

Примеры расчета по деформациям.

Пример 1. Дано: железобетонная плита перекрытия гражданского здания прямоугольного сечения размерами $h = 200$ мм, $b = 1000$ мм; $h_o = 173$ мм; пролет $l = 5,6$ м; бетон класса В15 ($E_b = 24000$ МПа; $R_{b,ser} = 11$ МПа, $R_{bt,ser} = 1,1$ МПа); растянутая арматура класса А400 ($E_s = 2 \cdot 10^6$ МПа) с площадью поперечного сечения $A_s = 769$ мм² ($5\varnothing 14$); полная равномерно распределенная нагрузка $q = 7,0$ кН/м, в том числе ее часть от постоянных и длительных нагрузок $q_l = 6,5$ кН/м; прогиб ограничивается эстетическими требованиями.

Требуется рассчитать плиту по деформациям.

Расчет. Определим кривизну в середине пролета от действия постоянных и длительных нагрузок, так как прогиб ограничивается эстетическими требованиями.

Момент в середине пролета равен

$$M_{\max} = M_l = \frac{q_l l^2}{8} = \frac{6,5 \cdot 5,6^2}{8} = 25,5 \text{ кНм} = 25,5 \cdot 10^6 \text{ Нмм}$$

Принимаем без расчета, что плита имеет трещины в растянутой зоне, в связи с чем кривизну определим по формуле. Коэффициент армирования равен

$$\mu = \frac{A_s}{bh_o} = \frac{769}{1000 \cdot 173} = 0,0045.$$

При продолжительном действии нагрузки коэффициент приведения арматуры равен

$$\alpha_{s1} = \frac{560}{R_{b,ser}} = \frac{560}{11} = 50,9$$

Из [табл.4.5](#) при $\mu\alpha_{s1} = 0,0045 \cdot 50,9 = 0,226$ и $\mu_f = 0$ находим $\varphi_1 = 0,43$, а из [табл.4.6](#) при $\mu\alpha_{s1} = 0,0045 \cdot \frac{300}{11} = 0,121$ и $\mu_f = \mu_f = 0$ находим соответствующий продолжительному действию нагрузки коэффициент $\varphi_2 = 0,13$.

Тогда
$$\frac{1}{r} = \frac{M - \varphi_2 b h^2 R_{bt,ser}}{\varphi_1 E_s A_s h_o^2} = \frac{25,5 \cdot 10^6 - 0,13 \cdot 1000 \cdot 200^2 \cdot 1,1}{0,43 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 769 \cdot 173^2} = 9,99 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{мм}}.$$

Прогиб определим по формуле, принимая согласно [табл.4.3](#) $S = \frac{5}{48}$;

$$f = S l^2 \left(\frac{1}{r} \right)_{\max} = \frac{5}{48} \cdot 5600^2 \cdot 9,99 \cdot 10^{-6} = 32,6 \text{ мм}.$$

Согласно СП Нагрузки и воздействия определим предельно допустимый прогиб по эстетическим требованиям для пролета 5,6 м путем линейной интерполяции

$$f_{ult} = 20 + (30 - 20) \frac{5,6 - 3}{6 - 3} = 28,7 \text{ мм} < f = 32,6 \text{ мм}, \text{ т.е. условие не выполняется.}$$

Уточним прогиб плиты за счет учета переменной жесткости на участке с трещинами путем определения его по формуле. Для этого определяем момент трещинообразования M_{crc} .

Вычисляем геометрические характеристики приведенного сечения при коэффициенте

приведения
$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{200}{24} = 8,33$$
 :

$$A_{red} = bh + A_s \alpha = 1000 \cdot 200 + 769 \cdot 8,33 = 2 \cdot 10^5 + 6408 = 2,064 \cdot 10^5 \text{ мм}^2;$$

$$y_t = \frac{S_{red}}{A_{red}} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 100 + 6408 \cdot 27}{2,064 \cdot 10^5} = 97,7 \text{ мм};$$

$$I_{red} = \frac{1000 \cdot 200^3}{12} + 2 \cdot 10^5 (100 - y_t)^2 + 6408 (y_t - 27)^2 = 6,998 \cdot 10^8 \text{ мм}^4;$$

$$W = \frac{I_{red}}{y_t} = \frac{6,998 \cdot 10^8}{97,7} = 7,16 \cdot 10^6 \text{ мм}^3.$$

Заменяя в формуле значение W на $W_{pl} = W\gamma$, где согласно [табл.4.1](#) $\gamma = 1,3$, определим значение M_{crc}

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W\gamma = 1,1 \cdot 7,16 \cdot 10^6 \cdot 1,3 = 10,24 \cdot 10^6 \text{ Нмм}.$$

Момент в середине пролета от полной нагрузки равен

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{7 \cdot 5,6^2}{8} = 27,44 \text{ кНм}.$$

Тогда при $M_{crc}/M_{max} = 10,24 / 27,44 = 0,373$ вычисляем

$$\lambda_{crc} = \frac{(1 - \sqrt{1 - M_{crc} / M_{max}})}{2} = 0,104, \quad S_{crc} = \frac{\lambda_{crc} (1 + 3\lambda_{crc})}{12} = 0,0114.$$

Определим кривизну $\left(\frac{1}{r}\right)_{el}$ при $M = M_l$ без учета трещин при продолжительном действии нагрузки, принимая из [табл.4.4](#) для класса бетона В15 $\varphi_{b,cr} = 3,4$ и следовательно,

$$E_{b1} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}} = \frac{24000}{1 + 3,4} = 5455 \text{ МПа}.$$

Поскольку влияние значения $\left(\frac{1}{r}\right)_{el}$ на прогиб незначительно, определяем эту кривизну по формуле, не пересчитывая значение I_{red} :

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{el} = \frac{M_l}{E_{b1} I_{red}} = \frac{25,2 \cdot 10^6}{5455 \cdot 6,998 \cdot 10^8} = 6,68 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{мм}}.$$

Тогда

$$f = \left\{ \frac{5}{48} \left(\frac{1}{r}\right)_{max} - S_{crc} \left[\left(\frac{1}{r}\right)_{max} - \left(\frac{1}{r}\right)_{el} \right] \right\} l^2 = \left[\frac{5}{48} 9,99 - 0,0114(9,99 - 6,68) \right] \cdot 10^{-6} \cdot 5600^2 =$$

$$= 31,5 \text{ мм} > f_{ult} = 28,7 \text{ мм},$$

т.е. уточненный прогиб также превышает допустимое значение.

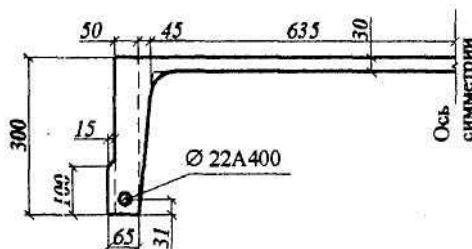
Пример 2. Дано: железобетонная плита покрытия с расчетным пролетом 5,7 м; размеры сечения (для половины сечения плиты) по [черт.2](#); бетон класса В25 ($E_b = 30000$ МПа, $R_{b,ser} = 18,5$ МПа, $R_{bt,ser} = 1,55$ МПа); рабочая арматура класса А400 с площадью сечения $A_s = 380 \text{ мм}^2 (1\varnothing 22)$; постоянная и длительная равномерно распределенная нагрузка $q_l = 11$ кН/м; прогиб плиты ограничивается эстетическими требованиями; влажность окружающего воздуха пониженная ($w < 40\%$).

Требуется рассчитать плиту по деформациям.

Расчет. Поскольку приближенная формула для кривизны не распространяется на конструкции, эксплуатируемые при влажности воздуха менее 40%, кривизну определяем по общей формуле как для элементов с трещинами в растянутой зоне.

Момент в середине плиты от постоянных и длительных нагрузок для половины сечения плиты равен:

$$M_{\max} = M_l = \frac{q_l l^2}{2 \cdot 8} = \frac{11 \cdot 5,7^2}{2 \cdot 8} = 22,34 \text{ кНм.}$$



Черт.2.

Предварительно определяем момент трещинообразования M_{crc} . Определим геометрические характеристики приведенного сечения при коэффициенте приведения

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{200 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} = 6,67$$

$$A_{red} = 300 \cdot 50 + 100 \cdot 15 + 300 \cdot 45 / 2 + 30 \cdot 635 + 380 \cdot 6,67 = 15000 + 1500 + 6750 + 19050 + 2533,5 = 44833 \text{ мм}^2;$$

$$y_t = \frac{15000 \cdot 150 + 1500 \cdot 50 + 6750 \cdot 200 + 19050 \cdot 285 + 2533,5 \cdot 31}{44833} = 204,84 \text{ мм};$$

$$I_{red} = \frac{300^3 \cdot 50}{12} + 15000(y_t - 150)^2 + \frac{300^3 \cdot 15}{12} + 1500(y_t - 50)^2 + \frac{300^3 \cdot 45}{36} + 6750(y_t - 200)^2 + \frac{30^3 \cdot 635}{12} + 19050(285 - y_t)^2 + 2533,5(y_t - 31)^2 = 4,291 \cdot 10^8 \text{ мм}^4;$$

$$W = \frac{I_{red}}{y_t} = \frac{4,291 \cdot 10^8}{204,8} = 2,095 \cdot 10^6 \text{ мм}^3.$$

Упругий момент сопротивления

Заменяя в формуле значение W на $W_{pl} = W\gamma$, где $\gamma = 1,3$ (см. [табл.4.1](#)), определяем значение M_{crc} :

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W \gamma = 1,55 \cdot 2,095 \cdot 10^6 \cdot 1,3 = 4,22 \cdot 10^6 \text{ Нмм} = 4,22 \text{ кНм.}$$

По формуле определим коэффициент ψ_s ,

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M} = 1 - 0,8 \frac{4,22}{22,34} = 0,849.$$

Приведенный модуль деформации при продолжительном действии нагрузки и при $w < 40\%$ равен

$$E_{b,red} = \frac{R_{b,ser}}{\varepsilon_{b1,red}} = \frac{18,5}{34 \cdot 10^{-4}} = 5441,2 \text{ МПа,}$$

$$\alpha_{s2} = \frac{E_s}{E_{b,red} \cdot u_s} = \frac{2 \cdot 10^5}{5441,2 \cdot 0,849} = 43,29.$$

и тогда

Определяем высоту сжатой зоны по формуле, принимая усредненную ширину ребра 85 мм и площадь сжатых свесов равную $A_{св} = (b'_f - b)h'_f = 635 \cdot 30 = 19050 \text{ мм}^2$, и рабочую высоту $h_o = 300 - 31 = 269 \text{ мм}$:

$$\mu_s \alpha_{s2} = \frac{A_s}{bh_o} \alpha_{s2} = \frac{380}{85 \cdot 269} 43,29 = 0,719;$$

$$\mu'_f = \frac{A_{св}}{bh_o} = \frac{19050}{85 \cdot 269} = 0,833; \mu'_s = 0,0;$$

$$z = \mu_s \alpha_{s2} + \mu'_f = 0,719 + 0,833 = 1,552;$$

$$x = h_o \left[\sqrt{z^2 + 2 \left(\mu_s \alpha_{s2} + \mu'_f \frac{h'_f}{2h_o} \right)} - z \right] =$$

$$= 269 \left[\sqrt{1,552^2 + 2 \left(0,719 + 0,833 \frac{15}{269} \right)} - 1,552 \right] = 116,4 \text{ мм}.$$

$$I_{red} = \frac{bx^3}{3} + A_{св} \left(x - \frac{h'_f}{2} \right)^2 + A_s a_{s2} (h_o - x)^2 =$$

$$= \frac{85 \cdot 116,4^3}{3} + 19050 (116,4 - 15)^2 + 380 \cdot 43,29 (269 - 116,4)^2 = 6,236 \cdot 10^8 \text{ мм}^4.$$

Из формулы имеем

$$\left(\frac{1}{r} \right)_{\max} = \frac{M_{\max}}{E_{b,red} I_{red}} = \frac{22,34 \cdot 10^6}{5441,2 \cdot 6,236 \cdot 10^8} = 6,58 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{мм}}.$$

Прогиб определяем по формуле, принимая согласно [табл.4.3](#) $S = \frac{5}{48}$:

$$f = Sl^2 \left(\frac{1}{r} \right)_{\max} = \frac{5}{48} 5700^2 \cdot 6,58 \cdot 10^{-6} = 22,3 \text{ мм}$$

Согласно СП Нагрузки и воздействия предельно допустимый прогиб по эстетическим требованиям для пролета 5,7 м равен $f_{ult} = 29 \text{ мм} > f = 22,3 \text{ мм}$, т.е. условие выполняется.