246 \text{ мм}$ , тогда

$$\sigma_s = \sigma_{s,crc} = \frac{40,89 \cdot 10^6 / 246 - 150000}{569,5} = 28,5 \text{ МПа.}$$

При моменте от всех нагрузок  $M = M_{tot} = 66 \text{ кН}\cdot\text{м}$

$$M_s = 66 \cdot 10^6 + 150 \cdot 10^3 \cdot 5 = 66,75 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм};$$

$$\sigma_s = \frac{66,75 \cdot 10^6 / 246 - 150000}{569,5} = 213,1 \text{ МПа.}$$

Проверим условие (4.21), принимая  $t = 0,68$ ,

$$A = \frac{\sigma_{sl} - 0,8\sigma_{s,crc}}{\sigma_s - 0,8\sigma_{s,crc}} = \frac{170,24 - 0,8 \cdot 28,5}{213,1 - 0,8 \cdot 28,5} = 0,775 < t = 0,68$$

следовательно, проверяем только продолжительное раскрытие трещин.

По формуле (4.17) при  $\sigma_s = \sigma_{sl} = 170,24$  МПа определим коэффициент

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{\sigma_{s,crc}}{\sigma_s} = 1 - 0,8 \frac{28,5}{170,24} = 0,866.$$

Определим расстояния между трещинами  $l_s$  согласно п. 4.10.

Высота зоны растянутого бетона, определенная как для упругого материала, при  $S_{red} = A_{red}y = 5,55 \cdot 10^4 \cdot 220 = 1,22 \cdot 10^7$  мм<sup>3</sup> равна

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red} + P/R_{bt,ser}} = \frac{1,22 \cdot 10^7}{5,55 \cdot 10^4 + 150 \cdot 10^3 / 1,55} = 80,2 \text{ мм},$$

а с учетом неупругих деформаций растянутого бетона

$$y_t = \kappa y_0 = 0,9 \cdot 80,2 = 72,2 \text{ мм}.$$

Поскольку  $y_t < 2a = 2 \cdot 50 = 100$  мм, принимаем  $y_t = 100$  мм. Тогда площадь сечения растянутого бетона равна

$$A_{bt} = b y_t = 95 \cdot 100 = 9500 \text{ мм}^2.$$

Усредненный диаметр стержней растянутой арматуры равен  $d_s = \frac{25^2 + 10^2}{25 + 10} = 20,7$  мм.

Тогда 
$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_{sp} + A_s} d_s = 0,5 \frac{9500}{569,5} 20,7 = 172,7 \text{ мм}.$$

Поскольку  $l_s < 10d_s = 207$  мм, принимаем  $l_s = 207$  мм.

По формуле (4.7) определяем  $a_{crc,1}$ , принимая  $\varphi_1 = 1,4$ ,  $\varphi_2 = 0,5$ :

$$a_{crc,1} = \varphi_1 \varphi_2 \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} l_s = 1,4 \cdot 0,5 \cdot 0,866 \frac{170,24}{2 \cdot 10^5} 207 = 0,107 \text{ мм}, \text{ что меньше предельно}$$

допустимого значения 0,3 мм.

**Пример 20.** Дано: плита перекрытия по черт.4.7; усилие предварительного обжатия с учетом первых потерь  $P_{(1)} = 230$  кН, его эксцентриситет относительно центра тяжести приведенного сечения  $e_{0p1} = 167$  мм; передаточная прочность бетона  $R_{bp} = 20$  МПа ( $R_{bt,ser}^{(p)} = 1,35$  МПа,  $R_{b,ser}^{(p)} = 20$  МПа); момент от веса плиты, возникающий при подъеме плиты и растягивающий верхнюю грань,  $M_w = 5,3$  кН·м; остальные данные из примера 19.

Требуется рассчитать плиту по раскрытию трещин в стадии изготовления.

Р а с ч е т. Сначала выясним, образуются ли верхние трещины в стадии изготовления от усилия предварительного обжатия согласно п.4.6.

Момент сопротивления  $W_{red}^{sup}$  определяем по формуле (4.4), принимая за расстояние от центра тяжести до верхней грани, т.е.  $y = 350 - 220 = 130$  мм,

$$W_{red}^{sup} = \frac{I_{red}}{y} = \frac{718 \cdot 10^6}{130} = 5,52 \cdot 10^6 \text{ мм}^3.$$

Тогда 
$$r_{inf} = \frac{W_{red}^{sup}}{A_{red}} = \frac{5,52 \cdot 10^6}{5,55 \cdot 10^4} = 99,5 \text{ мм}.$$

По формуле (4.6) определяем момент образования верхних трещин

$\mathcal{W}_{red}^{sup} R_{bt,ser}^{(p)} - P_{(1)}(e_{0p1} - r_{inf}) = 1,15 \cdot 5,52 \cdot 10^6 \cdot 1,35 - 230 \cdot 10^3 (167 - 99,5) = -6,9 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} < 0,0$   
т.е. верхние трещины образуются до приложения внешней нагрузки.

Определим ширину непродолжительного раскрытия верхних трещин с учетом указаний [п.4.13](#).

За растянутую арматуру принимаем верхний ненапрягаемый стержень  $\varnothing 8$ , т.е.  $A_s = 50,3 \text{ мм}^2$ . Тогда рабочая высота сечения равна  $h_o = h - a_s = 350 - 25 = 325 \text{ мм}$ , а расстояние от точки приложения усилия обжатия  $P_{(1)}$  до растянутой арматуры равно  $e_{sp} = y + e_{0p1} - a_s = 130 + 167 - 25 = 272 \text{ мм}$ .

Моменты  $M_w$  и  $P_{(1)}e_{sp}$  имеют одинаковое направление вращения, следовательно,  $M_s =$

$$P_{(1)}e_{sp} + M_w = 230 \cdot 10^3 \cdot 272 + 5,3 \cdot 10^6 = 67,86 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} \text{ и } \frac{e_s}{h_o} = \frac{M_s}{P_{(1)}h_o} = \frac{67,86 \cdot 10^6}{230 \cdot 10^3 \cdot 323} = 0,908.$$

Коэффициент приведения  $\alpha_{s1}$  равен

$$\alpha_{s1} = \frac{300}{R_{b,ser}^{(p)}} = \frac{300}{20} = 15$$

$$\mu\alpha_{s1} = \frac{A_s \alpha_{s1}}{bh_o} = \frac{50,3 \cdot 15}{95 \cdot 325} = 0,0244.$$

Тогда

В сжатой (нижней) зоне свесы отсутствуют, а  $A'_{sp} + A'_s = 491 + 78,5 = 569,5 \text{ мм}^2$  ( $\varnothing 25 + \varnothing 10$ ). Тогда

$$\varphi_f = \frac{(A'_{sp} + A'_s) \alpha_{s1}}{bh_o} = \frac{569,5 \cdot 15}{95 \cdot 325} = 0,277.$$

Из [табл.4.2](#) при  $\mu\alpha_{s1} = 0,024$ ,  $\varphi_f = 0,277$  и  $\frac{e_s}{h_o} = 0,908$  находим  $\zeta = 0,86$ . Тогда  $z = \zeta \cdot h_o = 0,86 \cdot 325 = 279,5 \text{ мм}$ ;

$$\sigma_s = \frac{M_s / z - P_{(1)}}{A_s} = \frac{67,86 \cdot 10^6 / 279,5 - 230 \cdot 10^3}{50,3} = 254,3 \text{ МПа} < R_{s,ser} = 400 \text{ МПа}.$$

Определим расстояния между трещинами  $l_s$  согласно [п. 4.10](#). Высота зоны растянутого бетона, определенная как для упругого материала, при  $S_{red} = A_{red}y = 5,55 \cdot 10^4 \cdot 130 = 7,215 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$  равна

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red} + P_{(1)} / R_{bt,ser}^{(p)}} = \frac{7,215 \cdot 10^6}{5,55 \cdot 10^4 + 230 \cdot 10^3 / 1,35} = 31,9 \text{ мм},$$

а с учетом неупругих деформаций растянутого бетона

$$y_t = \kappa y_0 = 0,95 \cdot 31,9 = 30,3 \text{ мм}.$$

Поскольку  $y_t < 2a = 2 \cdot 25 = 50 \text{ мм}$ , принимаем  $y_t = 50 \text{ мм} = h_f$ , т.е. за площадь растянутой зоны принимаем площадь сечения верхней полки

$$A_{bt} = 475 \cdot 50 = 23750 \text{ мм}^2$$

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s = 0,5 \frac{23750}{50,3} \cdot 8 = 1889 \text{ мм}.$$

Тогда

Поскольку  $l_s < 40d_s = 40 \cdot 8 = 320 \text{ мм}$  и  $l_s < 400 \text{ мм}$ , принимаем  $l_s = 320 \text{ мм}$ .

Ширину раскрытия трещин определяем по формуле [\(4.7\)](#), принимая  $\varphi_1 = 1,0$ ,  $\varphi_2 = 0,5$ ,  $\psi_s = 1,0$

$a_{crc,2} = \varphi_1 \varphi_2 \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} l_s = 0,5 \frac{254,3}{200000} 320 = 0,2 \text{ мм,}$  что меньше предельно допустимого значения 0,4 мм.

**Пример 21.** Дано: плита перекрытия - по [черт 4.7](#); расчетный пролет плиты  $l = 5,7 \text{ м}$ ; нагрузка равномерно распределенная; максимальный момент для половины сечения плиты от постоянной и длительной нагрузок  $M_l = 60 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ; усилие предварительного обжатия с учетом всех потерь напряжения  $P = 150 \text{ кН}$ ; потери напряжения от усадки и ползучести бетона на уровне арматуры растянутой зоны  $\sigma_{sb} = 160 \text{ МПа}$ ; влажность воздуха нормальная; прогиб ограничивается эстетическими требованиями; остальные данные - по [примеру 19](#).

Требуется рассчитать плиту по деформациям.

Расчет. Определяем кривизну  $\frac{1}{r}$  в середине пролета от продолжительного действия постоянных и длительных нагрузок, т.е. при  $M = M_l = 60 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Из [примера 19](#) для этих нагрузок имеем:  $\frac{e_s}{h_o} = 1,35$ ,  $\varphi_f = 0,695$ ,  $\psi_s = 0,866$ .

При продолжительном действии нагрузки и нормальной влажности имеем  $E_{b,red} = \frac{R_{b,ser}}{\varepsilon_{b1,red}} = \frac{18,5}{28 \cdot 10^{-4}} = 6607 \text{ МПа.}$  Тогда  $\alpha_{s2} = \frac{E_s}{\psi_s E_{b,red}} = \frac{200000}{0,866 \cdot 6607} = 34,95$  и

$$\mu\alpha_{s2} = \frac{A_{sp} + A_s}{bh_o} \alpha_{s2} = \frac{491 + 78,5}{95 \cdot 300} 34,95 = 0,698.$$

По [табл.4.5](#) при  $\varphi_f = 0,695$ ,  $\frac{e_s}{h_o} = 1,35$  и  $\mu\alpha_{s2} = 0,698$  находим  $\varphi_c = 0,49$ . Тогда согласно формуле [\(4.40\)](#) кривизна  $\frac{1}{r}$  равна

$$\frac{1}{r} = \left(\frac{1}{r}\right)_3 = \frac{M}{\varphi_c b h_o^3 E_{b,red}} = \frac{60 \cdot 10^6}{0,49 \cdot 95 \cdot 300^3 \cdot 6607} = 7,23 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

По формуле [\(4.31\)](#) определим кривизну, обусловленную остаточным выгибом. Согласно [примеру 20](#) в стадии обжатия в верхней зоне образуются трещины, следовательно,  $\sigma'_{sb} = 0$ , и тогда

$$\left(\frac{1}{r}\right)_4 = \frac{\sigma_{sb}}{E_s h_o} = \frac{160}{2 \cdot 10^5 \cdot 300} = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

Полная кривизна в середине пролета от постоянных и длительных нагрузок равна

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{\max} = \left(\frac{1}{r}\right)_3 - \left(\frac{1}{r}\right)_4 = (7,23 - 2,67)10^{-6} = 4,56 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

Прогиб плиты определяем по формуле [\(4.25\)](#), принимая согласно [табл.4.3](#)  $S = 5/48$  :

$$f = \left(\frac{1}{r}\right)_{\max} S l^2 = 4,56 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{5}{48} \cdot 5700^2 = 15,4 \text{ мм.}$$

Согласно СНиП 2.01.07-85\* табл.19 поз.2 при  $l = 5,7 \text{ м}$  предельно допустимый из эстетических требований прогиб равен  $f_{ult} = 5700 / 200 = 28,5 \text{ мм}$ , что превышает вычисленное значение прогиба.

**Пример 22.** По данным [примера 18](#) проверить прогиб свободно опертой плиты, принимая при этом: расчетный пролет плиты  $l = 6,9$  м, все нагрузки равномерно распределенные; влажность воздуха помещения нормальная; потери предварительного напряжения от усадки и ползучести, определенные для сечения в середине пролета на уровне напрягаемой арматуры  $\sigma_{sb} = 80,1$  МПа, то же, на уровне верхней грани плиты  $\sigma'_{sb} = 86$  МПа; прогиб ограничивается эстетическими требованиями, а также конструктивным требованием в виде предельного прогиба, равного зазору в 40 мм между плитой и нижерасположенной перегородкой.

Расчет. Определяем прогиб в середине пролета от постоянных и длительных нагрузок, т.е. при  $M = M_l = 46,5$  кН·м.

Из [примера 18](#) для этих нагрузок имеем  $\frac{e_s}{h_o} = \frac{M}{Ph_o} = \frac{46,5}{220 \times 0,193} = 1,095$ , а также  $\varphi_f = 0,46$ ,  $\psi_s = 0,643$  и  $\mu = \frac{A_{sp}}{bh_o} = \frac{769}{465,6 \cdot 193} = 0,00856$ .

При продолжительном действии нагрузок и нормальной влажности  $\alpha_{s2} = \frac{E_s}{\psi_s E_{b,red}} = \frac{200000}{0,643 \cdot 3928,6} = 79,17$  и  $\mu \alpha_{s2} = 0,00856 \cdot 79,17 = 0,678$ .

$E_{b,red} = \frac{R_{b,n}}{\varepsilon_{b1,red}} = \frac{11}{28 \cdot 10^{-4}} = 3928,6$  МПа. Тогда

По [табл.4.5](#) при  $\varphi_f = 0,49$ ,  $\frac{e_s}{h_o} = 1,095$  и  $\mu \alpha_{s2} = 0,678$  находим  $\varphi_c = 0,466$ . Тогда согласно

формуле (4.40) кривизна  $\frac{1}{r}$  равна

$$\frac{1}{r} = \left( \frac{1}{r} \right)_3 = \frac{M}{\varphi_c b h_o^3 E_{b,red}} = \frac{46,5 \cdot 10^6}{0,466 \cdot 465,6 \cdot 193^3 \cdot 3928,6} = 7,59 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

Поскольку  $\sigma_{sb} < \sigma'_{sb}$  кривизна, обусловленная остаточным выгибом, согласно формуле (4.31) меньше 0,0, принимаем  $\left( \frac{1}{r} \right)_{\max} = \left( \frac{1}{r} \right)_3 = 7,59 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$

Определяем прогиб плиты по упрощенной формуле (4.25), принимая  $S = 5/48$

$$f = \left( \frac{1}{r} \right)_{\max} S l^2 = 7,59 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{5}{48} \cdot 6900^2 = 37,6 \text{ мм.}$$

Согласно табл.19 поз.3 СНиП 2.01.07-85\* для пролета 7 м относительное значение предельного прогиба из эстетических требований равно  $0,005 - 0,001 \frac{7-6}{12-6} = 0,0048$ , и следовательно,  $f_{ult} = 0,0048 \cdot 7000 = 33,8$  мм  $< f = 37,8$  мм, т.е. условие (4.22) не выполнено.

Определим прогиб по уточненной формуле (4.26). Для этого определяем кривизну без учета наличия трещин согласно п.4.23. Модуль деформации сжатого бетона  $E_{b1}$  при  $\varphi_{cr} =$

3,4 (как при В15, см. [табл.2.6](#)) равен  $E_{b1} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{cr}} = \frac{24000}{1 + 3,4} = 5454,5$  МПа и тогда  $\alpha = E_s/E_{b1} = 2 \cdot 10^5 / 5454,5 = 36,7$ .

Повторно определяем характеристики приведенного сечения при новом значении  $\alpha$ :

$$A_{red} = 465,6 \cdot 220 + 2 \cdot 41(1475 - 465,6) + 769 \cdot 36,7 = 102432 + 2 \cdot 41385,4 + 28197 = 213399,5 \text{ мм}^2;$$

$$y = (102432 \cdot 110 + 2 \cdot 41385,4 \cdot 110 + 28197 \cdot 27) / 213399,5 = 77,7 \text{ мм;}$$

$$I_{red} = \frac{465,6 \cdot 220^3}{12} + 102432(110 - y)^2 + 2 \frac{1009,4 \cdot 41^3}{12} + 41385,4 \left[ (199,5 - y)^2 + (y - 20,5)^2 \right] + 28197(y - 27)^2 = 1,336 \cdot 10^9 \text{ мм}^4.$$

Кривизна в середине пролета от действия момента от внешней нагрузки  $M = 46,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$  равна

$$\left(\frac{1}{r}\right)_2 = \frac{M}{E_{b1} I_{red}} = \frac{46,5 \cdot 10^6}{5454,5 \cdot 1,336 \cdot 10^9} = 6,38 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

Поскольку кривизна от непродолжительного действия момента  $Pe_{op} = P(y - a) = 220 \cdot 10^3 \cdot (77,7 - 27) = 11,15 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$  плюс  $\left(\frac{1}{r}\right)_4 = 0$  очевидно меньше кривизны от

продолжительного действия этого момента, принимаем сумму  $\left(\frac{1}{r}\right)_3 + \left(\frac{1}{r}\right)_4$  равной этой

кривизне, т.е.  $\left(\frac{1}{r}\right)_3 + \left(\frac{1}{r}\right)_4 = \frac{11,15 \cdot 10^6}{5454,5 \cdot 1,336 \cdot 10^9} = 1,53 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$

$$\text{Тогда } \left(\frac{1}{r}\right)_{el} = \left(\frac{1}{r}\right)_2 - \left[ \left(\frac{1}{r}\right)_3 + \left(\frac{1}{r}\right)_4 \right] = (6,38 - 1,53) \cdot 10^{-6} = 4,85 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

Из данных [примера 18](#) имеем  $M_{crc} = 44,84 \text{ кН}\cdot\text{м}$  и  $M_{tot} = M_{max} = 57,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Тогда при  $\frac{M_{crc}}{M_{max}} = \frac{44,84}{57,8} = 0,776$  по [табл. 4.4](#) находим  $S_{crc} = 0,0197$ .

$$f = \left\{ \frac{5}{48} \left(\frac{1}{r}\right)_{max} - S_{crc} \left[ \left(\frac{1}{r}\right)_{max} - \left(\frac{1}{r}\right)_{m,el} \right] - \frac{1}{48} \left[ \left(\frac{1}{r}\right)_3 + \left(\frac{1}{r}\right)_4 \right] \right\} l^2 = \left[ \frac{5}{48} \cdot 7,59 - 0,0197(7,59 - 4,85) - \frac{1,53}{48} \right] 10^{-6} \cdot 6900^2 = 33,5 \text{ мм} < f_{ult} = 33,8 \text{ мм}$$

т.е. условие (4.22) по эстетическим требованиям выполнено.

Определим прогиб плит от всех нагрузок. Для этого аналогично определяем кривизны  $\left(\frac{1}{r}\right)_1$  и  $\left(\frac{1}{r}\right)_2$  соответственно моментов  $M_{tot} = 57,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$  и  $M_l = 46,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , принимая

непродолжительное действие нагрузки, т.е.  $\varepsilon_{b1,red} = 15 \cdot 10^{-4}$  и

$$E_{b,red} = \frac{R_{b,n}}{\varepsilon_{b1,red}} = \frac{11}{15 \cdot 10^{-4}} = 7333,3 \text{ МПа}. \quad \text{Тогда по } \a href="#">\text{табл.4.5} \text{ при}$$

$$\mu\alpha_{s2} = \mu \frac{E_s}{\psi_s E_{b,red}} = 0,00856 \frac{200000}{0,643 \cdot 7333,3} = 0,233, \quad \varphi_f = 0,46 \text{ и } \frac{e_s}{h_o} = \frac{M_{tot}}{Ph_o} = \frac{57,8}{220 \cdot 0,193} = 1,36$$

находим  $\varphi_c = 0,27$ , и следовательно,

$$\left(\frac{1}{r}\right)_1 = \frac{M_{tot}}{\varphi_c b h_o^3 E_{b,red}} = \frac{57,8 \cdot 10^6}{0,27 \cdot 465,6 \cdot 193^3 \cdot 7333,3} = 8,72 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

При  $\mu\alpha_{s2} = 0,233$ ,  $\varphi_f = 0,46$  и  $\frac{e_s}{h_o} = 1,095$  по [табл.4.5](#) находим  $\varphi_c = 0,324$ . Тогда

$$\left(\frac{1}{r}\right)_2 = \frac{46,5 \cdot 10^6}{0,324 \cdot 465,6 \cdot 193^3 \cdot 7333,3} = 5,85 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

Полная кривизна в середине пролета с учетом наличия трещин равна

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{\max} = \left(\frac{1}{r}\right)_1 - \left(\frac{1}{r}\right)_2 + \left(\frac{1}{r}\right)_3 = (8,72 - 5,85 + 7,59)10^{-6} = 10,46 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

Полную кривизну без учета наличия трещин определим, прибавив к вычисленному значению  $\left(\frac{1}{r}\right)_{el}$  кривизну  $\left(\frac{1}{r}\right)_1$  от кратковременного момента, равного  $M = M_{tot} - M_l = 57,8 - 46,5 = 11,3 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , при  $E_{bl} = 0,85E_b = 0,85 \cdot 24000 = 20400 \text{ МПа}$  и  $I_{red} = 1,132 \cdot 10^9 \text{ мм}^4$  (см. [пример 18](#))

$$\left(\frac{1}{r}\right)_1 = \frac{11,3 \cdot 10^6}{20400 \cdot 1,132 \cdot 10^9} = 4,89 \cdot 10^{-7} \text{ 1/мм}$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{el} = (0,489 + 4,85)10^{-6} = 5,34 \cdot 10^{-6} \text{ 1/мм}$$

Подставив значение  $\left(\frac{1}{r}\right)_{\max}$  и  $\left(\frac{1}{r}\right)_{el}$  в формулу (4.26), получим

$$f = \left[ \frac{5}{48} \cdot 10,46 - 0,0197(10,46 - 5,34) - \frac{1,53}{48} \right] 10^{-6} \cdot 6900^2 = 45,5 \text{ мм} > f_{ult} = 40 \text{ мм}.$$

Этот прогиб можно уменьшить за счет кратковременного прогиба от постоянной нагрузки (с учетом усилия обжатия), проявившегося до установки нижерасположенной перегородки.

Принимаем постоянную нагрузку (собственный вес плюс стяжки) равной 6,45 кН/м. Момент от этой нагрузки равен

$$M = \frac{6,45 \cdot 7^2}{8} = 39,5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Прогиб от этой нагрузки и от постоянного по всему пролету момента  $Pe_{op} = 220 \cdot 0,08 = 17,6 \text{ кН}\cdot\text{м}$  (где  $e_{op}$  - см. [пример 18](#)) при жесткости  $E_b I_{red} = 20400 \cdot 1,132 \cdot 10^9 = 2,31 \cdot 10^{13} \text{ Н}\cdot\text{мм}^2$  равен

$$f = \left( \frac{5}{48} \cdot 39,5 - \frac{1}{8} \cdot 17,6 \right) 10^{-6} \cdot 6900^2 / 2,31 \cdot 10^{13} = 4 \text{ мм}.$$

Тогда  $f = 45 - 4 = 41 \text{ мм} \approx f_{ult} = 40 \text{ мм}$ , т.е. считаем, что конструктивное требование выполнено.