

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Краткие теоретически сведения

1. Точка, прямая, плоскость

1.1. Точка

В основе любого изображения лежит способ проецирования. Сущность проецирования заключается в определении пересечения лучевой поверхности, обертывающей предмет, с плоскостью.

Лучевая поверхность состоит из лучей, называемых проецирующими.

Плоскость, на которой получается изображение, называется плоскостью проекций. Если проецирующие лучи исходят из одной точки, способ проецирования называется центральным. Если лучи параллельны между собой — параллельным. Параллельное проецирование бывает косоугольным, если лучи наклонены к плоскости проекций, и прямоугольным (ортогональным), если проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций.

На рисунке 1, а изображены три взаимно перпендикулярные плоскости проекций:

H — горизонтальная плоскость проекций;

V — фронтальная плоскость проекций;

W — профильная плоскость проекций.

Линии пересечения плоскостей проекций — оси координат: X , Y , Z . Трехгранные углы (части пространства, ограниченные плоскостями проекций) называются *октантами* и нумеруются римскими цифрами (рис. 1, а).

Стрелками показано направление вращения плоскостей при совмещении их с одной плоскостью (с плоскостью V). Плоский чертеж, содержащий две или три проекции объекта, в начертательной геометрии называется *эпюрой*. Расположение осей координат на эпюре приведено на рисунке 1, б.

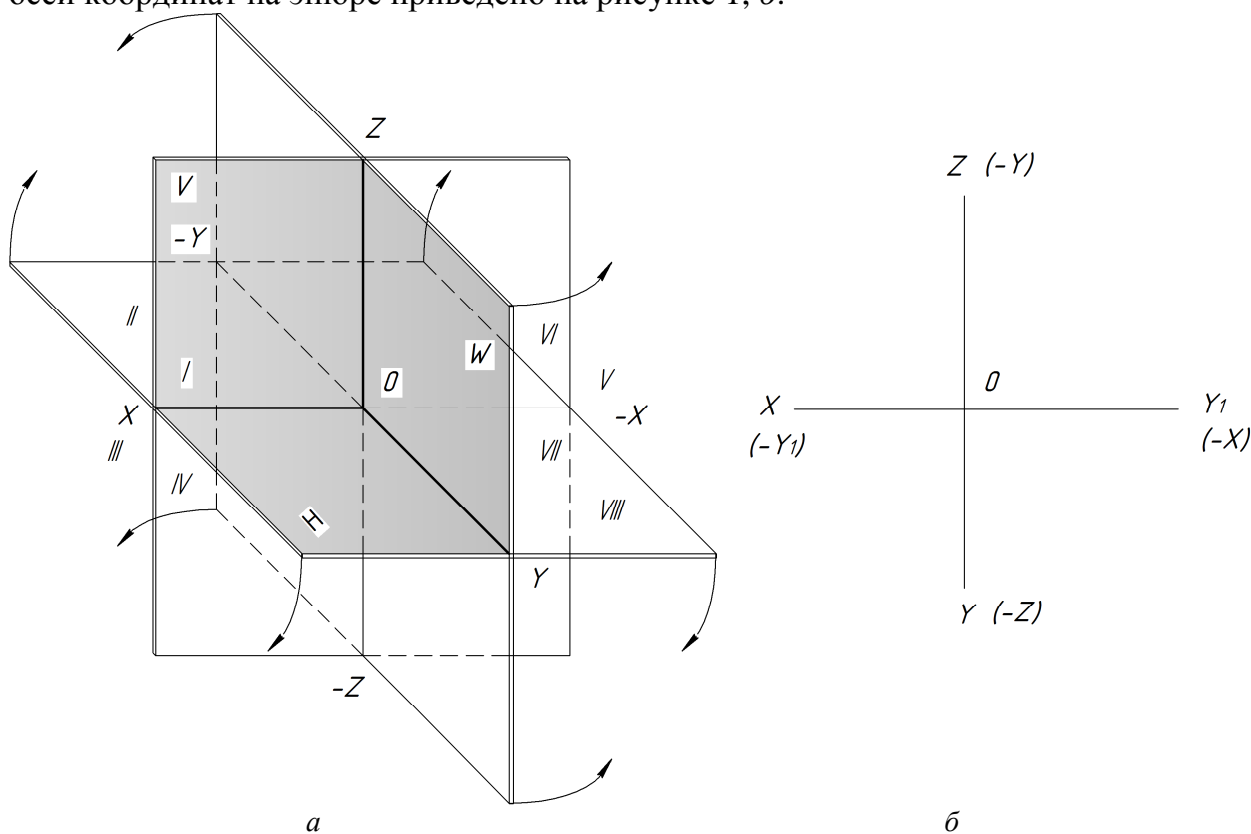


Рис. 1. Система трех плоскостей проекций:

а) — аксонометрическое изображение; б) — расположение осей на эпюре

На рисунке 2, а точка A принадлежит первому октанту, эюр точки построен на рисунке 2, б.

- a — горизонтальная проекция точки A ;
- a' — фронтальная проекция точки A ;
- a'' — профильная проекция точки A .

Линии, соединяющие проекции точки на эюре называются *линии связи*. Горизонтальная и фронтальная проекция точки на эюре всегда лежат на одном перпендикуляре (линии связи) к оси X . Фронтальная и профильная проекции точки всегда лежат на одном перпендикуляре к оси Z .

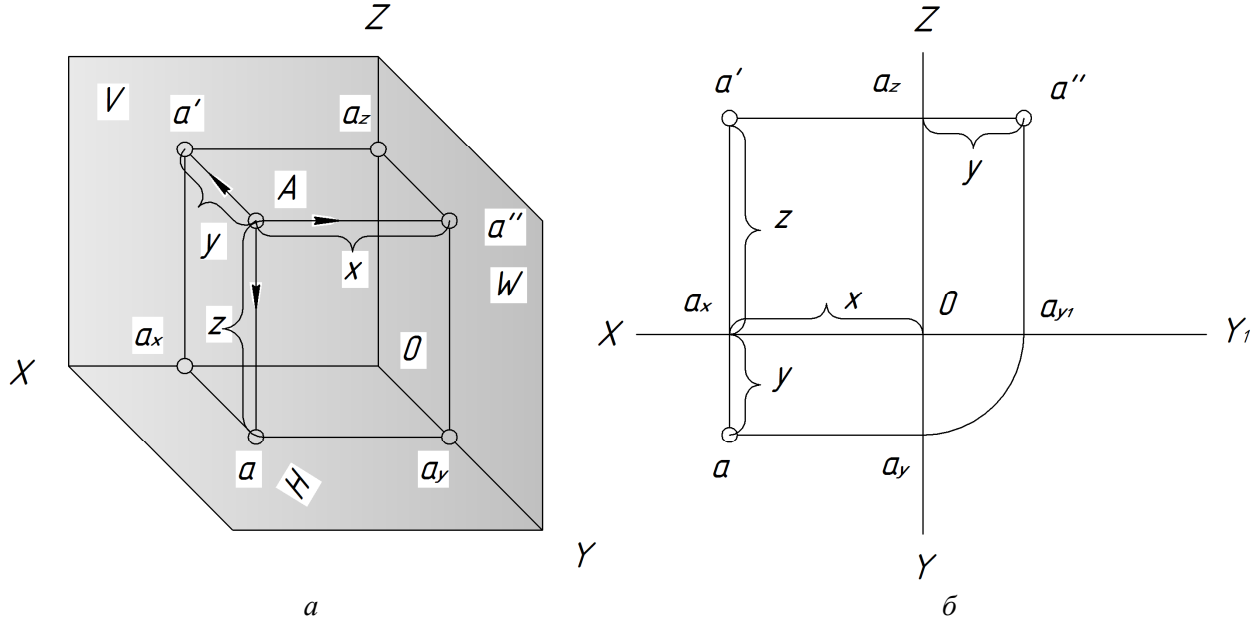


Рис. 2. Точка, принадлежащая I октанту:
а) — аксонометрическое изображение; б) — эюр точки

На рисунке 3, а точка B принадлежит второму октанту, эюр точки построен на рисунке 2, б.

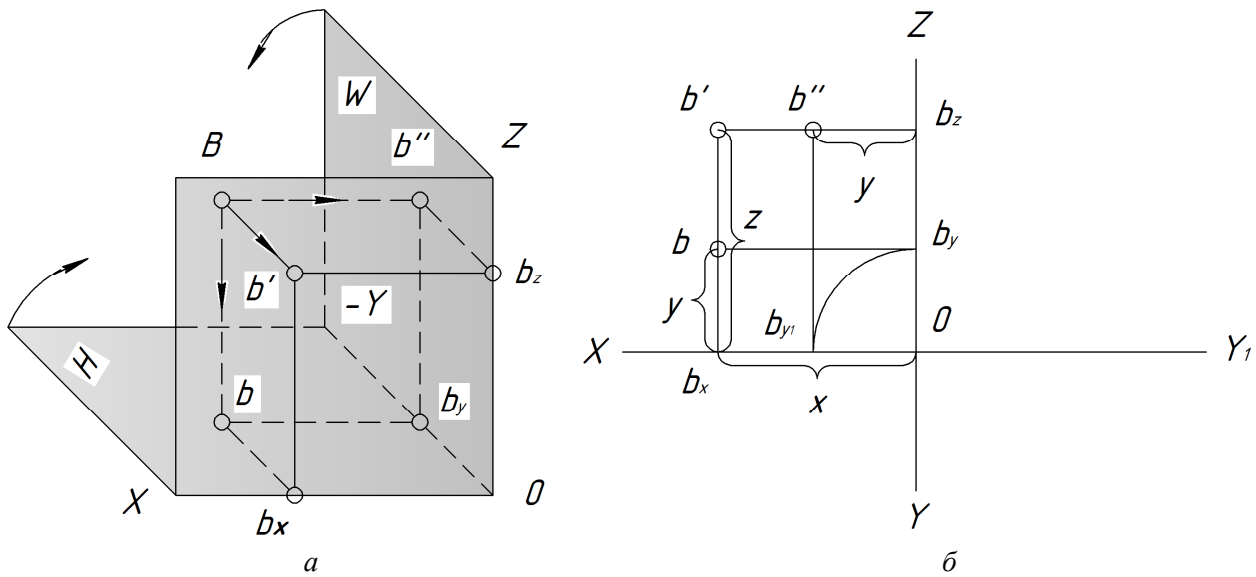


Рис. 3. Точка, принадлежащая II октанту:
а) — аксонометрическое изображение; б) — эюр точки

1.2. Прямая

1.2.1. Положение прямой линии относительно плоскостей проекций

Прямая общего положения — прямая, не параллельная ни одной плоскости проекций (рис. 4).

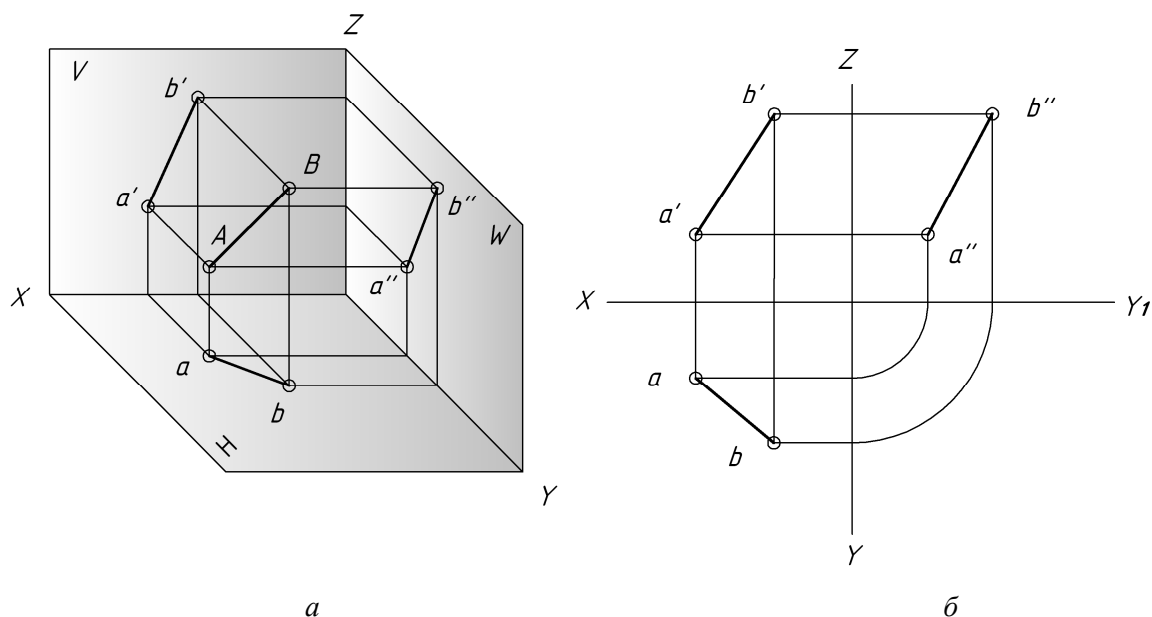


Рис. 3. Прямая общего положения:
а) — аксонометрическое изображение; б) — эпюр прямой

Линия уровня — прямая, параллельная какой-либо одной плоскости проекций.

Прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонтальной линией уровня* (рис. 5).

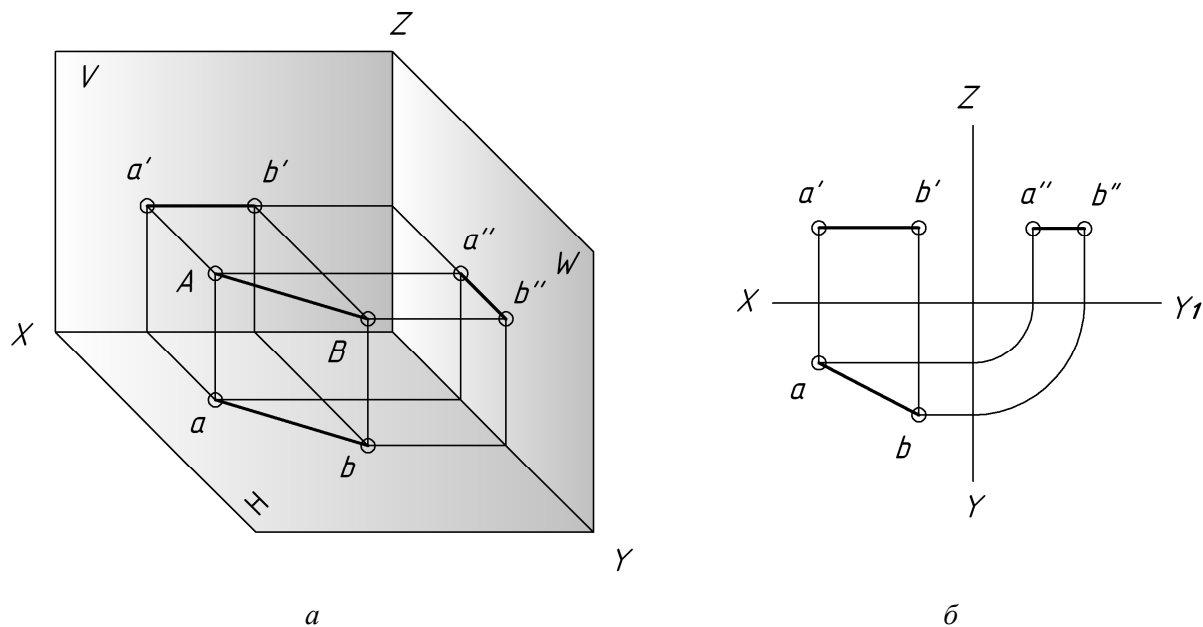


Рис. 3. Горизонтальная линия уровня:
а) — аксонометрическое изображение; б) — эпюр прямой

Прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется *фронтальной линией уровня* (рис. 6).

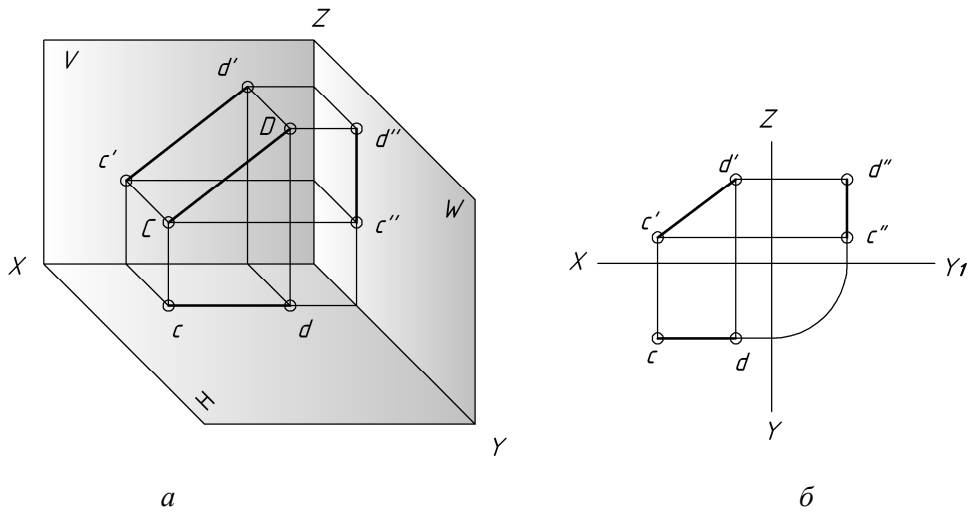


Рис. 3. Фронтальная линия уровня:
 а) — аксонометрическое изображение; б) — эюр прямой

Прямая, параллельная профильной плоскости проекций, называется *профильной линией уровня* (рис. 7).

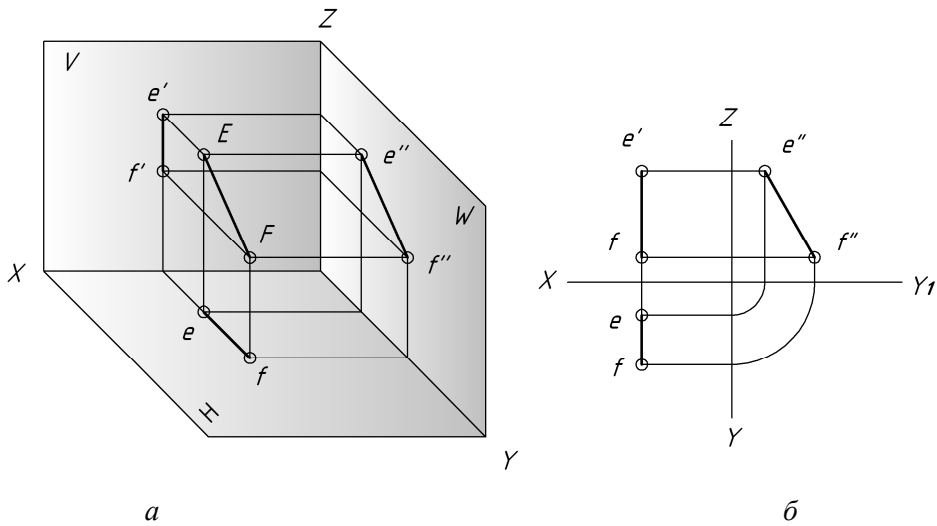


Рис. 3. Профильная линия уровня:
 а) — аксонометрическое изображение; б) — эюр прямой

Проецирующая прямая — прямая, перпендикулярная какой-либо плоскости проекций.

Прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонтально-проецирующей* (рис. 8, прямая AB). *Фронтально-проецирующая* (рис. 8, прямая CD), *профильно-проецирующая* (рис. 8, прямая EF).

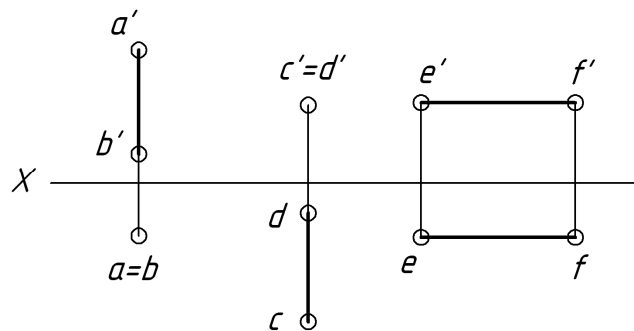


Рис. 8. Проецирующие прямые

1.2.2. Длина отрезка прямой общего положения

Отрезок прямой спроецируется на плоскость проекций в натуральную величину, если он параллелен этой плоскости проекций.

Натуральную величину отрезка прямой общего положения можно определить из прямоугольного треугольника, в котором длина одного катета равна проекции отрезка (например, горизонтальной), а другой катет равен разности координат концов отрезка (в данном случае — разности координат Z) (рис. 9, а). На эюре построение такого треугольника обычно примыкают к проекции, которая является одним из катетов (рис. 9, б). Гипотенуза — натуральная величина отрезка AB , угол между проекцией отрезка и гипотенузой — натуральная величина угла наклона прямой AB к плоскости проекций (в данном случае — к горизонтальной плоскости проекций; α).

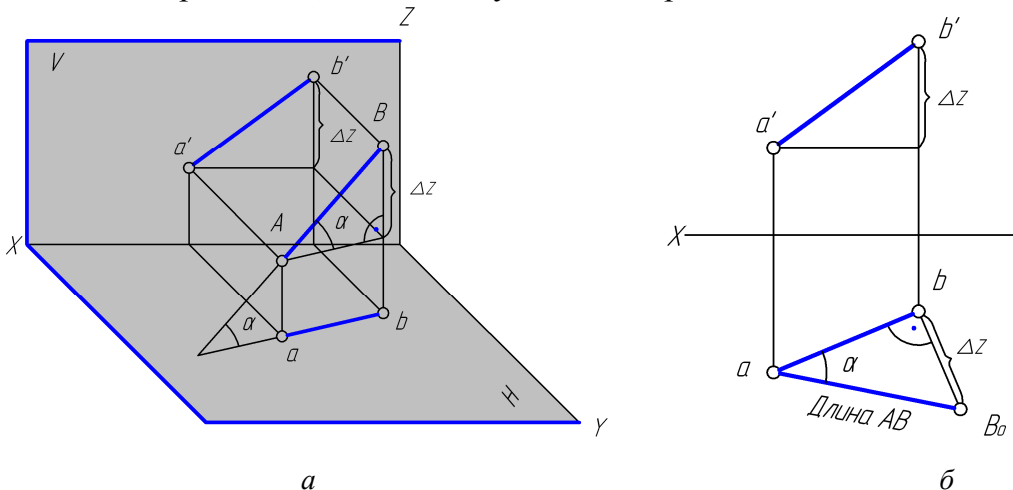


Рис. 9. Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения и угла наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций:
а) — аксонометрическое изображение; б) — построение на эюре

1.2.3. Следы прямой линии

Следами прямой называются точки пересечения прямой с плоскостями проекций (рис. 10). Прямая общего положения в системе трех плоскостей проекций имеет три следа: *горизонтальный, фронтальный и профильный*.

На рисунке 10 показано построение горизонтального $M (m; m')$ и фронтального $N (n; n')$ следов прямой AB .

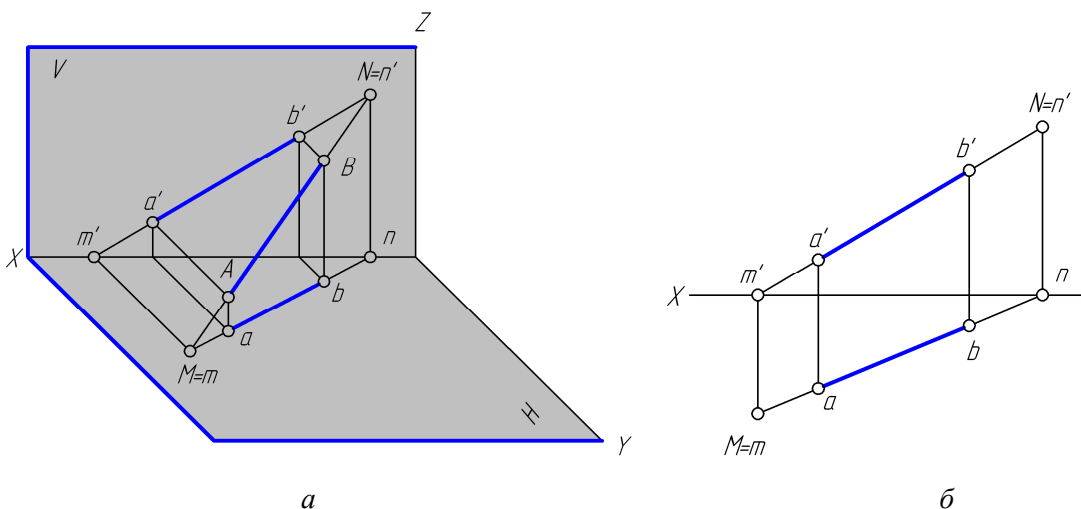


Рис. 10. Следы прямой:
а) — аксонометрическое изображение; б) — построение на эюре

Для построения *горизонтального следа* прямой нужно продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью X и из этой точки провести линию связи до пересечения с горизонтальной проекцией прямой.

Для построения *фронтального следа* прямой нужно продолжить ее горизонтальную проекцию до пересечения с осью X и из этой точки провести линию связи до пересечения с фронтальной проекцией прямой.

1.2.4. Взаимное положение двух прямых

Прямые линии могут быть параллельными, пересекающимися и скрещивающимися (рис. 11).

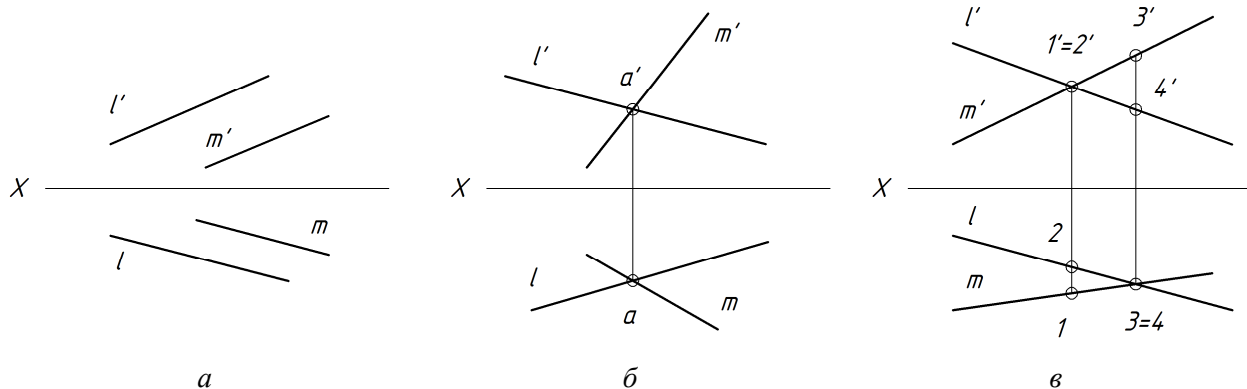


Рис. 11. Взаимное положение прямых:

а) — параллельные; б) — пересекающиеся; в) — скрещивающиеся

1.2.5. Проецирование прямого угла

Произвольный угол проецируется в натуральную величину, если *обе* стороны угла параллельны плоскости проекций.

Прямой же угол спроецируется в натуральную величину на плоскость проекций и при условии параллельности *только одной* стороны угла этой плоскости проекций. Примеры проекций прямого угла приведены на рисунке 12.

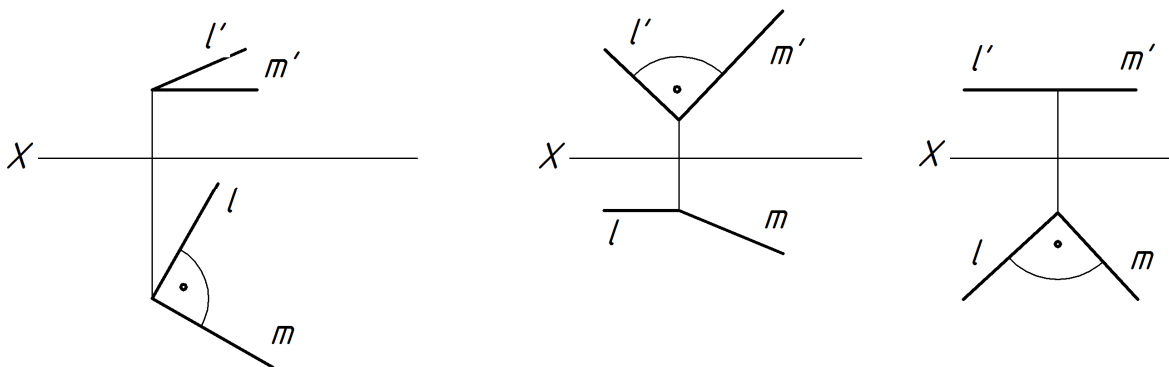


Рис. 12. Проецирование прямого угла в натуральную величину

1.3. Плоскость

1.3.1. Положение плоскости относительно плоскостей проекций

Плоскость на чертеже можно задать проекциями:

- трех точек, не лежащих на одной прямой;
- прямой и точкой вне ее;
- пересекающимися прямыми;
- параллельными прямыми;
- плоской фигурой;
- следами.

Следами плоскости называются линии пересечения плоскости с плоскостями проекций (рис. 13). Плоскость общего положения P (не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций) имеет три следа: *горизонтальный* P_H , *фронтальный* P_V и *профильный* P_W . Плоскость общего положения пересекает оси координат в точках P_X, P_Y, P_Z , называемых *точками схода следов*.

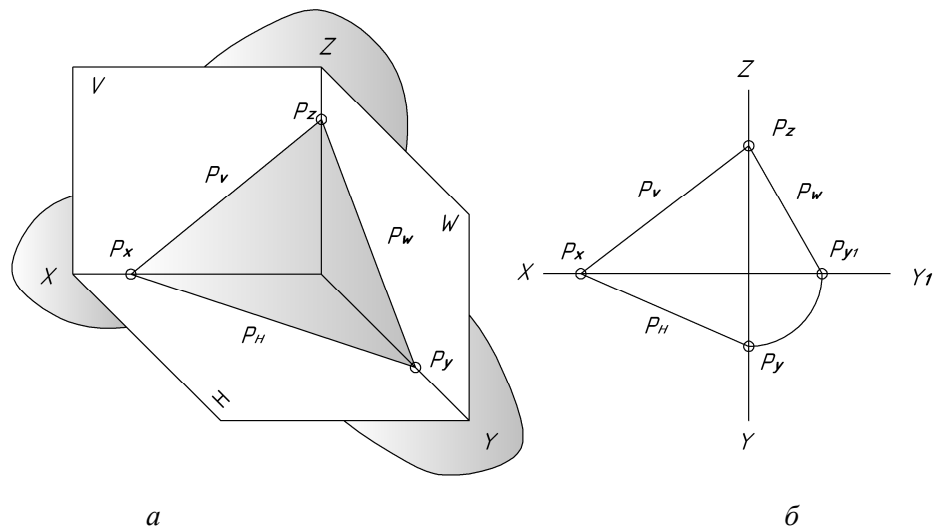


Рис. 13. Плоскость общего положения. Следы плоскости:
а) — аксонометрическое изображение; б) — построение на эюре

Плоскость уровня — плоскость, параллельная какой-либо плоскости проекций.

Плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонтальной плоскостью уровня* (рис. 14).

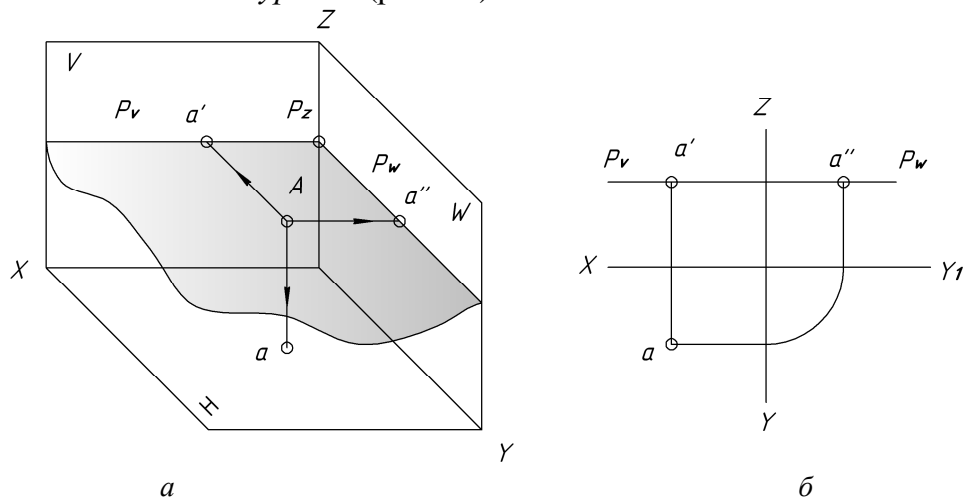


Рис. 14. Горизонтальная плоскость уровня:
а) — аксонометрическое изображение; б) — эюр плоскости и точки, ей принадлежащей

Плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется *фронтальной плоскостью уровня* (рис. 15).

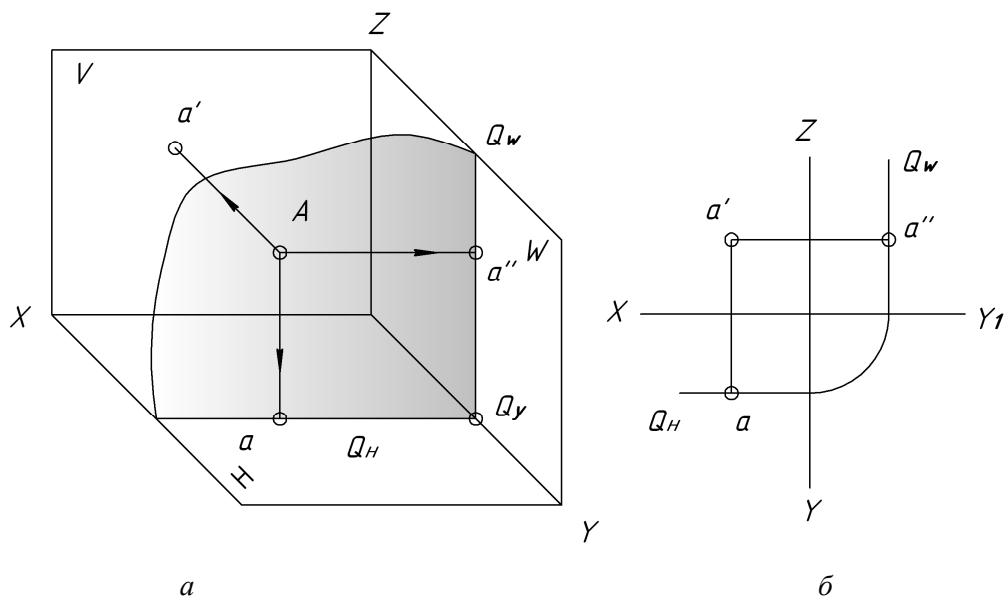


Рис. 15. Фронтальная плоскость уровня:

а) — аксонометрическое изображение; б) — эпюр плоскости и точки, ей принадлежащей

Плоскость, параллельная профильной плоскости проекций, называется *профильной плоскостью уровня* (рис. 16).

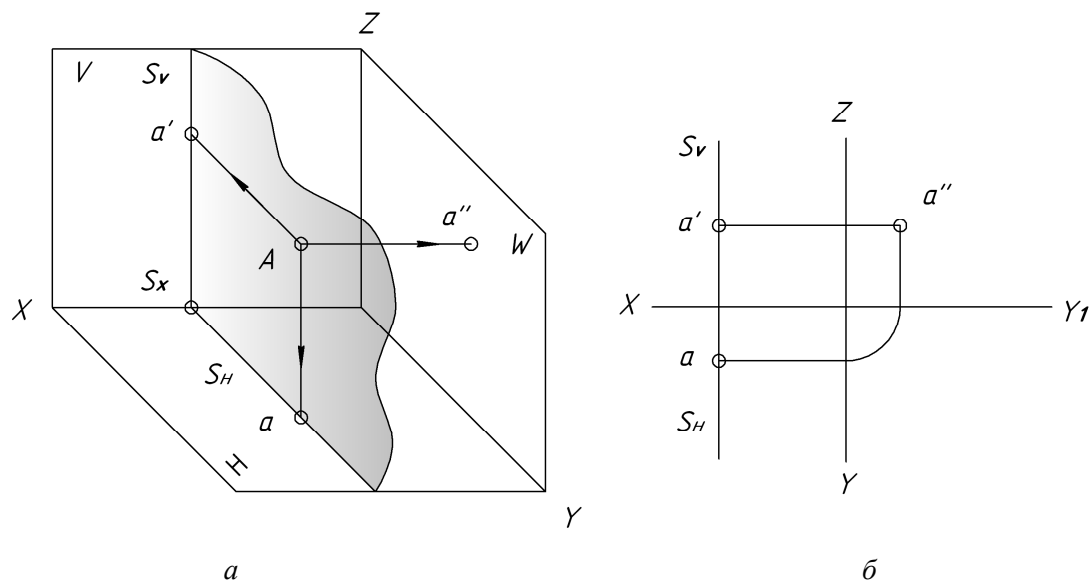
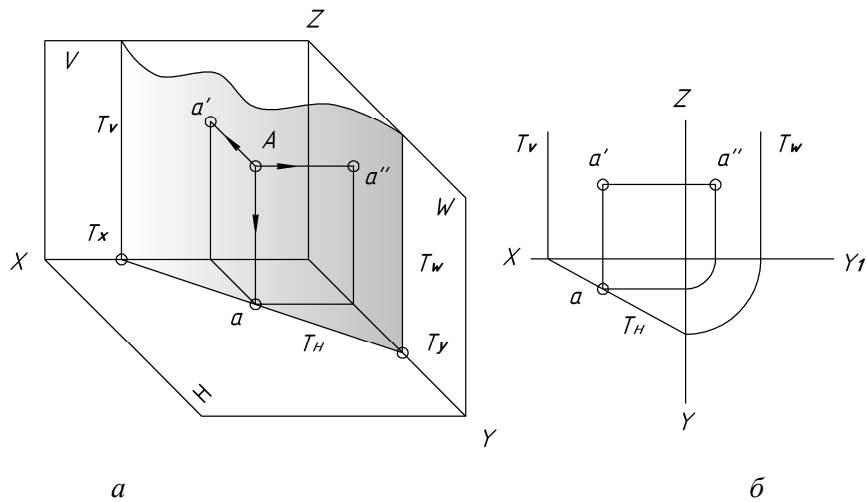


Рис. 16. Профильная плоскость уровня:

а) — аксонометрическое изображение; б) — эпюр плоскости и точки, ей принадлежащей

Проецирующая плоскость — плоскость, перпендикулярная какой-либо одной плоскости проекций.

Плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций, называется *горизонтально-проецирующей* (рис. 17).



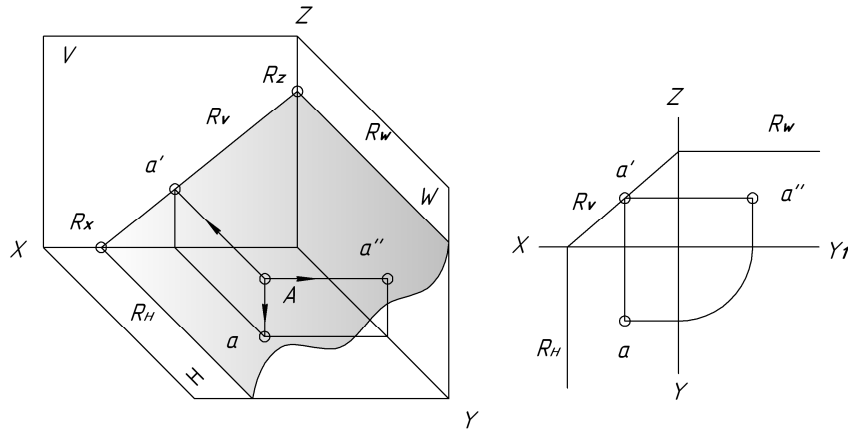
а

б

Рис. 17. Горизонтально-проецирующая плоскость:

а) — аксонометрическое изображение; б) — эпюр плоскости и точки, ей принадлежащей

Плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций, называется *фронтально-проецирующей* (рис. 18).



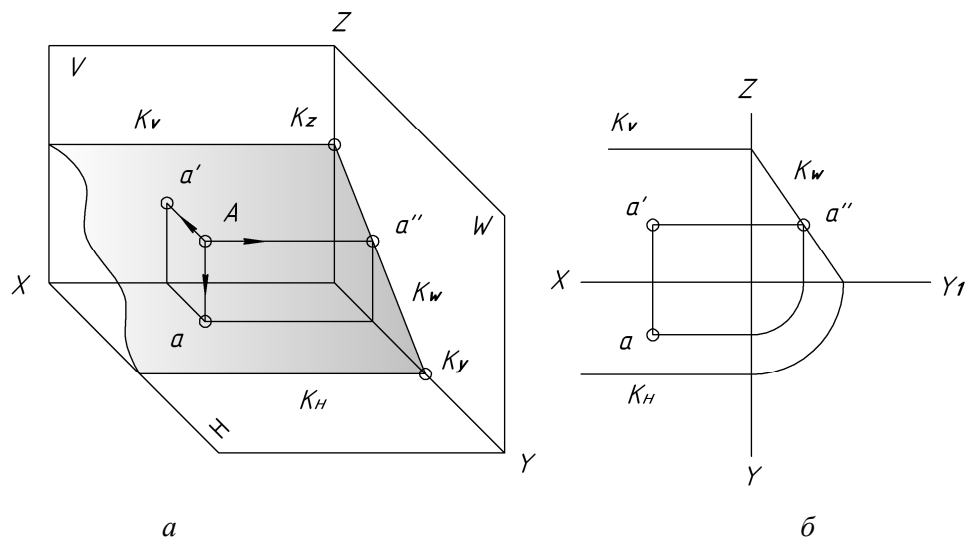
а

б

Рис. 18. Фронтально-проецирующая плоскость:

а) — аксонометрическое изображение; б) — эпюр плоскости и точки, ей принадлежащей

Плоскость, перпендикулярная профильной плоскости проекций, называется *профильно-проецирующей* (рис. 19).



а

б

Рис. 19. Профильно-проецирующая плоскость:

а) — аксонометрическое изображение; б) — эпюр плоскости и точки, ей принадлежащей

1.3.2. Некоторые главные линии плоскости

Горизонталы — прямые, лежащие в данной плоскости и параллельные горизонтальной плоскости проекций. На рисунке 20, *а* в плоскости треугольника ABC проведена горизонталь CD . Фронтальная проекция горизонтали $c'd'$ параллельна оси X . Положение проекций горизонтали плоскости, заданной следами показано на рисунке 20, *б*. Точка $I(1; 1')$ является фронтальным следом горизонтали.

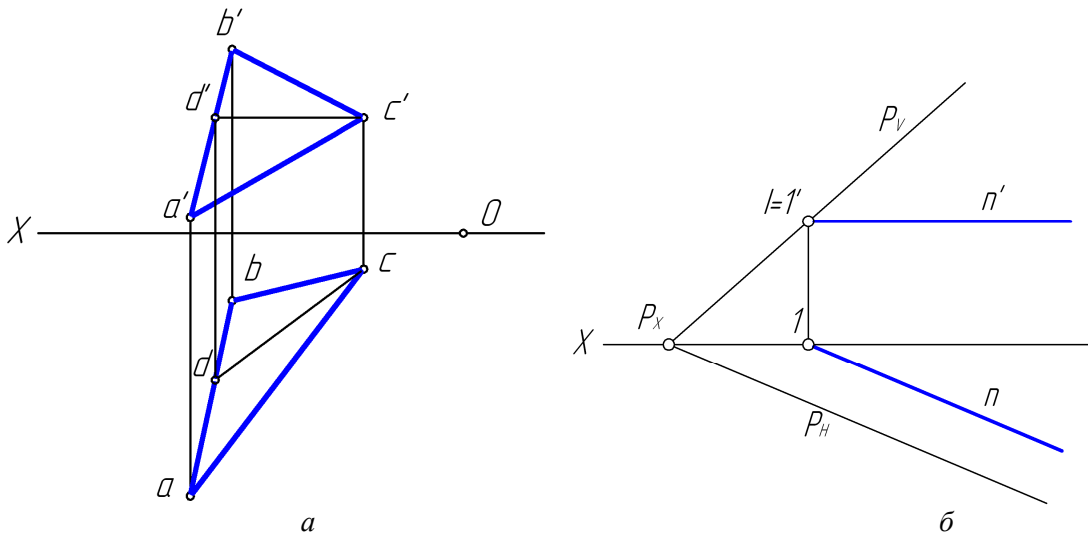


Рис. 20. Построение горизонтали плоскости, *а*) — заданной треугольником; *б*) — заданной следами

Фронталы — прямые, лежащие в данной плоскости и параллельные фронтальной плоскости проекций. На рисунке 21, *а* в плоскости треугольника ABC проведена фронталь BE . Горизонтальная проекция фронталы be параллельна оси X . Положение проекций горизонтали плоскости, заданной следами показано на рисунке 21, *б*. Точка $I(1; 1')$ является горизонтальным следом фронталы.

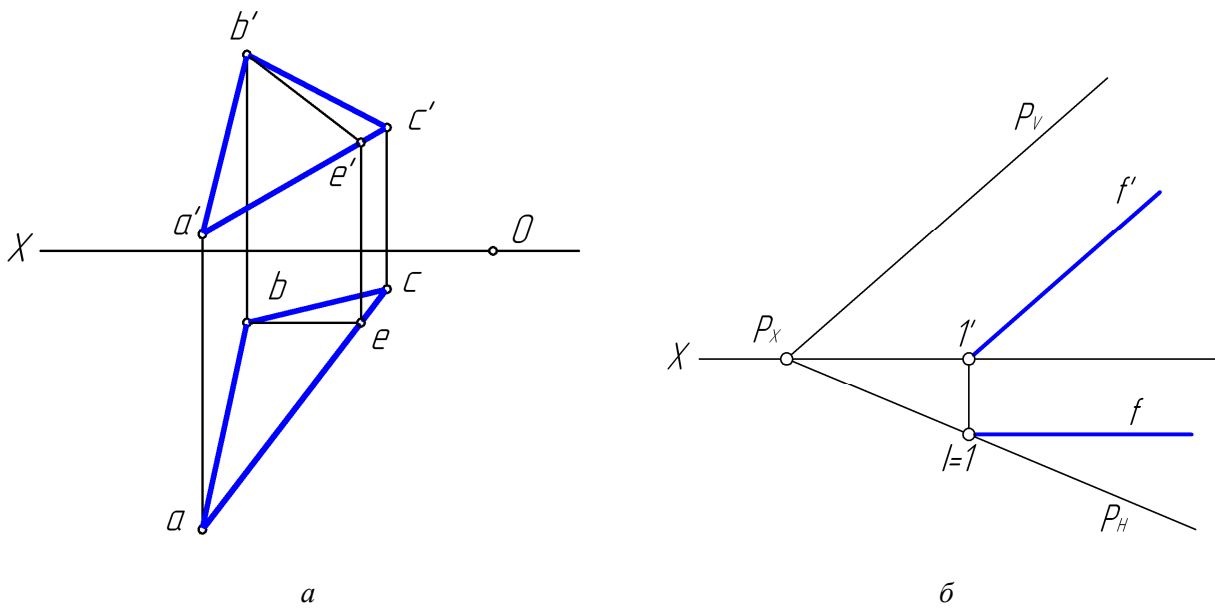


Рис. 21. Построение фронталы плоскости, *а*) — заданной треугольником; *б*) — заданной следами

1.3.3. Определение точки пересечения прямой с плоскостью

Для того чтобы найти *точку пересечения прямой L с плоскостью ABC* (рис. 22) нужно:

1. Заключить прямую во вспомогательную плоскость. В качестве вспомогательной рекомендуется применять проецирующую плоскость. (На рисунке плоскость T — горизонтально-проецирующая).
2. Построить линию пересечения плоскостей: заданной и вспомогательной (прямая линия MN).
3. Найти точку пересечения заданной прямой с этой линией пересечения плоскостей (точка K).

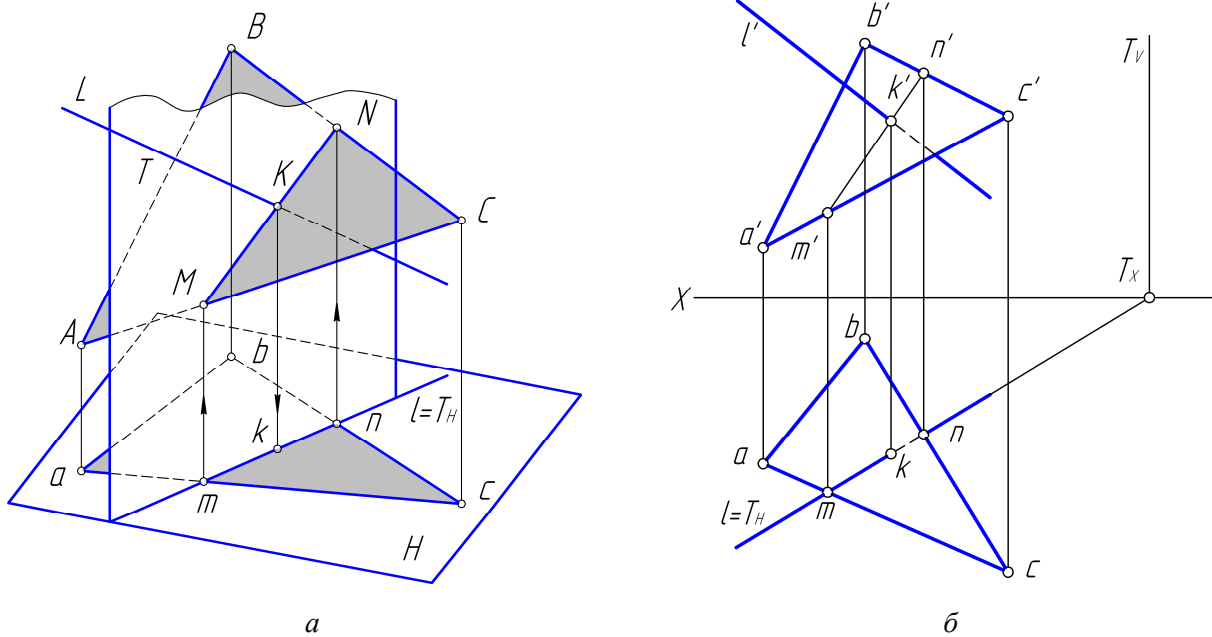


Рис. 22. Построение точки пересечения прямой с плоскостью:
а) — аксонометрическое изображение; б) — построение на эпюре

1.3.4. Прямая, перпендикулярная плоскости

Если *прямая перпендикулярна плоскости*, то *горизонтальная проекция этой прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали* (или горизонтальному следу плоскости), а *фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали* (или фронтальному следу плоскости) (рис. 23).

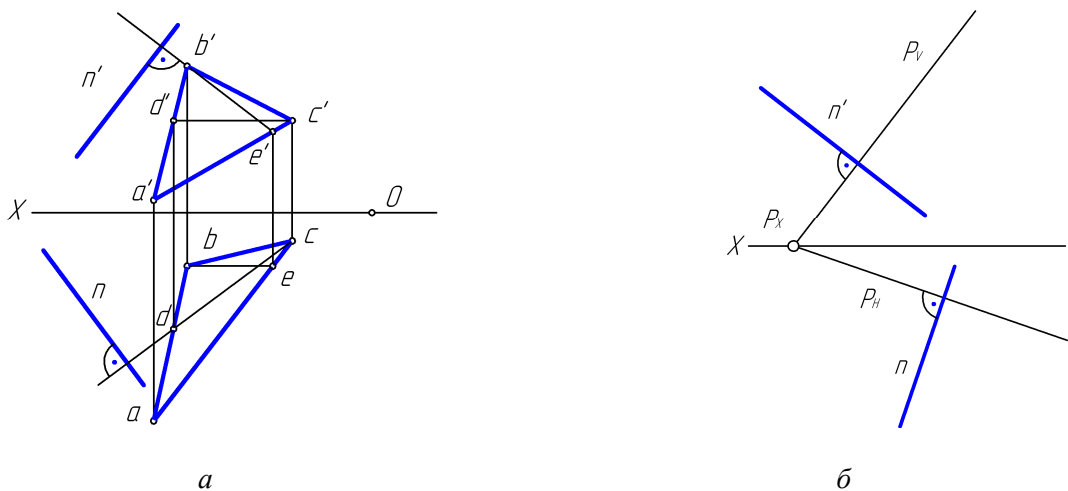


Рис. 23. Прямая, перпендикулярная плоскости (прямая N),
а) — заданной треугольником; б) — заданной следами

2. Способы преобразования чертежа

2.1. Характеристика способов преобразования проекций

Способы преобразования проекций предназначены главным образом для решения метрических задач, связанных с определением действительных размеров и формы изображенных на эпюре геометрических объектов. Решение многих задач упрощается, если заданные геометрические элементы занимают частное положение, поэтому в основе способов преобразования лежит переход от общего положения к частному, когда искомая величина проецируется без искажения.

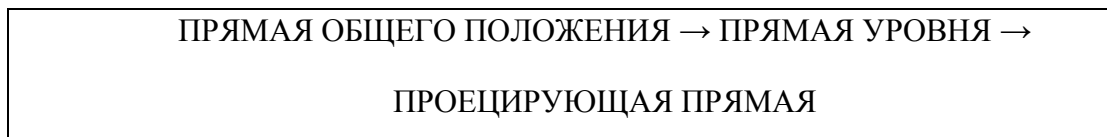
Основными преобразованиями являются такие, в результате которых прямая линии общего положения становится прямой уровня или проецирующей, плоскость общего положения преобразуется в проецирующую или плоскость уровня.

Известны следующие способы преобразования проекций: 1) способ замены плоскостей проекций; 2) способ вращения (частный случай — способ совмещения); 3) способ плоскопараллельного перемещения; 4) способ косоугольного вспомогательного проецирования.

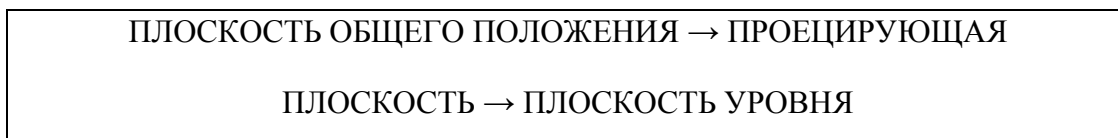
2.2. Способ замены плоскостей проекций

Сущность способа замены плоскостей проекций заключается в том, что при неизменном положении заданных объектов производится замена одной из плоскостей проекций и объекты рассматриваются в новой системе плоскостей проекций. Новую плоскость проекций располагают так, чтобы данный геометрический объект занял частное положение, при этом сохраняют ортогональность новой системы плоскостей проекций (новая плоскость проекций должна быть перпендикулярна неизменяемой).

Чтобы *прямая общего положения* стала *проецирующей*, необходимо выполнить две замены. После первой замены прямая общего положения преобразуется в прямую уровня.



Чтобы *плоскость общего положения* стала *плоскостью уровня*, необходимо выполнить две замены. После первой замены такая плоскость преобразуется в проецирующую.



В такой же последовательности преобразуются прямая и плоскость при вращении вокруг проецирующих осей и плоскопараллельном перемещении.

При замене плоскости V на V_1 получают новую фронтальную проекцию объекта. Координата Z в новой системе плоскостей проекций остается такой же, какой была в предыдущей системе.

На рисунке 24 прямая AB в изначальной системе плоскостей проекций занимает общее положение. Производим замену фронтальной плоскости проекций плоскостью V_1 , располагая ее параллельно прямой. В новой системе V_1/H прямая AB является линией уровня.

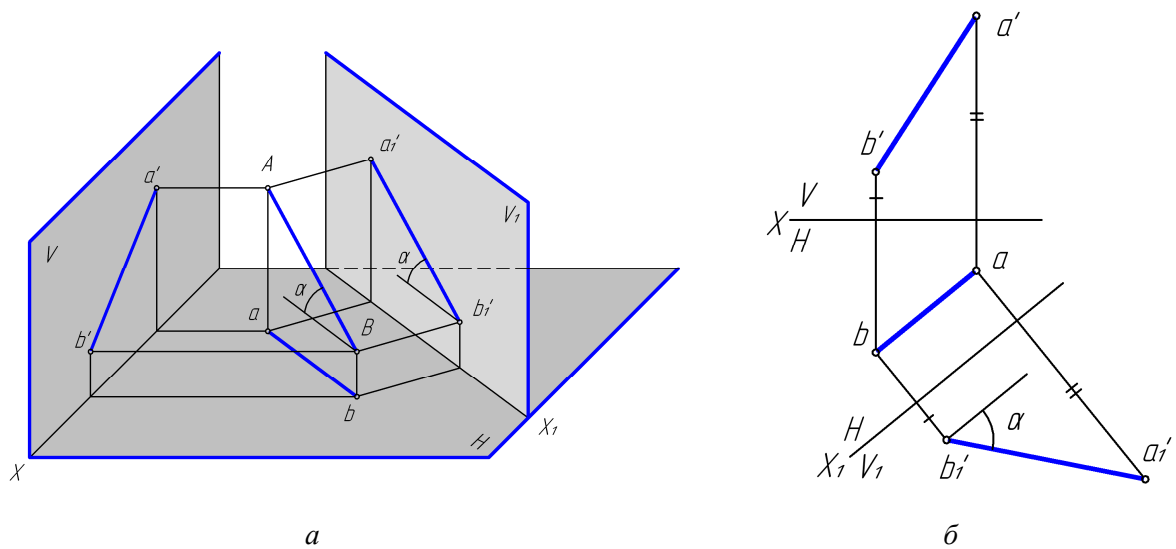


Рис. 24. Способ замены плоскостей проекций.

Преобразование прямой общего положения в линию уровня:
 а) — аксонометрическое изображение; б) — построение на эпюре

На эпюре новую ось X_1 проводят параллельно горизонтальной проекции прямой на произвольном расстоянии от нее. Длина фронтальной проекции $a_1'b_1'$ равна натуральной величине отрезка AB , угол α — действительная величина угла наклона прямой AB к горизонтальной плоскости проекций (рис. 24, б).

Если в задаче требуется, чтобы прямая, изначально занимающая общее положение, стала проецирующей, выполняют две замены.

На рисунке 25 показано преобразование плоскости общего положения при замене плоскостей проекций.

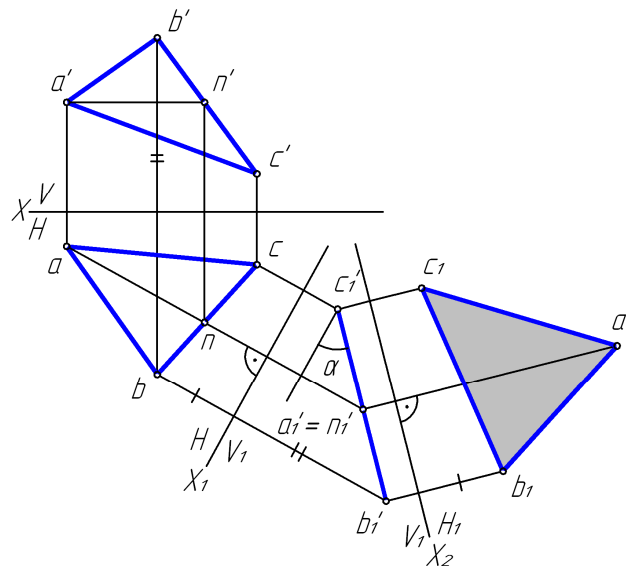


Рис. 25. Определение истинной величины треугольника способом замены плоскостей проекций

Сначала заменена фронтальная плоскость проекций новой плоскостью V_1 , перпендикулярной плоскости треугольника. Для этого плоскость V_1 расположили перпендикулярно горизонтали AN плоскости треугольника. На эпюре новую ось X_1 проводят перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали an . На новую плоскость проекций V_1 горизонталь проецируется в точку, а плоскость треугольника — в линию (рис. 25). Угол α определяет угол наклона треугольника к горизонтальной плоскости проекций H .

Затем произведена вторая замена — новая плоскость H_1 расположена *параллельно* плоскости треугольника. На эюре новую ось X_2 проводят параллельно фронтальной проекции треугольника $a'_1 b'_1 c'_1$. Проекция треугольника $a_1 b_1 c_1$ на новую плоскость H_1 соответствует истинной величине треугольника.

2.3. Способ вращения

На рисунке 26, *а* дано изображение точки A , вращающейся вокруг горизонтально-проецирующей прямой i . Точка перемещается по окружности, плоскость которой Q параллельна горизонтальной плоскости проекций H . На эту плоскость проекций окружность проецируется без искажения, а на плоскость V — в виде отрезка прямой, параллельной оси X (рис. 26, *б*).

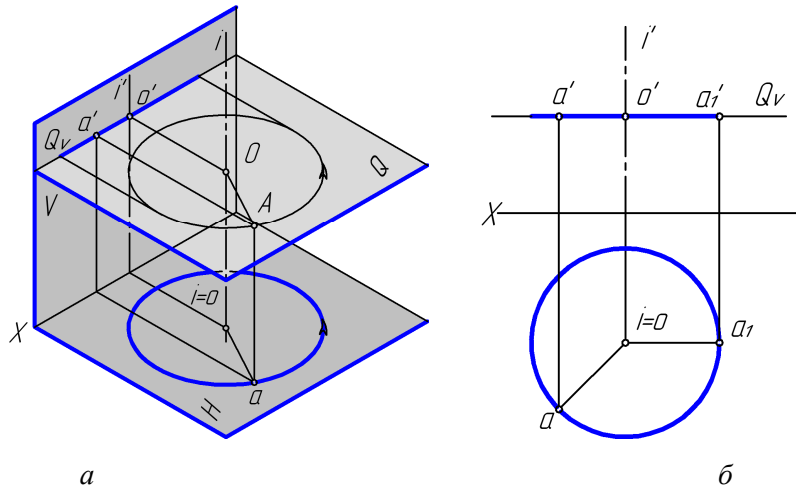


Рис. 26. Способ вращения вокруг проецирующей прямой:
а) — аксонометрическое изображение; *б*) — построение на эюре

Если ось вращения перпендикулярна фронтальной плоскости проекций, то горизонтальная проекция точки перемещается по прямой, параллельной оси X , а фронтальная — по окружности.

На рисунке 27, *а* показано вращение отрезка общего положения вокруг горизонтально-проецирующей оси до положения фронтальной линии уровня. На рисунке 27, *б* показано вращение отрезка на эюре. В результате вращения прямая AB стала фронтальной линией уровня. Ее фронтальная проекция $a'_1 b'$ является натуральной величиной отрезка, угол α — угол наклона прямой AB к горизонтальной плоскости проекций.

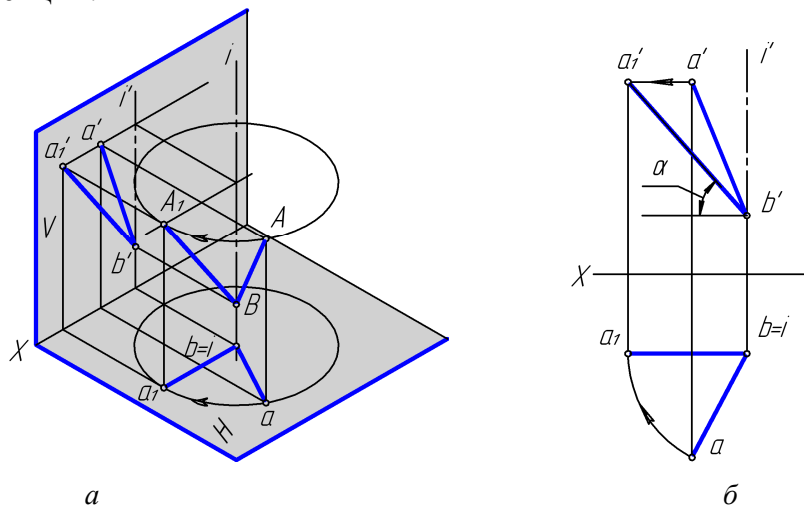


Рис. 27. Способ вращения вокруг проецирующей прямой.
а) — аксонометрическое изображение; *б*) — построение на эюре

2.4. Способ плоскопараллельного перемещения

Сущность способа заключается в движении геометрического объекта, при котором все его точки перемещаются в плоскостях, параллельных какой либо плоскости проекций. Траектории движения точек при этом представляют собой плоские кривые нелинейного характера (рис. 28). При этом нас интересует только результат движения, который можно расположить на любом свободном месте чертежа.

Если точки объекта перемещаются в плоскостях, параллельных *горизонтальной* плоскости проекций, то *горизонтальная* проекция объекта сохраняет свою *величину и форму*, а фронтальные проекции точек объекта перемещаются по прямым, параллельным оси X (следам плоскостей уровня, в которых движутся точки) (рис. 29, первое перемещение). Если точки объекта перемещаются в плоскостях, параллельных *фронтальной* плоскости проекций, то *фронтальная* проекция объекта сохраняет свою *величину и форму*, а горизонтальные проекции точек объекта перемещаются по прямым линиям, параллельным оси X (рис. 29, второе перемещение).

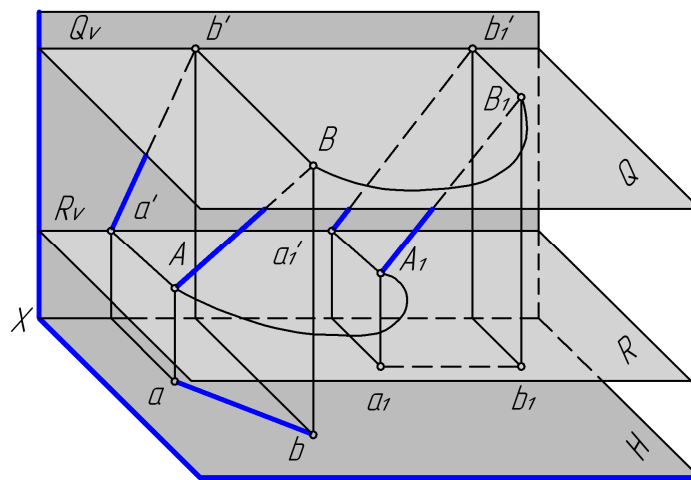


Рис. 28. Плоскопараллельное перемещение прямой АВ, при котором все точки прямой движутся в горизонтальных плоскостях уровня

На рисунке 29 прямая общего положения после первого перемещения стала фронтальной линией уровня, а после второго — горизонтально-проецирующей прямой.

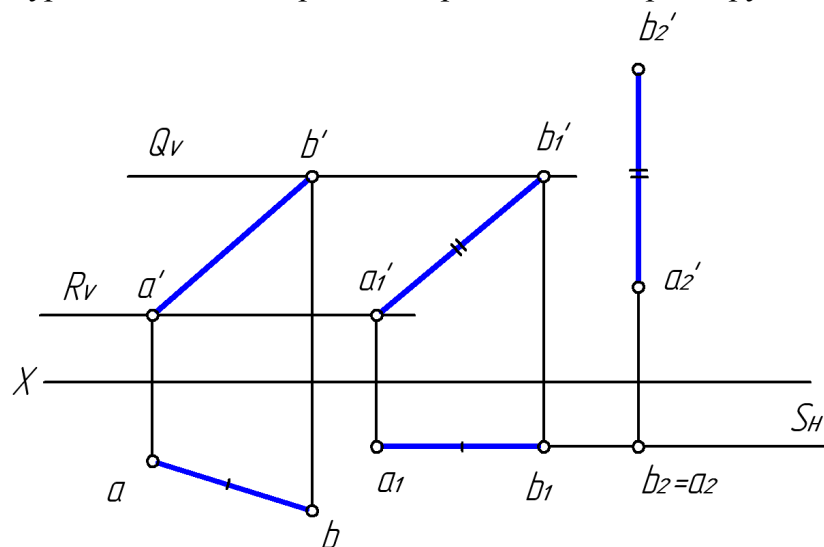


Рис. 29. Преобразование прямой общего положения в проецирующую способом плоскопараллельного перемещения

На рисунке 30 плоскость треугольника ABC после первого перемещения стала фронтально-проецирующей, а после второго — горизонтальной плоскостью уровня.

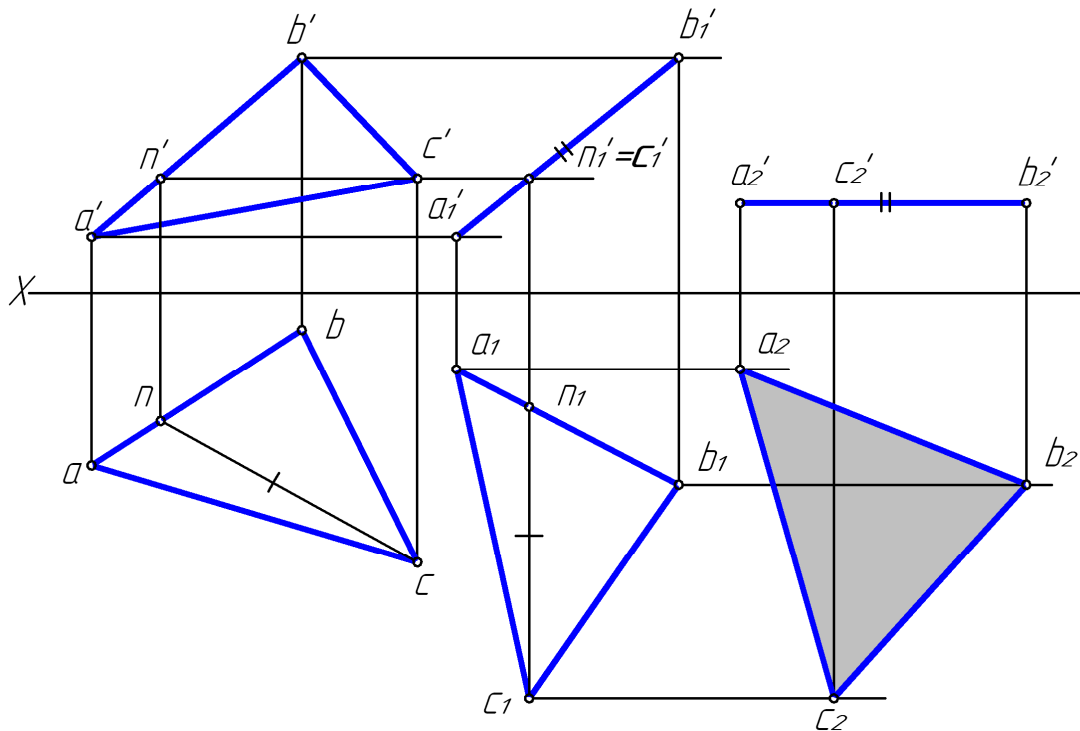


Рис. 30. Определение натуральной величины плоской фигуры способом плоскопараллельного перемещения

3. Поверхности

3.1. Общие рекомендации к решению задач на пересечение поверхностей

Задачи по построению линии пересечения поверхностей относятся к позиционным задачам. В общем случае решение этих задач сводится к определению множества точек, принадлежащих обеим поверхностям. Основной способ определения общих точек — способ вспомогательных секущих плоскостей.

Линия пересечения двух кривых поверхностей в общем случае представляет собой плавную пространственную кривую линию. Линия пересечения кривой поверхности с многогранной в общем случае представляет собой совокупность плоских кривых, преломляющихся на ребрах многогранника.

При решении задач на пересечение поверхностей необходимо учитывать, что в условии дано монолитное тело, ограниченное поверхностями и плоскостями. Линии пересечения поверхностей монолитного тела и надо построить. Никаких линий внутри тела не существует. При выполнении этого эшюра необходимо проводить все линии невидимого контура.

Прежде чем приступить к решению задачи, определите какие поверхности и плоскости ограничивают данное тело, дайте характеристику их положения относительно плоскостей проекций. Если плоскости, ограничивающие поверхность тела, образуют линии пересечения, начните с их построения. Заданное монолитное тело может быть ограничено следующими поверхностями: поверхностями прямого кругового конуса, прямого кругового цилиндра, сферой.

На чертеже должны быть сохранены линии построения и обозначены опорные объекты геометрических операций.

3.2. Линии и точки, принадлежащие поверхности

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии, лежащей на этой поверхности. В общем случае для определения недостающей проекции точки, принадлежащей поверхности, через заданную проекцию точки проводят одноименную проекцию линии, принадлежащей поверхности, строят вторую проекцию вспомогательной линии, на которой и находят искомую проекцию точки (рис. 31). Точки, обозначение которых заключены в скобки, расположены на невидимой части поверхности. Вспомогательной линией может быть кривая линия или прямая, если поверхность линейчатая.

Примечание: К линейчатым относятся поверхности, в образовании которых участвует прямая линия. Примеры: коническая, цилиндрическая, торсовая поверхности, однополостный гиперболоид вращения, цилиндрический параболоид, коноид, гиперболический параболоид.

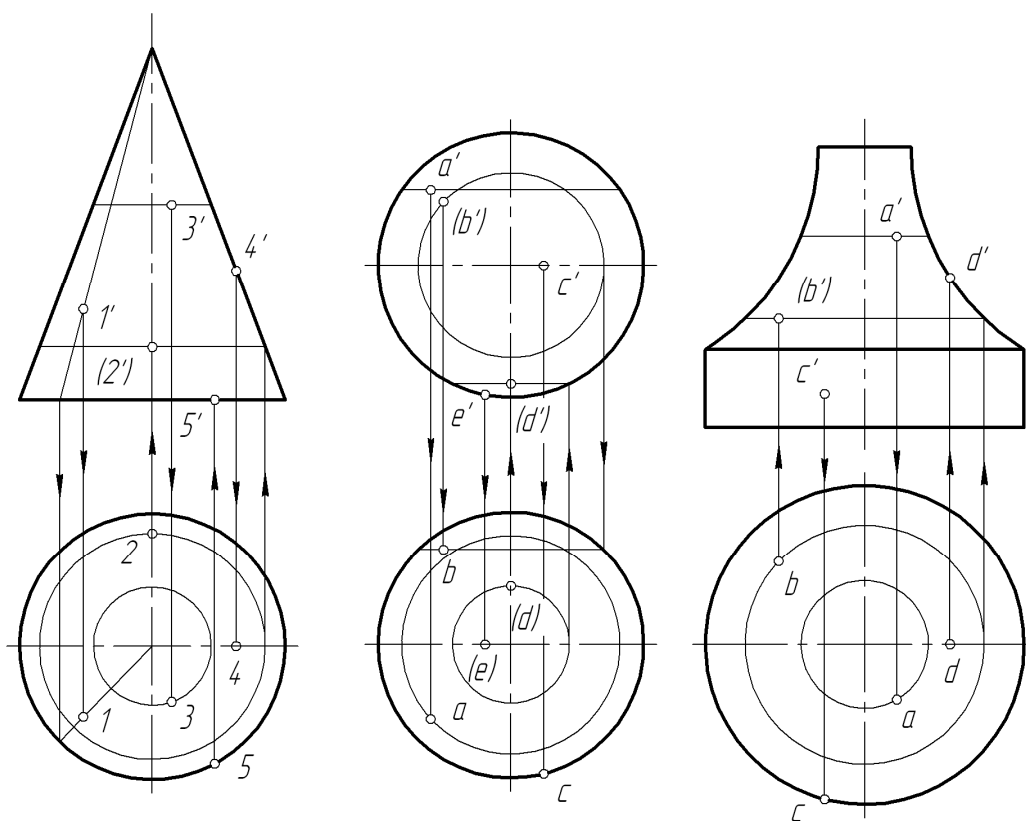


Рис. 31. Построение точек, принадлежащих поверхностям

3.3. Пересечение поверхности плоскостью

3.3.1. Конические сечения

При пересечении поверхности прямого кругового конуса различными плоскостями образуются следующие линии (рис. 32):

1. *Окружность*, если секущая плоскость перпендикулярна оси конуса.
2. *Эллипс*, если секущая плоскость не параллельна ни одной из образующих конуса.
3. *Две прямые линии (образующие)*, если секущая плоскость проходит через вершину конуса.

4. *Парабола*, если секущая плоскость параллельна только одной образующей конуса.

5. *Гипербола*, если секущая плоскость параллельна двум образующим конуса.

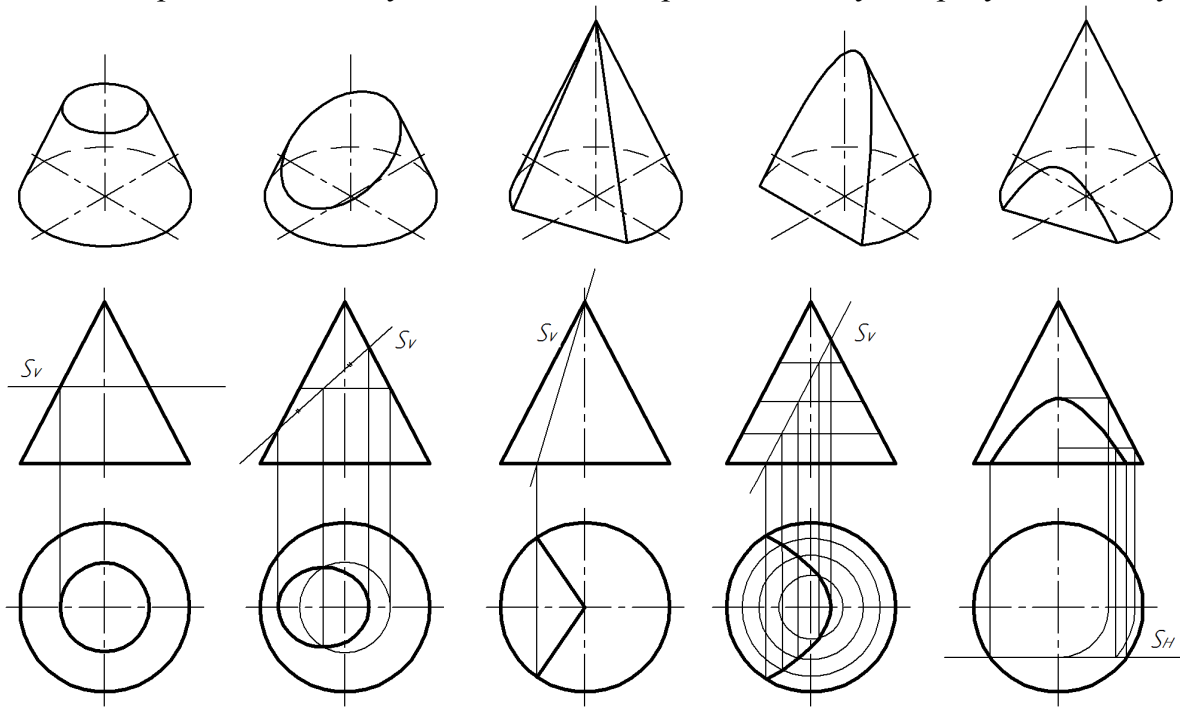


Рис. 32. Конические сечения

3.3.2. Цилиндрические сечения

При пересечении поверхности прямого кругового цилиндра различными плоскостями образуются следующие линии (рис. 33):

1. *Окружность*, если секущая плоскость перпендикулярна оси цилиндра.
2. *Эллипс*, если секущая плоскость наклонена к оси цилиндра.

На рисунке 33 натуральная величина эллипса найдена способом совмещения.

3. *Две прямые линии*, если секущая плоскость параллельна оси цилиндра или проходит через нее.

Примечание: Если плоскость касается поверхности цилиндра, то общей для них является одна образующая.

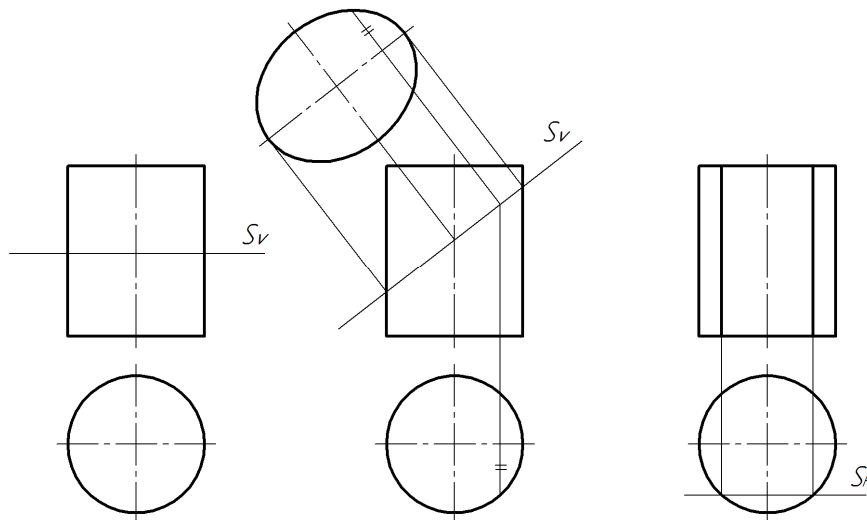


Рис. 33. Цилиндрические сечения

3.3.3. Сечение сферы

Плоскость пересекает сферу по окружности. Проекциями окружности могут быть окружность, эллипс, отрезок прямой линии. Если сферу рассекать плоскостью уровня, одна из проекций линии сечения будет окружностью, а другая — отрезком (рис. 34).

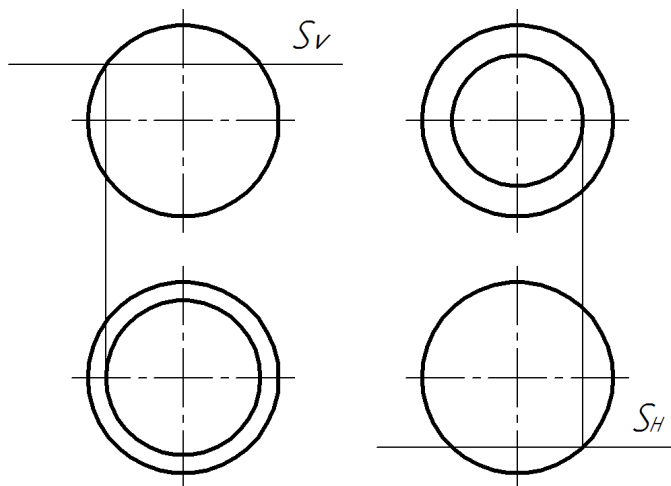


Рис. 34. Сечения сферы плоскостями уровня

Построим линию сечения сферы фронтально-проецирующей плоскостью. Окружность сечения на фронтальную плоскость проекций проецируется в виде отрезка, а на горизонтальную — в виде эллипса (рис. 35).

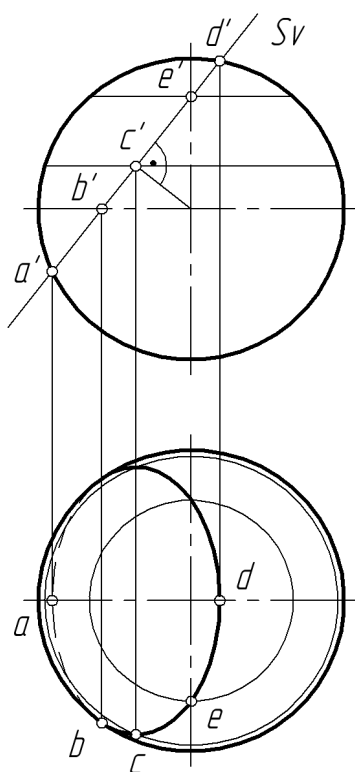


Рис. 35. Сечение сферы фронтально-проецирующей плоскостью

3.4. Способ секущих плоскостей

Алгоритм определения общих точек двух пересекающихся поверхностей с помощью секущей плоскости:

1. Пересекаем обе заданные поверхности плоскостью.
2. Строим линии пересечения этой плоскости с каждой поверхностью в отдельности.
3. Определяем точки пересечения построенных линий.

Обычно в качестве секущих применяют плоскости уровня. Их следует направлять таким образом, чтобы при пересечении с заданными поверхностями получались простые в построении линии — прямые, окружности.

Построение линии пересечения поверхностей рекомендуется начать с *характерных точек* ее проекций. Характерными точками проекции линии пересечения являются:

- точки, принадлежащие очерковым образующим поверхностей.
- экстремальные точки (высшая и низшая).

С помощью нескольких вспомогательных плоскостей находят ряд общих точек, соединив которые получают линию пересечения поверхностей.

Пример построения приведен на рисунке 36.

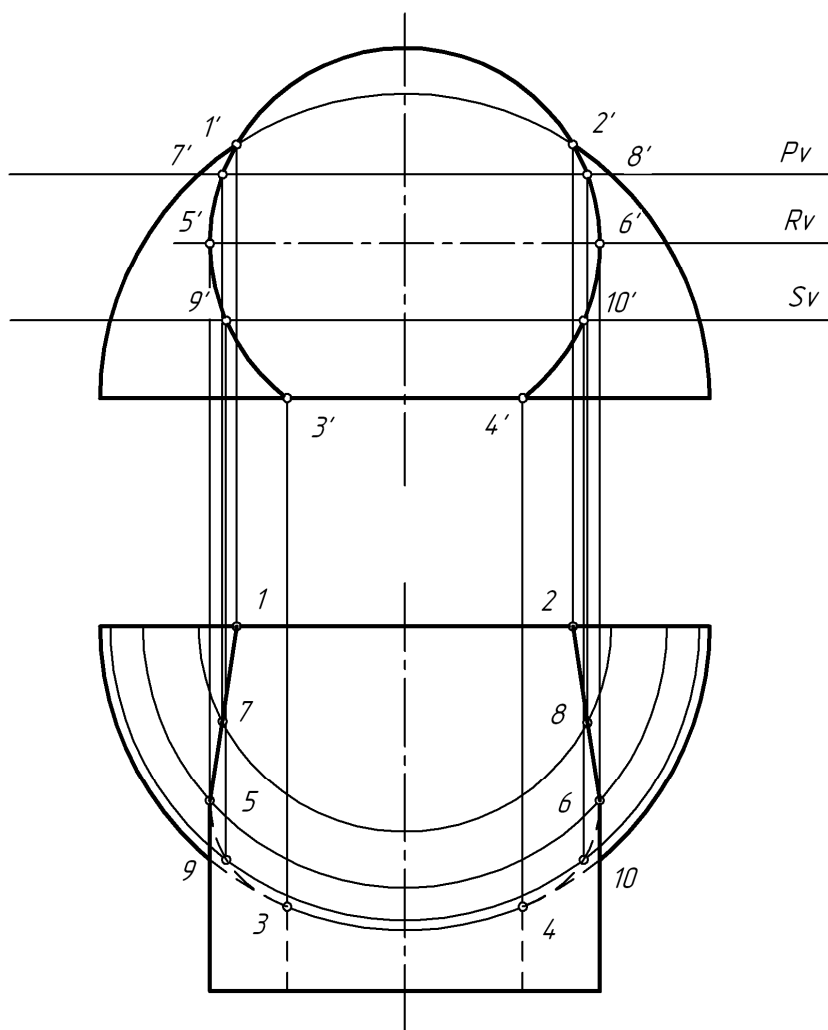


Рис. 36 Построение линий пересечения поверхностей геометрического тела

Видимость проекций линии пересечения определяют по отдельности. Взгляд наблюдателя в направлении проецирования выявляет видимые части поверхностей монолитного тела, и линии на них также будут видимыми.

Примечание: При построении линии пересечения кривой поверхности с плоскостью также можно применять способ секущих плоскостей.

3.5. Частные случаи пересечения поверхностей

Поверхность вращения – поверхность, полученная при вращении криволинейной или прямолинейной образующей вокруг неподвижной оси. Наиболее распространенными поверхностями вращения являются: поверхность прямого кругового конуса, поверхность прямого кругового цилиндра, сфера, тор, эллипсоид, параболоид вращения, гиперboloид вращения.

Если оси двух пересекающихся поверхностей вращения совпадают, то линии их пересечения являются окружностями, плоскости которых перпендикулярны оси (рис. 37).

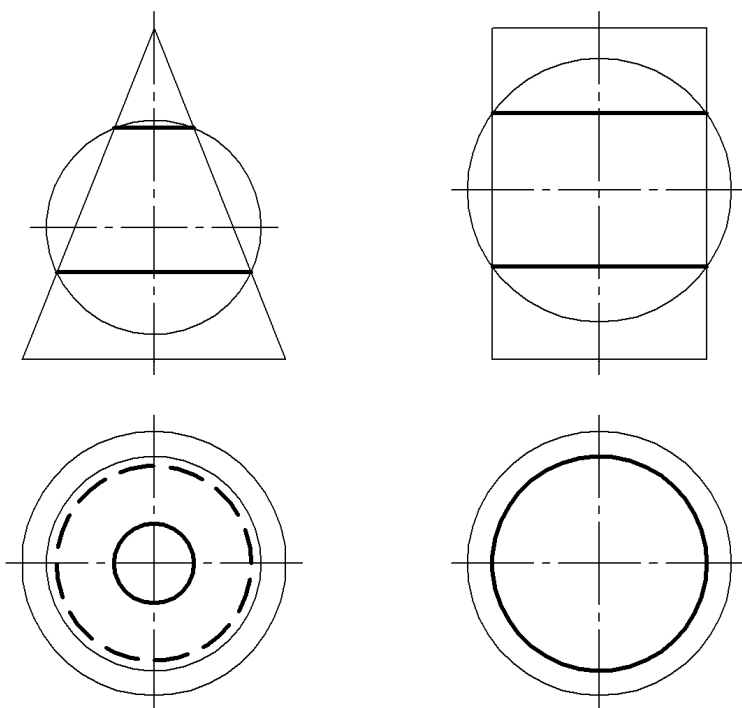


Рис. 37. Пересечение соосных поверхностей вращения

Поверхность второго порядка — множество точек пространства, декартовы координаты которых удовлетворяют алгебраическому уравнению второй степени.

Примечание: Аналитически порядок поверхности определяется степенью ее уравнения. Геометрически — числом точек пересечения поверхности с прямой.

К таким поверхностям можно отнести перечисленные выше поверхности вращения (кроме тора), а также гиперболический параболоид, трехосный эллипсоид и др. Две поверхности второго порядка в общем случае пересекаются по пространственной кривой линии четвертого порядка.

Примечание: Степень алгебраического уравнения называется *порядком кривой*. Геометрически порядок плоской кривой определяется числом точек пересечения ее с прямой линией. Порядок пространственной кривой определяется числом точек пересечения этой линии с плоскостью.

Кривая четвертого порядка может распадаться на две плоские кривые второго порядка.

Если оси поверхностей вращения второго порядка пересекаются и параллельны плоскости проекций, то линия их пересечения проецируется на эту плоскость в виде плоской кривой второго порядка.

Теорема Монжа. *Если две поверхности второго порядка описаны вокруг третьей или вписаны в нее, то линия их пересечения распадается на две плоские кривые второго порядка. Плоскости этих кривых проходят через прямую, соединяющую точки пересечения линий касания (рис. 38).*

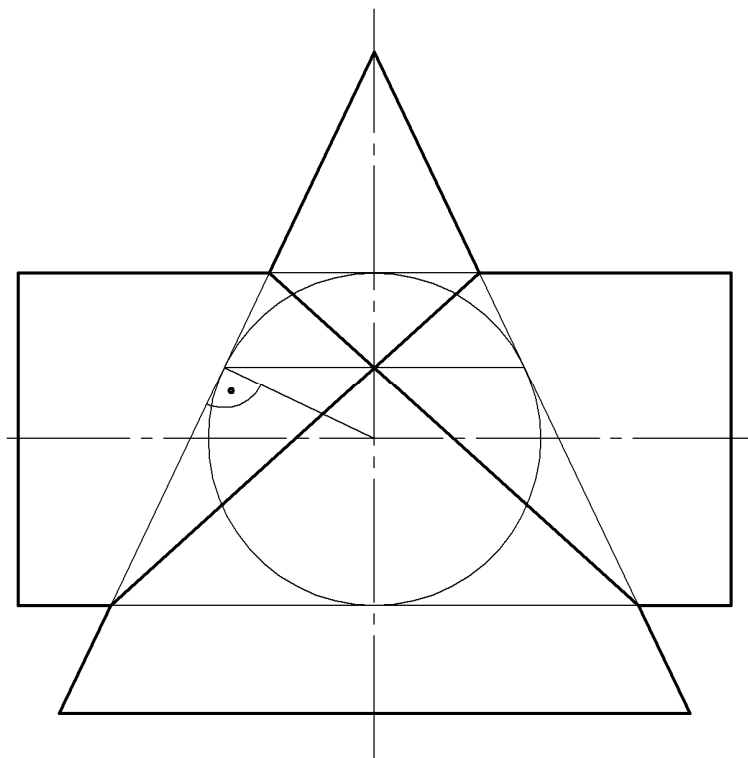


Рис. 38. Пересечение поверхностей по теореме Монжа