Лекция № 3. Тема: «Основные положения метода расчета конструкций по предельным состояниям»

Цель расчета строительных конструкций – получение таких размеров, которые обеспечивают заданные условия эксплуатации, необходимую прочность и устойчивость при минимальном расходе металла и минимальной затрате труда на изготовление и монтаж.

Предельным состоянием конструкции называют такое ее состояние, при котором конструкция перестает удовлетворять заданным эксплуатационным требованиям или требованиям при возведении. В предельном состоянии нормально эксплуатировать конструкцию без проведения ремонта или усиления становится невозможным вследствие исчерпания ее несущей способности или появления чрезмерных деформаций.

Предельное состояние конструкции является условным понятием в зависимости от требований, предъявляемых к конструкции, условий работы и пр. Поэтому для одной и той же конструкции возможно несколько предельных состояний в зависимости от назначения конструкции, условий ее работы, марки стали.

Несущая способность – предельное усилие, которое может воспринять соединение, элемент, конструкция при соблюдении заданных условий эксплуатации и необходимой прочности.

Необходимо различать фактическую несущую способность и расчетную несущую способность, которая ниже фактической. В ряде случаев расчетная несущая способность и определяет момент перехода в предельное состояние соединения, элемента, конструкции.

В других случаях предельное состояние определяется чрезмерными остаточными деформациями, прогибами, осадками опор, углами поворота (искажением), колебаниями.

Различают 6 видов расчетных предельных состояний конструкций:

1) Конструкции из стали обычной и повышенной прочности, у которых предельное состояние наступает при работе в упругой или упруго-пластической стадиях.

Предельное состояние в упругой стадии характеризуется большими упругими перемещениями при сохранении несущей способности. При этом затруднена нормальная эксплуатация конструкции. Такое предельное состояние характерно для гибких элементов и конструкции. При этом расчет производится по упругой стадии на нормативные нагрузки.

Предельное состояние в упруго-пластической стадии характеризуется достижением нормальными напряжениями (или приведенным напряжением) предела текучести на какой-то части поперечного сечения элемента или во всем сечении. В этом состоянии конструкция получает значительные перемещения, что и ограничивает ее дальнейшее нагружение. Это предельное состояние характеризуют величиной остаточной деформации

$$\varepsilon_{ост} \leq 0{,}3\%,$$

$\varepsilon_{ост}$ – максимальная остаточная деформация в сечении после его полной упругой разгрузки.

2) В конструкциях из стали высокой прочности предельные состояния наступают в упругой стадии работы, так как в таких конструкциях пластические деформации незначительны и развиваются при напряжениях, близких к временному сопротивлению.

3) Конструкции, у которых предельное состояние наступает вследствие хрупкого разрушения.

Хрупкое разрушение возможно при применении любых марок стали (особенно для кипящих) и происходит при малых деформациях (в условиях концентрации напряжений, ударных воздействий, понижения температуры и др.).

4) Конструкции, у которых предельное состояние наступает вследствие потери устойчивости.

5) Конструкции, у которых предельное состояние наступает вследствие усталости при нормальном режиме эксплуатации конструкции.

6) Конструкции, у которых предельное состояние наступает вследствие колебаний.

Все виды предельных состояний объединены в две группы:

- **предельные состояния первой группы** наступают в случае нарушения нормальных условий эксплуатации (т.е. при перегрузках). При этом конструкция находится на грани разрушения или приходит к полной непригодности для эксплуатации. Происходит потеря несущей способности (хрупкое, вязкое и усталостное разрушение, потери местной и общей устойчивости, переход в изменяемую систему), а также возможно нарушение геометрической формы (чрезмерные остаточные деформации вследствие текучести, сдвиги в соединениях);

- **предельные состояния второй группы** проявляются при нормальных условиях эксплуатации (т.е. без перегрузок). При этом конструкция остается пригодной к эксплуатации, но затруднена нормальная эксплуатация (деформации и перемещения, углы поворота – выше нормы).

Нормальная эксплуатация осуществляется без ограничений в соответствии с технологическими или бытовыми условиями, предусмотренными в нормах или заданиях на проектирование.

Расчет конструкций должен гарантировать их от возможности наступления каждого из предельных состояний. Такая гарантия обеспечивается учетом возможных наиболее неблагоприятных характеристик материала, с учетом наиболее невыгодного (но реального) сочетания нагрузок, учетом условий и особенностей действительной работы конструкций, надлежащим выбором расчетных схем и предпосылок для расчета.

Условия недопущения предельных состояний первой группы записывается в виде

$$N \leq \Phi(\ldots) \qquad (3.1)$$

где N – расчетное усилие в соединение, элементе, конструкции (зависит от внешних воздействий), и выражается оно в виде конкретного усилия – N, M, $M_{кр}$, Q.

Ф – расчетная несущая способность соединения, элемента, конструкции (зависит от свойств металла, размеров сечения, условий работы и др.).

Расчетное усилие N представляет собой наиболее возможное за время эксплуатации конструкции усилие, определяемое методами строительной механики, от расчетных нагрузок P.

Расчетные нагрузки – возможные наибольшие нагрузки за время эксплуатации конструкции, определяемые умножением нормативных нагрузок на коэффициенты надежности по нагрузке γ_f.

$$P = P_н \cdot \gamma_f \qquad (3.2)$$

Нормативные нагрузки $P_н$ отвечают условиям нормальной эксплуатации конструкции и определяются по нормам проектирования и ТУ.

Коэффициент надежности по нагрузке γ_f. учитывает возможное отклонение нагрузки в неблагоприятную сторону.

Нагрузки бывают:

1) постоянные (вес конструкций, давление грунта, предварительное напряжение);

2) временные длительные (вертикальное давление кранов, снеговая, вес стационарного оборудования, жидкостей, давление газов, жидкостей и сыпучих тел в емкостях, нагрузки на перекрытия в складских помещениях, библиотеках, архивах и т.д.);

3) кратковременные (от мостовых кранов, снег, ветер, гололед, температурные климатические воздействия и др.);

4) особые (сейсмические и взрывные, от неравномерной осадки оснований, аварийные).

Одновременное появление наибольших значений нескольких нагрузок маловероятно, чем появление наибольшего появления одной.

Поэтому, чем больше учитывается нагрузок, тем меньше вероятность появления наибольшего значения нагрузок в этом сочетании.

Предусмотрены следующие сочетания нагрузок:

1) **основные сочетания**: все постоянные нагрузки, одна временная (длительная или кратковременная), величина которой принимается без снижения; если учитывать две и более кратковременные нагрузки, то последние вводят в расчет с коэффициентом сочетаний ψ_2=0,9; если две и более длительные нагрузки - ψ_1=0,95;

2**) особые сочетания**: нагрузки основного сочетания и одна из особых (наиболее характерная). При этом кратковременные нагрузки учитывают с коэффициентом сочетаний ψ_2=0,8; длительные ψ_1=0,95. Особая нагрузка принимается без снижения.

Расчетная несущая способность является функцией геометрических характеристик сечения, свойств металла, условий работы, т.е.

$$\Phi(R_y,\ R_u,\ A,\ W,\ \varphi,\ \gamma_c,\ K,\ldots) \tag{3.3}$$

Фактическая несущая способность строительных конструкций характеризуется максимальным значением напряжений и определяется величиной временного сопротивления R_{un}.

Достижение напряжениями значения предела текучести R_{yn} сопровождается в сталях развитием значительных деформаций (особенно в малоуглеродистых и низколегированных сталях), что в итоге приводит к возникновению в конструкциях чрезмерных остаточных деформаций, приводящих в полную непригодность конструкцию к эксплуатации.

Следовательно, основными параметрами сопротивления стали силовым воздействиям являются R_{yn} и R_{un}.

Возможные отклонения сопротивлений стали в неблагоприятную сторону от их нормативных значений учитываются коэффициентами надежности по материалу

γ_m=1.025,…,1.15.

Расчетные сопротивления стали растяжению, сжатию и изгибу определяются путем деления нормативного сопротивления на коэффициент надежности по материалу:

– по пределу текучести

$$R_y = \frac{R_{yn}}{\gamma_m}, \tag{3.4}$$

– по временному сопротивлению

$$R_u = \frac{R_{un}}{\gamma_m \cdot \gamma_u}, \tag{3.5}$$

γ_u – коэффициент надежности в расчетах по временному сопротивлению

– на сдвиг

$$R_s = 0,58\frac{R_{yn}}{\gamma_m}. \tag{3.6}$$

Расчетная несущая способность включает в себя также коэффициент условий работы конструкций γ_c, коэффициент надежности по значению γ_n, и другие коэффициенты.

Коэффициент условий работы учитывает особенности действительной работы элементов конструкций и их соединений, имеющих систематический характер.

Коэффициент надежности учитывает назначение, степень ответственности и капитальности здания или сооружения.

Расчетные сопротивления делят на коэффициент надежности.

Для **второй группы предельных состояний** условие недопущения наступления предельных состояний:

$$\delta \le \delta_{np}/\gamma_n \tag{3.7}$$

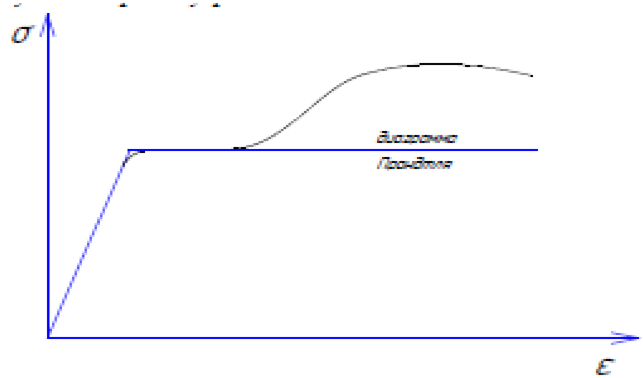
где δ - упругая деформация конструкции от нормативных нагрузок;

$\delta_{пр}$ - предельное значение величины упругой деформации;

γ_n – коэффициент надежности.

Лекция № 4. Тема: «Предельные состояния и расчет растянутых и изгибаемых элементов»

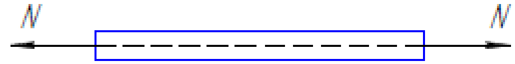
В основу расчета указанных элементов положена диаграмма растяжения стали. Для упруго-пластических сталей реальную диаграмму растяжений заменяют идеальной.



Идеализированная диаграмма Прандтля применяется в целях построений более простых формул.

Для сталей, не имеющих площадку текучести, идеализированная диаграмма представляется двумя прямыми линиями.

Растянутый элемент.



Предельным состоянием для растянутого элемента могут быть состояние текучести металла (когда $\sigma = R_{уп}$) и разрушение при растяжении (когда $\sigma = R_{un}$). В первом случае предельное состояние ограничивает чрезмерное развитие пластических деформаций и гарантирует неразрушимость элементов конструкций из высокопрочной стали. Во втором случае допускается развитие больших пластических деформаций, и предельное состояние ограничивается прочностью элемента конструкции.

В первом случае расчет на прочность выполняется по формуле:

$$\frac{N}{A_n} \le \gamma_c R_y \,, \qquad (4.1)$$

во втором случае: $$\frac{N}{A_n} \le \frac{\gamma_c R_u}{\gamma_u} \quad при \quad \frac{R_u}{\gamma_u} > R_y \qquad (4.2)$$

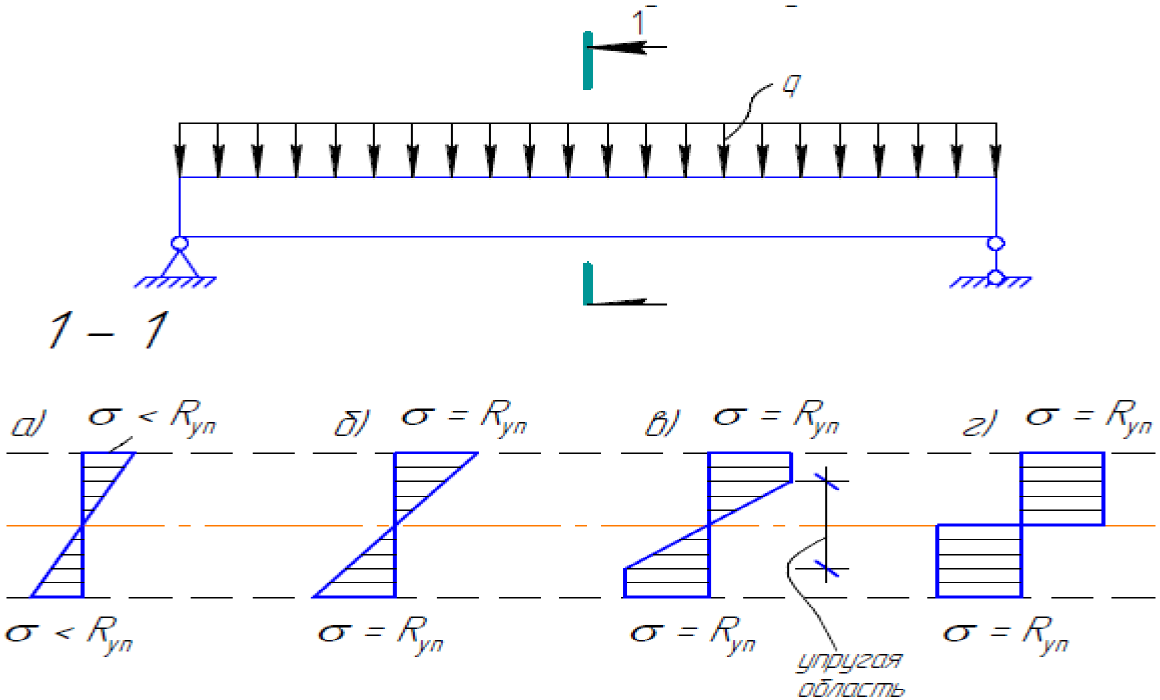
когда эксплуатация конструкции возможна и после достижения металлом предела текучести.

Здесь R_u – расчетное сопротивление по временному сопротивлению,

γ_u – коэффициент надежности в расчетах по временному сопротивлению.

Изгибаемый элемент.

Изгибаемый элемент рассматриваем на примере простой однопролетной балки. Нагрузку постепенно увеличиваем и следим за изменением эпюры напряжений в самом нагруженном сечении.



а) упругая стадия работы;

б) упругая стадия работы, но в некоторых случаях такое состояние является предельным. Например если сталь имеет площадку текучести, но работает под динамическими нагрузками;

в) упруго-пластическая работа сталей;

г) пластическая работа сталей (проявляется шарнир пластичности). В отличие от обычного шарнира он закрывается при снятии нагрузки и в шарнире пластичности имеет место быть изгибающий момент.

Запишем выражение для предельного изгибающего момента изгибаемого элемента из стали с площадкой текучести.

$$M_{пр} = \int_A R_y \cdot dA \cdot y = R_y \int_A y \cdot dA = R_y \cdot 2 \cdot S, \qquad (4.3)$$

где S – статический момент половины сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести.

Сравнивая выражение для $M_{пр}$ с выражением для M в упругой стадии работы балки

$$M = R_y \cdot W, \qquad (4.4)$$

замечаем, что роль момента сопротивления в выражении для $M_{пр}$ играет значение 2S. Обозначим через $W_{пл} = 2 \cdot S$ - пластический момент сопротивления, а также через

$$C_i = \frac{W_{пл}}{W} \qquad (4.5)$$

С учетом принятых обозначений расчет на прочность разрезных балок сплошного сечения из стали с $R_{yn} \leq 530$ МПа, несущих статическую нагрузку, общая и местная устойчивость которых обеспечена с учетом развития пластических деформаций производится по формулам:

- при изгибе в одной из главных плоскостей при $\tau \leq 0{,}9R_s$ (кроме опорных сечений):

$$\frac{M}{C_1 \cdot W_{n,\min}} \leq \gamma_c R_y \qquad (4.6)$$

- при изгибе в двух главных плоскостях (косой изгиб) при $\tau \leq 0{,}5R_s$(кроме опорных сечений):

$$\frac{M_x}{C_x \cdot W_{xn,\min}} + \frac{M_y}{C_y \cdot W_{yn,\min}} \leq \gamma_c R_y, \qquad (4.7)$$

где M, M_x, M_y – абсолютные значения изгибающих моментов;

C_1, C_x, C_y – коэффициенты, учитывающие развитие пластических деформаций в сечении балки.

Предельное состояние – состояние, когда хотя бы в одном волокне достигается предел текучести (работа стали в упругой стадии) – первый вид предельного состояния.

Когда нормальные напряжения по всему сечению достигают предела текучести (пластический шарнир) – второе предельное состояние.

При наличие зоны чистого изгиба вместо C_1, C_x, C_y следует принимать

$$C_{1m} = 0{,}5\cdot (1+ C_1),\ C_{xm} = 0{,}5\cdot (1+ C_x),\ C_{ym} = 0{,}5\cdot (1+C_y) \qquad (4.8)$$

Следует заметить, что полное развитие шарнира пластичности в изгибаемом элементе приводит к большим величинам остаточных деформаций, препятствующих нормальным условиям эксплуатации, поэтому вводится ограничение на величину остаточных деформаций:

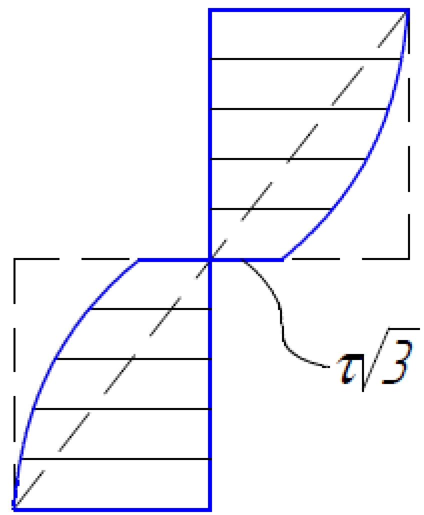
$$\varepsilon_{ост} \leq 3\%$$

Ограничение развития пластических деформаций не позволяет полностью проявляться шарниру пластичности. Коэффициенты C_i получены при данном ограничении.

В необходимых случаях изгибаемый элемент проверяется по приведенному напряжению

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma^2 + 3\cdot\tau^2} \leq \gamma_c R_y \qquad (4.9)$$

Если в сечении кроме нормальных имеются касательные напряжения, то развитие шарнира пластичности в этом сечении будет проходить быстрее. Это видно из эпюры приведенных напряжений.



Отсюда следует, что развитие шарнира пластичности в сечении разрешается при ограниченных значениях касательных напряжений.

Следует также заметить, что при больших значениях поперечных сил развитие пластических деформаций может идти от нейтральной оси, распространяясь в направлении крайних волокон.

Опорные сечения балок проверяются по касательным напряжениям

$$\tau = \frac{Q}{t_w \cdot h_{ef}} \le \gamma_c R_s \quad \text{или} \quad \tau = \frac{Q \cdot S}{J \cdot t} \le \gamma_c R_s \qquad (4.10)$$

Если не учитывать работу поясов балки на поперечную силу, то стенка балки проверяется на поперечную силу по формуле:

$$\frac{1,5 \cdot Q}{t_w \cdot h_{ef}} \le \gamma_c R_s, \qquad (4.11)$$

где t_w и h_{ef} – толщина и высота стенки.

Балки из стали высокой прочности рассчитывают по упругой стадии (кроме балок с гибкой стенкой и перфорированных балок):

$$\sigma = \frac{M}{W_{x,\min}} \le \gamma_c R_y \quad \text{и} \quad \tau = \frac{Q \cdot S}{J \cdot t_w} \le \gamma_c R_s, \qquad (4.12)$$

где R_s – расчетное сопротивление стали срезу.

Несущая способность балки может быть исчерпана в результате общей потери устойчивости (предельное состояние первой группы):

$$\frac{M}{\varphi_b \cdot W_c} \le \gamma_c R_y, \qquad (4.13)$$

где φ_b - коэффициент снижения расчетного сопротивления при потере устойчивости балок;

W_c – момент сопротивления сжатого пояса.

К первой группе предельных состояний можно отнести и предельные состояния вызываемые местной потерей устойчивости поясов и стенки балки.

Предельное состояние изгибаемого элемента относящееся ко второй группе будет в виде упругого прогиба балки от нормативных нагрузок

$$\delta \le [\delta]. \qquad (4.14)$$

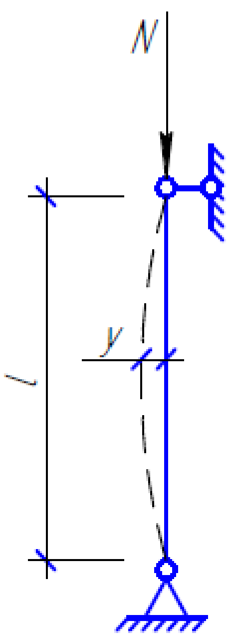
Лекция № 5. Тема: «Предельные состояния и расчет центрально сжатых стержней»

Центрально сжатый стержень – прямой стержень, нагруженный силой вдоль своей оси.

Центрально сжатые стержни бывают короткими, у которых длина превышает наибольший поперечный размер не более чем в 5-6 раз, и длинными.

За предельное состояние коротких стержней принимают состояние, характеризуемое достижением нормальными напряжениями предела текучести по всему сечению. И расчет их производится по **прочности**:

$$\sigma = \frac{N}{A_n} \le \gamma_c R_y \qquad (5.1)$$



Предельным состоянием длинных стержней является *потеря устойчивости.*

Рассмотрим кратко процесс потери устойчивости. Прямой стержень при небольшой осевой нагрузке имеет прямолинейную форму устойчивого равновесия. При достижении силой критического значения его прямолинейная форма перестает быть устойчивой. При действии случайной поперечной силой стержень изгибается и не возвращается в свое первоначальное прямолинейное состояние. Стержень изгибается в плоскости меньшей жесткости. Устойчивым состоянием у него уже будет новая криволинейная форма. Незначительное увеличение нагрузки сверх критической быстро искривляет стержень до полной потери несущей способности.

Значение силы, при которой первоначально устойчивая форма равновесия стержня переходит в неустойчивую, называется **критической силой**.

Эйлер в 1744 году получил формулу для определения критической силы центрально-сжатого стержня шарнирно опертого по концам. Критическая сила по Эйлеру:

$$N_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}. \tag{5.2}$$

Дифференциальное уравнение устойчивости из которого выведена формула для определения критической силы:

$$EJy'' + Ny = 0, \tag{5.3}$$

где y – величина прогиба стержня в произвольном сечении.

Приведем критическую силу $N_{кр}$ к критическим напряжениям

$$\sigma_{кр.э} = \frac{N_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E}{l^2}\frac{J}{A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \tag{5.4}$$

где $\frac{J}{A} = i^2$, $\frac{l}{i} = \lambda$.

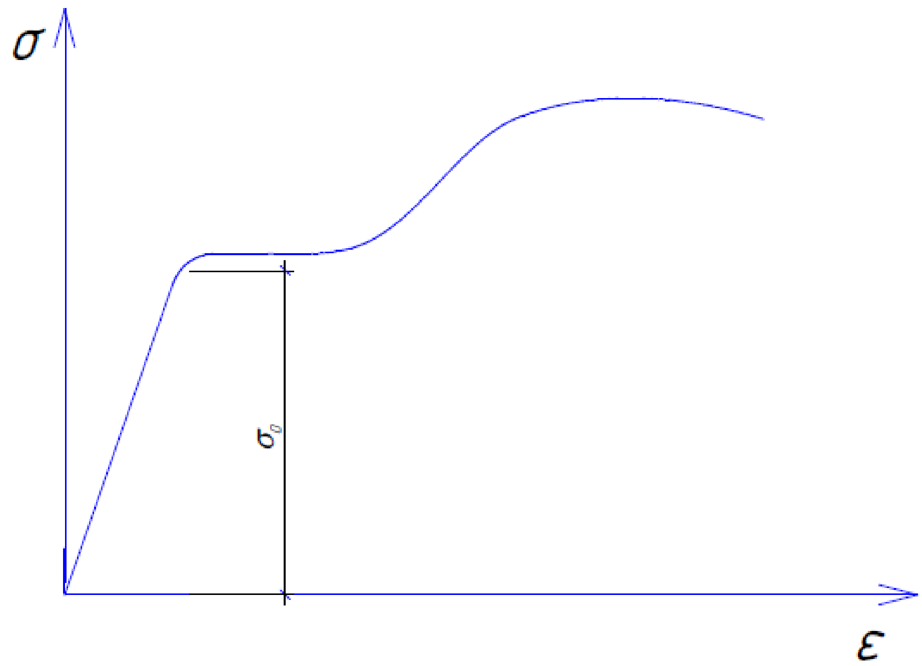
Поскольку вывод формулы Эйлера справедлив при E-const, значит формула Эйлера действительна только при напряжениях, не превышающих предела пропорциональности, т.е. $\sigma_{кр} \le \sigma_{пц}$. Иначе говоря, формула Эйлера справедлива для стержней определенной гибкости. Например, для стержней из стали с $\sigma_{пц} \approx 190$МПа,

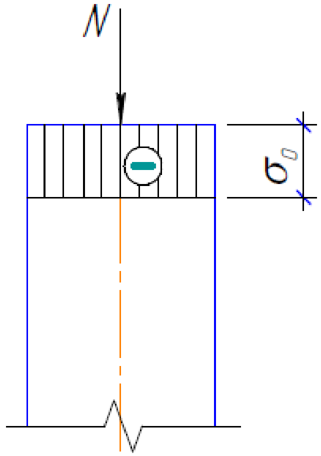
$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{кр.э}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пц}}} = \sqrt{\frac{3.14^2 \cdot 2.06 \cdot 10^5}{190}} \approx 104. \tag{5.5}$$

Это значит, что формула Эйлера справедлива для стержней из указанной стали только при $\lambda \geq 104$. С увеличением значения $\sigma_{пц}$ предельное значение гибкости для применения формулы Эйлера будет снижаться.

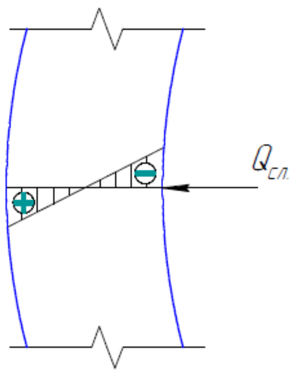
В стержнях, у которых критическая сила определяется по формуле Эйлера, потеря устойчивости происходит в упругой стадии.

Рассмотрим напряженное состояние центрально-сжатого стержня в упруго-пластической области, причем нормальные напряжения по величине в прямолинейном стержне будут несколько выше предела пропорциональности, но ниже предела текучести.

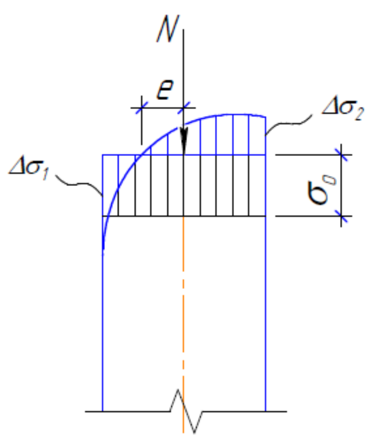




В тот момент, когда стержень имеет прямолинейную форму, нормальные напряжения по сечению распределяются равномерно (т.к. стержень центрально сжат).



От случайной силы стержень изгибается, возникает изгибающий момент, и получаем следующую эпюру напряжений:



Складывая последние две эпюры, необходимо учитывать непропорциональный рост σ_0, получаем:

Изгиб стержня случайной поперечной силой приводит к появлению изгибающего момента.

Напряжения от изгибающего момента накладываются на напряжения σ_0, которые соответствуют прямолинейному состоянию стержня (когда отсутствуют случайные поперечные силы).

Наложение напряжений изгиба на напряжения σ_0 должно проходить в соответствии с диаграммой растяжения.

Это значит, что на вогнутом участке стержня будет происходить при изгибе увеличение напряжений, т.е. догружение, а на выпуклом участке будет происходить разгрузка, поскольку на этом участке напряжения от изгиба и σ_0 разного знака.

На участке сечения, где происходит возрастание напряжения (догрузка) имеет место модуль пластичности $E_{пл}$, который существенно меньше модуля упругости Е.

Поскольку $E_{пл} < E$, а объем эпюр напряжений от изгиба разных знаков должен быть одинаковый, то нейтральная ось будет смещена на величину **е** в сторону выпуклых волокон и продольная сила N получает эксцентриситет **е**.

Стержень сохраняет устойчивость до тех пор, пока приращение момента внешних сил меньше приращения момента внутренних напряжений, т.е. $\Delta M_e < \Delta M_i$, где

$$\Delta M_e = N \cdot e';$$
$$\Delta M_i = \int_A \Delta\sigma_i \cdot y_i \cdot dA, \qquad (5.6)$$

e' – приращение эксцентриситета при увеличении N.

В критическом состоянии $\Delta M_e = \Delta M_i$.

Из этого условия можно определить величину критической силы $N_{кр}$ при работе стали в упругопластической стадии, т.е. $N_{кр}(E_{пл}, A_1, A_2)$, где A_1 – часть сечения, где происходит разгрузка; A_2 – часть сечения, где происходит догрузка.

Положение нейтральной оси можно определить из условия, что суммы напряжений изгиба на площадках A_1 и A_2 (из условия сохранения равновесия), должны быть равны, т.е.

$$\int_{A_1} \sigma_1 dA = \int_{A_2} \sigma_2 dA \qquad \text{или} \qquad E\int_{A_1} \varepsilon_1 dA = \int_{A_2} E_{пл}\varepsilon_2 dA\,. \qquad (5.7)$$

Нейтральная ось делит сечение стержня на части, имеющие различные модули, что позволяет найти приведенную жесткость стержня TJ, где T – приведенный модуль (введен впервые Ф.С.Ясинским), который можно определить из выражения:

$$TJ = EJ_1 + E_{пл}^{оср} \cdot J_2, \qquad \textit{отсюда} \qquad T = \frac{EJ_1 + E_{пл}^{оср} \cdot J_2}{J}, \qquad (5.8)$$

где J_1 и J_2 – моменты инерций обеих частей сечения относительно нейтральной оси; оср $E_{пл}$ – осредненное значение пластического модуля.

Заменим стержень, работающий в упруго-пластической стадии, стержнем, работающим в упругой стадии, но с приведенным модулем T:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 T}{\lambda^2}. \qquad (5.9)$$

Значение T переменно и зависит от вида диаграммы σ−ε, которая для разных марок стали различна. Поэтому, чтобы упростить расчет (на основании анализа большого количества диаграмм) принята единая, унифицированная диаграмма σ−ε.

По формулам для $\sigma_{кр}$ можно определить критические напряжения для идеально прямых стержней. В реальных конструкциях всегда имеются случайные эксцентриситеты и погнутия. Поэтому проверка устойчивости центрально сжатых стержней производится с учетом случайных эксцентриситетов и погнутий по формуле:

$$\sigma = N / A \le \sigma'_{кр}, \qquad (5.10)$$

где $\sigma'_{кр}$ – критическое напряжение с учетом случайных эксцентриситетов и погнутий.

Чтобы каждый раз не определять $\sigma'_{кр}$ (определение его весьма сложно) в строительных нормах даются значения $\varphi=\sigma'_{кр}/R_y$ – коэффициента снижения расчетного сопротивления при центральном сжатии. Коэффициент φ еще называют коэффициентом продольного изгиба. Он зависит от гибкости $\lambda=l_{ef}/i_{min}$ и от R_y.

Таким образом, рабочая формула проверки на устойчивость приняла вид:

$$\frac{N}{\varphi A} \le R_y \gamma_c. \qquad (5.11)$$

Лекция № 6. Тема: «Предельные состояния и расчет внецентренно-растянутых и внецентренно-сжатых элементов»

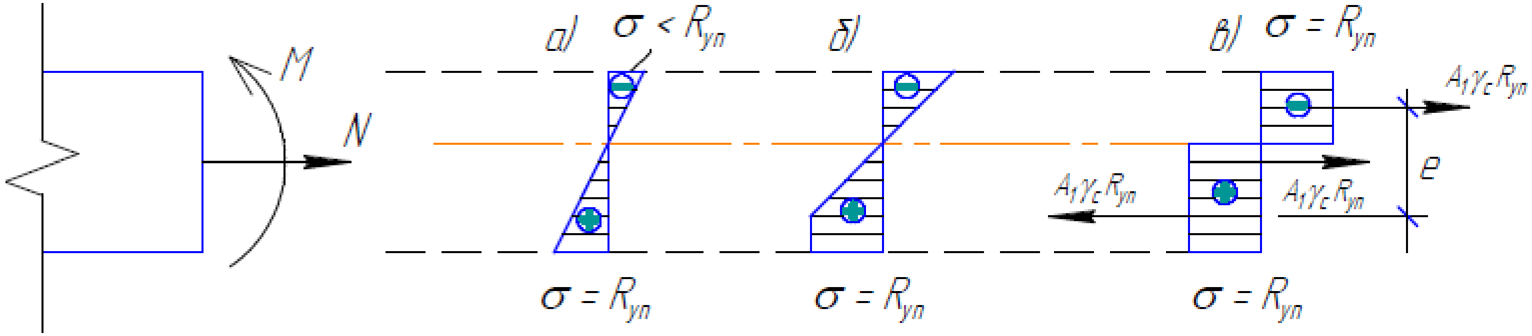
Предельные состояния рассматриваемых стержней определяются прочностью, развитием пластических деформаций и потерей устойчивости.

Предельные состояния по прочности внецентренно-растянутых стержней установлены для стержней из стали высокой прочности (у которых отсутствует площадка текучести), а для стержней из стали обычной прочности – при динамических нагрузках. В этих случаях расчет производится по упругой стадии, и предельное состояние наступает тогда, когда наибольшие фибровые напряжения достигают предела текучести.

Расчет на прочность таких стержней производится по формуле

$$\frac{N}{A_n} \pm \frac{M_x}{J_{xn}} y \pm \frac{M_y}{J_{yn}} x \le R_y \gamma_c , \qquad (6.1)$$

где x и y – координаты рассматриваемой точки сечения относительно его главных осей. Предельные состояния по развитию пластических деформаций установлены для стержней из пластических сталей при действии статических нагрузок. В этом случае предельное состояние определяется шарниром пластичности, который развивается следующим образом (в соответствии с диаграммой Прандтля): при увеличении M и N на одной из сторон сечения стержня фибровые напряжения достигают R_{yn} и останавливаются в своем развитии. Напряжения в других фибрах продолжают расти, пока, наконец, напряжения на другой стороне сечения не достигнут R_{yn}. После чего пластичность распространяется на все фибры сечения и образуется шарнир пластичности.



Очевидно, что разность площадей эпюр напряжений, умноженная на Rуп, равна предельной продольной силе:

$$N_{пр}^{M} = R_{уп} \cdot A_2. \tag{6.2}$$

Предельный момент

$$M_{пр}^{N} = R_{уп} \cdot A_1 \cdot e. \tag{6.3}$$

В пластической стадии напряжения от N и M можно четко разделить.

Для оценки несущей способности внецентренно напряженного стержня при шарнире пластичности введем 4 величины:

$N_{пр}^{M}$ - предельная продольная сила при наличии момента;

$N_{пр}^{o}$ - предельная продольная сила при отсутствии момента, $N_{пр}^{o}$ =A·Rуп ;

$M_{пр}^{N}$ - предельный момент при наличии продольной силы;

$M_{пр}^{o}$ - предельный момент при отсутствии продольной силы, $M_{пр}^{o} = C_x \cdot W_{нт} \cdot R_{уп}$

Очевидно, что

$$\frac{N_{np}^{M}}{N_{np}^{o}} = \nu \; < \; 1 \qquad u \qquad \frac{M_{np}^{N}}{M_{np}^{o}} = \mu \; < \; 1 \tag{6.4}$$

Связь между этими соотношениями при шарнире пластичности выражается параболой и записывается в общем виде:

$$\nu^{n} + \mu = 1, \tag{6.5}$$

где n – показатель степени, зависящий от формы поперечного сечения стержня (для двутавра n=1,5).

Таким образом, соотношение между ν и μ примет вид:

$$\left(\frac{N}{A_n R_y \gamma_c}\right)^{n} + \frac{M_x}{C_x W_{xn,\min} R_y \gamma_c} \le 1 \tag{6.6}$$

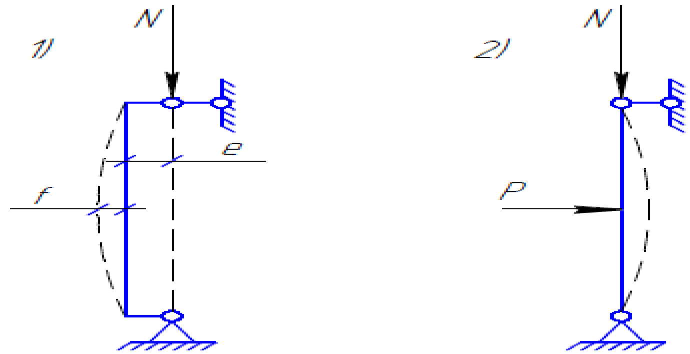
где C_x – коэффициент, учитывающий развитие пластических деформаций в сечении.

Это и есть расчетная формула на прочность внецентренно нагруженного стержня с учетом развития пластических деформаций (внецентренно растянутого).

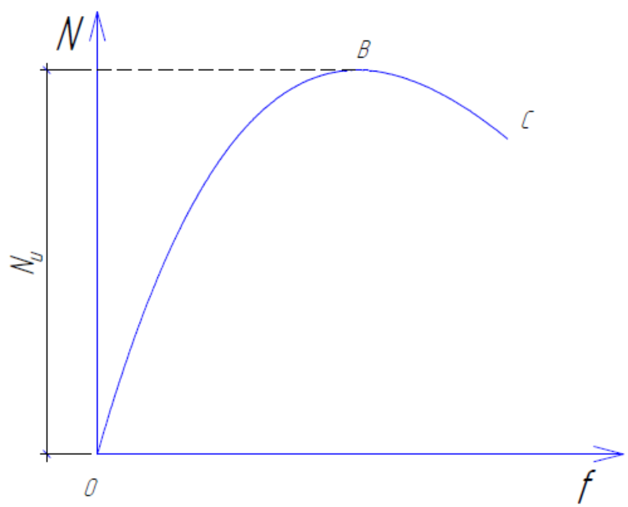
Поверочная формула для стержней, которые рассчитываются по упругой стадии

$$\frac{N}{A_n} + \frac{M_x}{W_{xn,\min}} \le \gamma_c R_y$$

При расчете стержней на устойчивость (внецентренно сжатых) различают два вида работы стержней: внецентренное сжатие и сжатие с изгибом.



Работа этих стержней несколько отличается друг от друга. Но в целях упрощения расчетов сжато-изогнутые стержни при потере устойчивости рассматривают как внецентренно сжатые с эксцентриситетом e=M/N. При внецентренном сжатии с самого начала приложения нагрузки возникает изгиб стержня, который увеличивается с ростом нагрузки. Величина нагрузки, при которой изгибные деформации растут при постоянном ее значении или даже уменьшении, называется критической N_u.



При постепенном повышении нагрузки напряжения более нагруженных фибр переходят в пластическую стадию; нейтральная ось при этом смещается в сторону выпуклых волокон (так же, как и при центральном сжатии). Критическое состояние перехода стержня из устойчивого в неустойчивое положение располагается в пределах развития пластических деформаций по сечению.

В современной теории расчета внецентренно сжатых стержней при определении критической силы N_u принимается допущение о том, что в процессе возрастания нагрузки и в момент потери устойчивости влияние разгрузки не учитывается, т.е. рассматривается нелинейно упругий металл, как в условиях догрузки, так и разгрузки.

Критическая сила

$$N_u = \frac{\pi^2 EJ_t}{l^2}, \tag{6.7}$$

где $EJ_t = \int\limits_A E_t y^2 dA$ - приведенная жесткость стержня,

E_t – касательный модуль для диаграммы работы металла стержня.

Для определения приведенной жесткости EJ_t необходимо знать эпюру напряжения в наиболее нагруженном сечении стержня, характер которой будет зависеть от гибкости стержня, формы и эксцентриситета сечения. Поэтому критические напряжения внецентренно сжатого стержня зависят от трех факторов:

1) от приведенной гибкости $\bar{\lambda} = \lambda \cdot \sqrt{R_y / E}$;

2) от формы поперечного сечения стержня, которая учитывается коэффициентом η. Этот коэффициент учитывает степень распространения пластических деформаций по сечению. Кривые критических напряжений $\sigma_{кр}^{вн}$ в функциях гибкости и относительного эксцентриситета для различных форм сечений подобны. Это дает возможность переходить от кривых для прямоугольного сечения к кривым для других типов сечений умножением на переходный коэффициент η;

3) от относительного эксцентриситета $m = e/\rho$,

где e – абсолютный эксцентриситет;

ρ – ядровое расстояние ρ = W/A (W – момент сопротивления сечения для наиболее сжатого волокна).

Рассмотренный выше случай характерен тем, что потеря устойчивости стержня происходит в плоскости действия момента; происходит изгибная форма потери устойчивости.

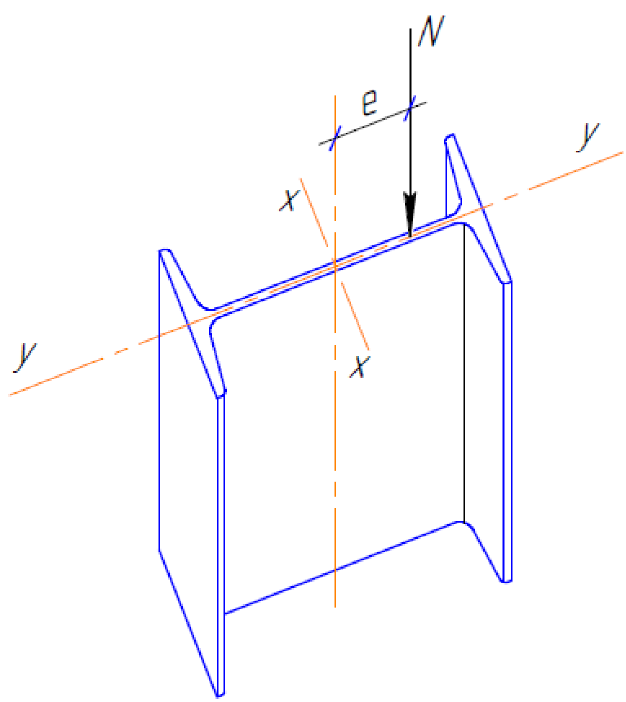
Обозначая через $\varphi_e = \dfrac{\sigma_{кр}^{вн}}{R_y}$,

получим расчетную формулу при проверке на устойчивость в плоскости действия момента:

$$\frac{N}{\varphi_e A} \le R_y \gamma_c \,, \tag{6.8}$$

где φ_e – коэффициент снижения расчетных сопротивлений при внецентренном сжатии, зависящий от условной гибкости $\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{\dfrac{R_y}{E}}$

и приведенного относительного эксцентриситета $m_{ef} = \eta \cdot m = \eta \cdot \dfrac{e}{\rho} = \eta \cdot \dfrac{M \cdot W}{N \cdot A}$.



Для приведенного рисунка плоскость действия силы – это плоскость стенки двутавра.

При любых расчетах на устойчивость площадь сечения принимается брутто, т.е. с учетом площадей отверстий.

Внецентренно сжатые стержни, имеющие различные жесткости в обоих главных плоскостях ($J_x > J_y$), и момент в плоскости большей жесткости, могут потерять устойчивость в направлении меньшей жесткости. При этом стержень не только изгибается, но и закручивается и теряет устойчивость по изгибно-крутильной форме.

Эта форма потери устойчивости является общим случаем и называется также пространственной.

Переход разных частей сечения в пластическую стадию работы происходит не одновременно и всегда сопровождается закручиванием стержня.

При этом оставшаяся рабочая часть (упругое ядро) меняет свою форму; центр изгиба смещается и получается эксцентриситет, приводящий к выходу стержня из работы по изгибно-крутильной форме.

Устойчивость стержня из плоскости действия момента проверяют по формуле:

$$\frac{N}{C\varphi_y A} \le R_y \gamma_c, \qquad (6.9)$$

где C – коэффициент приведения φ_y к условиям пространственной потери устойчивости (учитывает влияние момента на потерю устойчивости из плоскости действия момента).

Наиболее характерна потеря устойчивости по изгибно-крутильной форме в упругой области для тонкостенных незамкнутых сечений (типа двутавров, швеллеров и др.)