***Практическая работа № 4 «Применение производной и определенного интеграла»***

*Цель:*закрепление практических умений применять производную для исследования функции и построения графиков, применять определенный интеграл при вычислении площадей плоских фигур.

*Инструкция для обучающихся по выполнению практической работы:*

Практическая работа выполняется по варианту, указанному преподавателем.

По результатам работы оформляется отчет, который содержит:

1. Название практической работы.
2. Задание.
3. Полное, обоснованное решение и ответ.

Решение должно быть математически грамотным, полным. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными.

*Задание № 1.*

Провести полное исследование функции  (см. табл. 3) и построить ее график.

Исследование функции рекомендуется проводить по следующей схеме:

1) найти область определения функции;

2) исследовать функцию на непрерывность;

3) исследовать функцию на четность;

4) найти интервалы возрастания (убывания) функции, точки экстремума;

5) найти интервалы выпуклости (вогнутости), точки перегиба графика функции;

6) найти точки пересечения графика функции с осями координат (если это возможно);

7) найти асимптоты графика функции;

8) по результатам исследования построить график функции.

Таблица 11

Исходные данные

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта |  | Номер варианта |  |
| 1 |  | 11 |  |
| 2 |  | 12 |  |
| 3 |  | 13 |  |
| 4 |  | 14 |  |
| 5 |  | 15 |  |
| 6 |  | 16 |  |
| 7 |  | 17 |  |
| 8 |  | 18 |  |
| 9 |  | 19 |  |
| 10 |  | 20 |  |

*Задание № 2.*

Вычислить площадь фигуры, ограниченной данными линиями (см. табл. 5). Построить фигуру.

*Таблица 12*

*Исходные данные*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № варианта | Линии | № варианта | Линии |
| 1 |  | 11 |  |
| 2 |  | 12 |  |
| 3 |  | 13 |  |
| 4 |  | 14 |  |
| 5 |  | 15 |  |
| 6 |  | 16 |  |
| 7 |  | 17 |  |
| 8 |  | 18 |  |
| 9 |  | 19 |  |
| 10 |  | 20 |  |

***Пример выполнения практической работы № 4***

*Задание № 1.*

Провести полное исследование функции  и построить ее график.

Исследование функции рекомендуется проводить по следующей схеме:

1) найти область определения функции;

2) исследовать функцию на непрерывность;

3) исследовать функцию на четность;

4) найти интервалы возрастания (убывания) функции, точки экстремума;

5) найти интервалы выпуклости (вогнутости), точки перегиба графика функции;

6) найти точки пересечения графика функции с осями координат (если это возможно);

7) найти асимптоты графика функции;

8) по результатам исследования построить график функции.

*Решение.*

1) Найдем область определения функции: .

2) Исследуем функцию на четность, нечетность:

;

, .

Следовательно, функция не является ни четной, ни нечетной.

3) Исследуем функцию на непрерывность:  – точка разрыва.

Определим род точки разрыва, для этого вычислим односторонние пределы функции в точке :

, .

Следовательно,  – точка разрыва второго рода.

4) Исследуем функцию на экстремум.

Найдем первую производную:

.

Найдем критические точки:

, если , откуда  и .

Производная не существует при , но экстремума в этой точке не будет, так как это точка разрыва.

Определим знак производной в интервалах (рис. 1).



*Рис. 3. Исследование на экстремум*

Функция возрастает на  и на .

Функция убывает на  и на .

 – точка максимума,  – точка минимума.

Найдем экстремумы функции:

,

.

5) Найдем интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба.

Найдем вторую производную:







.

Найдем критические точки второго рода. Приравняем вторую производную  к нулю и решим уравнение . Оно не имеет решений.

Вторая производная не существует при , но данная точка не является точкой перегиба, так как является точкой разрыва. Следовательно, точек перегиба нет.

На числовую ось нанесем область определения функции. В полученных интервалах расставим знак второй производной  (рис. 2).



*Рис. 4. Исследование на выпуклость, вогнутость, точки перегиба*

График функции выпуклый на  и вогнутый на .

6) Найдем асимптоты графика функции.

Так как  – точка разрыва второго рода, то через нее пройдет вертикальная асимптота с уравнением .

Наклонная асимптота имеет уравнение . Найдем параметры и :

,



.

Итак,  – уравнение наклонной асимптоты.

7) Найдем точки пересечения графика с осями координат.

При  получим . Следовательно,  – точка пересечения с осью .

При  получим , ;

.

Следовательно, точек пресечения с осью  нет.

8) По результатам исследования строим график функции (рис. 3).



*Рис. 5. График функции*

*Задание 2*

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  и . Построить фигуру.

*Решение.*

Построим линии, ограничивающие фигуру.

Уравнение  задает параболу, ветви которой идут вверх. Найдем абсциссу ее вершины по формуле:

.

Получим

.

Найдем ординату вершины параболы:

.

Итак,  – вершина параболы .

Уравнение  задает параболу, ветви которой идут вниз. Аналогично найдем координаты ее вершины:

,

.

Итак,  – вершина параболы .

Найдем абсциссы точек пересечения заданных парабол. Для этого приравняем правые части их уравнений:

.

Решим полученное квадратное уравнение.

,

,

, .

Таким образом, получим фигуру, ограниченную данными линиями (рис. 5):



Рис. 6. Фигура

Вычисление площади осуществляем по формуле

,

где ,  ― кривые, ограничивающие фигуру .

Тогда





 (кв. ед.).

*Ответ:*  (кв. ед.).