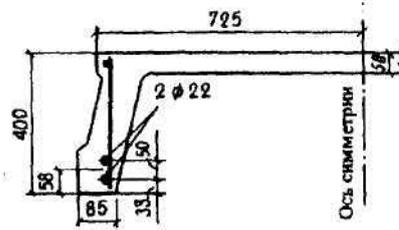


## Примеры расчета по трещиностойкости.

**Пример 1.** Дано: железобетонная плита перекрытия с размерами поперечного сечения (для половины сечения плиты) по черт.1; бетон класса В25 ( $R_{bt,ser} = 1,55$  МПа,  $R_{b,ser} = 18,5$  МПа,  $E_b = 30000$  МПа); площадь сечения растянутой арматуры класса А400  $A_s = 760$  мм<sup>2</sup> ( $2\varnothing 22$ ); полный момент в середине пролета  $M = 69$  кНм; все нагрузки постоянные и длительные.



Черт.1.

Требуется произвести расчет по раскрытию нормальных трещин

Расчет. Из черт.1 имеем:  $b = 85$  мм,  $h = 400$  мм,  $a = 58$  мм,  $b'_f = 725$  мм;  $h'_f = 50$  мм.

Определим момент образования трещин  $M_{crc}$ . Для этого определяем геометрические

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^4} = 6,67$$

характеристики приведенного сечения при  $A'_s = 0$ ;

$$A_{red} = A + \alpha A_s = bh + (b'_f - b)h'_f + \alpha A_s = 85 \cdot 400 + (725 - 85)50 + 6,67 \cdot 760 = 34000 + 32000 + 5069 = 71069 \text{ мм}^2;$$

$$y_t = S_{red} / A_{red} = [34000 \cdot 400/2 + 32000(400-50/2) + 5069 \cdot 58] / 71069 = 268,7 \text{ мм};$$

$$\begin{aligned} I_{red} &= \frac{bh^3}{12} + bh(y_t - h/2)^2 + (b'_f - b)h'_f(h - h'_f/2 - y_t)^2 + (b'_f - b)h'_f^3/12 + \alpha A_s(y_t - a)^2 = \\ &= \frac{85 \cdot 400^3}{12} + 34000(268,7 - 200)^2 + \frac{640 \cdot 50^3}{12} + 32000(375 - 268,7)^2 + 5069(268,7 - 58)^2 = \\ &= 1,207 \cdot 10^9 \text{ мм}^4; \end{aligned}$$

$$W = \frac{I_{red}}{y_t} = \frac{1,207 \cdot 10^9}{268,7} = 4,49 \cdot 10^6 \text{ мм}^3.$$

Учтем неупругие деформации растянутого бетона путем умножения  $W$  на коэффициент  $\gamma$ , равный 1,30, т.е.  $W = 4,49 \cdot 10^6 \cdot 1,3 = 5,84 \cdot 10^6$  мм<sup>3</sup>. Тогда  $M_{crc} = R_{bt,ser} W = 1,55 \cdot 5,84 \cdot 10^6 = 9,052 \cdot 10^6$  Нмм = 9,05 кНм <  $M = 69$  кНм. т.е. трещины образуются и расчет по раскрытию трещин необходим.

Определим напряжение в арматуре  $\sigma_s$  по формуле. Рабочая высота сечения  $h_o = h - a =$

$$\alpha_{s1} = \frac{300}{R_{b,ser}} = \frac{300}{18,5} = 16,2$$

400 - 58 = 342 мм; коэффициент приведения

$$\mu_s \alpha_{s1} = \frac{A_s \alpha_{s1}}{bh_o} = \frac{760 \cdot 16,2}{85 \cdot 342} = 0,424 \quad \text{и} \quad \gamma = \frac{(b'_f - b)h'_f}{bh_o} = \frac{32000}{85 \cdot 342} = 1,1 > 0,80$$

из графика на черт.4.2 находим коэффициент  $\zeta = 0,9$  и плечо внутренней пары сил равно  $z_s = \zeta h_o = 0,9 \cdot 342 = 308$  мм.

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s} = \frac{69 \cdot 10^6}{308 \cdot 760} = 294,8 \text{ МПа.}$$

Определим расстояние между трещинами  $l_s$ .

Поскольку высота растянутого бетона, равная  $y = y_k = 268,7 \cdot 0,9 = 247,8 \text{ мм} > h/2 = 200 \text{ мм}$ , площадь сечения растянутого бетона принимаем равной

$$A_{bt} = b \cdot 0,5h = 85 \cdot 200 = 17000 \text{ мм}^2.$$

Тогда

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s = 0,5 \frac{17000}{760} 22 = 246 \text{ мм},$$

что меньше  $40d_s = 880 \text{ мм}$  и меньше  $400 \text{ мм}$ , поэтому оставляем  $l_s = 246 \text{ мм}$ .

Значение  $\psi_s$  определим по формуле

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M} = 1 - 0,8 \frac{9,05}{69} = 0,895.$$

Определяем по формуле ширину продолжительного раскрытия трещин, принимая  $\varphi_1 = 1,4$ ,  $\varphi_2 = 0,5$  и  $\varphi_3 = 1,0$ ,

$$a_{crc} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_s \frac{y_s}{E_s} l_s = 1,4 \cdot 0,5 \cdot 0,895 \frac{294,8}{2 \cdot 10^5} \cdot 246 = 0,227 \text{ мм},$$

что меньше предельно допустимой ширины продолжительного раскрытия трещин, равной  $a_{crc,ult} = 0,3 \text{ мм}$ .

**Пример 2.** Дано: железобетонная плита фундамента с размерами поперечного сечения  $h = 300 \text{ мм}$ ,  $b = 1150 \text{ мм}$ ;  $a = 42 \text{ мм}$ ; бетон класса В15 ( $R_{bt,ser} = 1,1 \text{ МПа}$ ,  $R_{b,ser} = 11 \text{ МПа}$ ); рабочая арматура класса А400 с площадью сечения  $A_s = 923 \text{ мм}^2$  ( $6\varnothing 14$ ); момент в расчетном сечении от постоянных и длительных нагрузок  $M_l = 50 \text{ кНм}$ , от кратковременных нагрузок  $M_{sh} = 10 \text{ кНм}$ ; фундамент эксплуатируется в неагрессивных условиях (выше верхнего уровня грунтовых вод).

Требуется произвести расчет по раскрытию нормальных трещин.

Расчет. Определим момент образования трещин  $M_{crc}$ . Поскольку  $\mu = \frac{A_s}{bh} = \frac{923}{1150 \cdot 300} = 0,0027 < 0,005$ , упругий момент сопротивления  $W$  определим без учета арматуры, т.е.

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{1150 \cdot 300^2}{6} = 1,725 \cdot 10^7 \text{ мм}^3.$$

Учтем неупругие деформации растянутого бетона путем умножения  $W$  на коэффициент  $\gamma$  равный согласно табл.4.1 1,30, т.е.  $W = 1,3 \cdot 1,725 \cdot 10^7 = 2,24 \cdot 10^7 \text{ мм}^3$ . Тогда  $M_{crc} = R_{bt,ser} W = 1,1 \cdot 2,24 \cdot 10^7 = 24,67 \cdot 10^6 \text{ Нмм} = 24,67 \text{ кНм} < M = M_l + M_{sh} = 50 + 10 = 60 \text{ кНм}$ . т.е. трещины при действии полной нагрузки образуются и расчет по раскрытию трещин необходим.

Проверим условие с заменой напряжений  $\sigma_s$  соответствующими моментами

$$\frac{M_l - 0,8M_{crc}}{M - 0,8M_{crc}} = \frac{50 - 0,8 \cdot 24,67}{60 - 0,8 \cdot 24,67} = 0,752 > 0,68,$$

следовательно, проверяем только продолжительное раскрытие трещин. Определяем напряжение в арматуре  $\sigma_s$  по формуле, принимая  $M = M_l$ . Рабочая высота сечения  $h_o = h - a$

$= 300 - 42 = 258$  мм; коэффициент приведения  $\alpha_{s1} = \frac{300}{R_{b,ser}} = \frac{300}{11} = 27,27$ . Тогда при

$\mu_s a_{s1} = \frac{A_s a_{s1}}{bh_o} = \frac{923 \cdot 27,27}{1150 \cdot 258} = 0,085$  и  $\gamma = 0,0$  из графика на [черт.4.3](#) находим  $\zeta = 0,89$ . Плечо

внутренней пары сил равно  $z_s = \zeta \cdot h_o = 0,89 \cdot 258 = 229,6$  мм.

$$\sigma_s = \frac{M}{z_s A_s} = \frac{50 \cdot 10^6}{229,6 \cdot 923} = 235,9 \text{ МПа.}$$

Для прямоугольного сечения высота растянутой зоны бетона с учетом неупругих деформаций равна  $y = 0,5hk = 0,5 \cdot 300 \cdot 0,9 = 135$  мм  $> 2h = 2 \cdot 42 = 84$  мм и, кроме того,  $y = 135$  мм  $< 0,5h = 150$  мм поэтому оставляем  $y = 135$  мм и тогда  $A_{bt} = b \cdot y = 1150 \cdot 135 = 155250$  мм<sup>2</sup>. Расстояние между трещинами определим по формуле

$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s = 0,5 \frac{155250}{923} 14 = 1177$  мм, что больше  $40d_s = 40 \cdot 14 = 560$  мм и более 400 мм,

поэтому принимаем  $l_s = 400$  мм.

Значение  $\psi_s$  определяем по формуле, принимая  $M = M_l = 50$  кН м.

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{M_{crc}}{M} = 1 - 0,8 \frac{24,67}{50,0} = 0,605$$

Определяем по формуле ширину продолжительного раскрытия трещин, принимая  $\varphi_1 = 1,4$ ,  $\varphi_2 = 0,5$  и  $\varphi_3 = 1,0$ :

$$a_{crc} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s} l_s = 1,4 \cdot 0,5 \cdot 0,605 \frac{235,9}{2 \cdot 10^5} \cdot 400 = 0,2 \text{ мм,}$$

что меньше предельно допустимой ширины продолжительного раскрытия трещин, равной  $a_{crc,ult} = 0,3$  мм.

**Пример 3.** Дано: железобетонная колонна промышленного здания, с размерами поперечного сечения  $h = 500$  мм,  $b = 400$  мм;  $a = a' = 50$  мм; бетон класса В15 ( $E_b = 24000$  МПа,  $R_{b,ser} = 11$  МПа,  $R_{bt,ser} = 1,1$  МПа); рабочая арматура класса А400 с площадью сечения  $A_s = A'_s = 1232$  мм<sup>2</sup> ( $2\varnothing 28$ ); усилия от постоянных и длительных нагрузок:  $N_l = 500$  кН,  $M_l = 150$  кНм; усилия от кратковременной (ветровой) нагрузки:  $N_{sh} = 0,0$ ;  $M_{sh} = 90$  кНм.

Требуется рассчитать колонну по раскрытию трещин

Расчет. Определяем момент образования трещин  $M_{crc}$ .

Поскольку  $\mu = \frac{A_s}{bh} = \frac{1232}{400 \cdot 500} = 0,0062 < 0,005$ , определяем значения  $W$  и  $e_y$  с учетом

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{2 \cdot 10^5}{2,4 \cdot 10^4} = 8,333$$

арматуры при коэффициенте приведения  $\alpha = 8,333$ . Для прямоугольного сечения с симметричной арматурой  $y_t = h/2 = 250$  мм, а момент инерции  $I_{red}$  равен

$$I_{red} = \frac{bh^3}{12} + 2aA_s(0,5h - a)^2 = \frac{400 \cdot 500^3}{12} + 2 \cdot 1232 \cdot 8,333(250 - 50)^2 = 4,988 \cdot 10^9 \text{ мм}^4.$$

$$W = \frac{I_{red}}{y_t} = \frac{4,988 \cdot 10^9}{250} = 19,95 \cdot 10^6 \text{ мм}^3.$$

Тогда  
Площадь приведенного сечения равна

$$A_{red} = bh + 2A_s \alpha = 400 \cdot 500 + 2 \cdot 1232 \cdot 8,333 = 220533 \text{ мм}^2.$$

$$e_{я} = \frac{W}{A_{red}} = \frac{19,95 \cdot 10^6}{220533} = 90,5 \text{ мм}$$

Тогда  
Учитываем неупругие деформации растянутого бетона путем умножения  $W$  на коэффициент  $\gamma = 1,3$  (см. [табл.4.1](#)), т.е.  $W = 19,95 \cdot 10^6 \cdot 1,3 = 25,94 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$ ,

Определяем момент  $M_{crc}$  по формуле, принимая  $N = N_l = 500 \text{ кН}$ ,  
 $M_{crc} = R_{bt,ser}W + Ne_{я} = 1,1 \cdot 25,94 \cdot 10^6 + 500000 \cdot 90,5 = 73,76 \cdot 10^6 \text{ Нмм} = 73,76 \text{ кНм} < M = M_l + M_{sh} = 150 + 90 = 240 \text{ кНм}$ ,

т.е. трещины при действии всех нагрузок образуются и расчет по раскрытию трещин необходим.

Определяем напряжение в растянутой арматуре при действии всех нагрузок по формуле.

$$h_o = h - a = 500 - 50 = 450 \text{ мм} = 0,45 \text{ м.}$$

$$e = \frac{M}{N} + \frac{h_o - a'}{2} = \frac{240}{500} + \frac{0,45 - 0,05}{2} = 0,68 \text{ м.}$$

$$\text{При } \frac{e}{h_o} = \frac{0,68}{0,45} = 1,51 \quad \text{и} \quad \mu\alpha_{s1} = \frac{A_s}{bh_o} \cdot \frac{300}{R_{b,ser}} = \frac{1232}{400 \cdot 450} \cdot \frac{300}{11} = 0,187 \quad \text{из } \text{табл.4.2} \text{ находим}$$

$$\sigma_s = \frac{Ne}{A_s h_o} \varphi_{crc} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 680}{1232 \cdot 450} \cdot 0,54 = 331,2 \text{ МПа.}$$

$\varphi_{crc} = 0,54$ . Тогда

Аналогично определяем напряжение  $\sigma_s$  при действии постоянных и длительных нагрузок, т.е. принимая  $M = M_l = 150 \text{ кНм}$  и  $N = N_l = 500 \text{ кН}$ .

$$e = \frac{M}{N} + \frac{h_o - a'}{2} = \frac{150}{500} + 0,2 = 0,5 \text{ м.}$$

$$\text{При } \frac{e}{h_o} = \frac{0,5}{0,45} = 1,111 \quad \text{и} \quad \mu\alpha_{s1} = 0,187 \quad \text{из } \text{табл.4.2} \text{ находим } \varphi_{crc} = 0,32.$$

$$\sigma_s = \sigma_{s1} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 500}{1232 \cdot 450} \cdot 0,32 = 144,3 \text{ МПа.}$$

Определим также напряжение  $\sigma_s$  при действии момента  $M = M_{crc} = 73,76 \text{ кНм}$  и силы  $N = 500 \text{ кН}$ .

$$e = \frac{73,76}{500} + 0,2 = 0,3475 \text{ м}; \quad \text{по } \frac{e}{h_o} = \frac{0,3475}{0,45} = 0,772 \quad \text{и} \quad \mu\alpha_{s1} = 0,187 \quad \text{находим } \varphi_{crc} = 0,08;$$

$$\sigma_s = \sigma_{s,crc} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 347,5}{1232 \cdot 450} \cdot 0,08 = 25 \text{ МПа.}$$

Проверим условие

$$\frac{\sigma_{s1} - 0,8\sigma_{s,crc}}{\sigma_s - 0,8\sigma_{s,crc}} = \frac{144,3 - 0,8 \cdot 25}{331,2 - 0,8 \cdot 25} = 0,399 < 0,68,$$

т.е. условие не выполняется, следовательно, проверяем только непродолжительное раскрытие трещин, определяя  $a_{crc}$  по формуле. Для этого предварительно определяем  $a_{crc,2}$

по формуле при  $\varphi_1 = 1,0$  и  $\sigma_s = 331,2$  МПа. По формуле имеем

$$\psi_s = 1 - 0,8 \frac{\sigma_{s,crc}}{\sigma_s} = 1 - 0,8 \frac{25}{331,2} = 0,94.$$

Определяем расстояние между трещинами  $l_s$ . Для этого вычислим высоту растянутой зоны бетона по формуле, принимая  $\kappa = 0,90$ , а

$$y_t = \frac{S_{red}}{A_{red} + N / R_{bt,ser}} = \frac{bh^2 / 2 + 2A_s ah / 2}{A_{red} + N / R_{bt,ser}} = \frac{400 \cdot 500^2 / 2 + 2 \cdot 1232 \cdot 8,33 \cdot 250}{220533 + 500 \cdot 10^3 / 1,1} = 81,7 \text{ мм},$$

$$y = y_t \kappa = 81,7 \cdot 0,9 = 73,5 \text{ мм} < 2a = 2 \cdot 50 = 100 \text{ мм}.$$

Принимаем  $y = 100$  мм и тогда площадь сечения растянутого бетона равна  $A_{bt} = yb = 100 \cdot 400 = 40000 \text{ мм}^2$

$$l_s = 0,5 \frac{A_{bt}}{A_s} d_s = 0,5 \frac{40000}{1232} 28 = 454,5 \text{ мм} > 400 \text{ мм}.$$

Принимаем  $l_s = 400$  м.

$$a_{crc,2} = \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \psi_s \frac{y_s}{E_s} l_s = 0,5 \cdot 0,94 \frac{331,2}{2 \cdot 10^5} \cdot 400 = 0,31 \text{ мм},$$

$$a_{crc} = a_{crc,2} \left( 1 + 0,4 \frac{\sigma_{s1} - 0,8 \sigma_{s,crc}}{\sigma_s - 0,8 \sigma_{s,crc}} \right) = 0,31 (1 + 0,4 \cdot 0,399) = 0,36 \text{ мм},$$

что меньше предельно допустимой ширины непродолжительного раскрытия трещин, равной 0,4 мм.