ИЗГИБ.

ВНУТРЕННИЕ УСИЛИЯ ПРИ ИЗГИБЕ

Содержание лекции:

1. Общие сведения
2. Классификация сил
3. Внутренние усилия при изгибе: 3.1. Поперечных сил

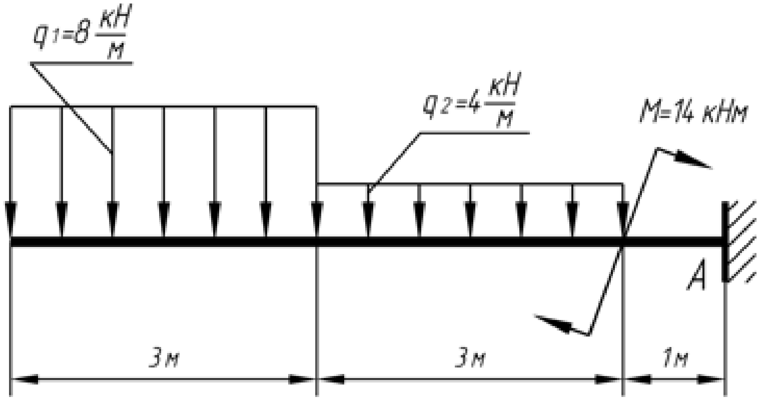
   3.2. Изгибающих моментов
4. Внутренние усилия при изгибе простейших балок:

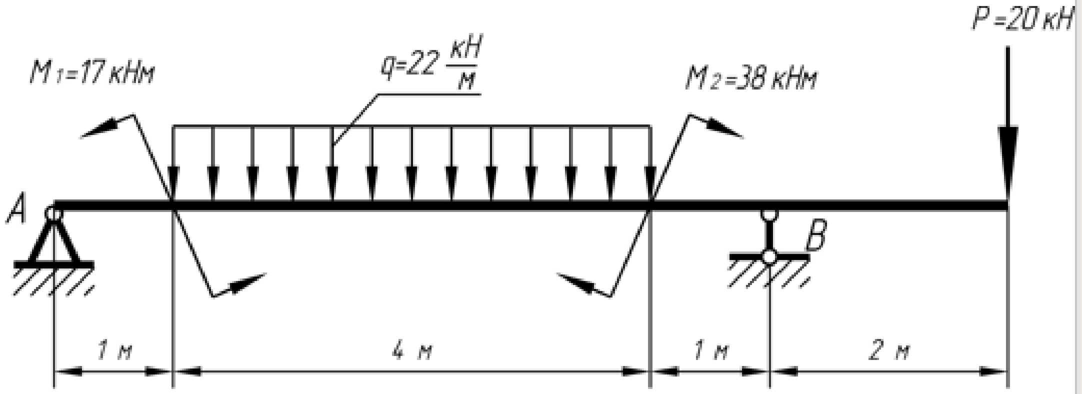
   4.1. Пример 1 4.2. Пример 2 4.3. Пример 3

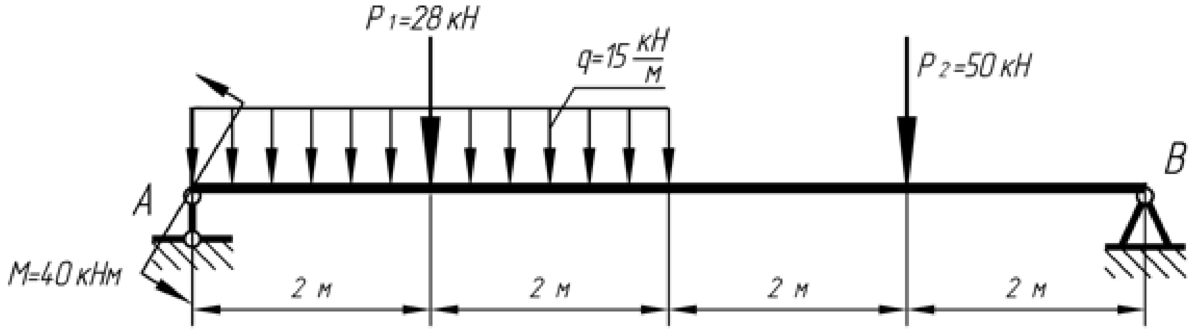
   4.4. Пример 4 4.5. Пример 5 4.6. Пример 6
5. Теорема Д.И. Журавского
6. Следствия теоремы Д.И. Журавского

Содержание лекции:

7. Примеры решения задач

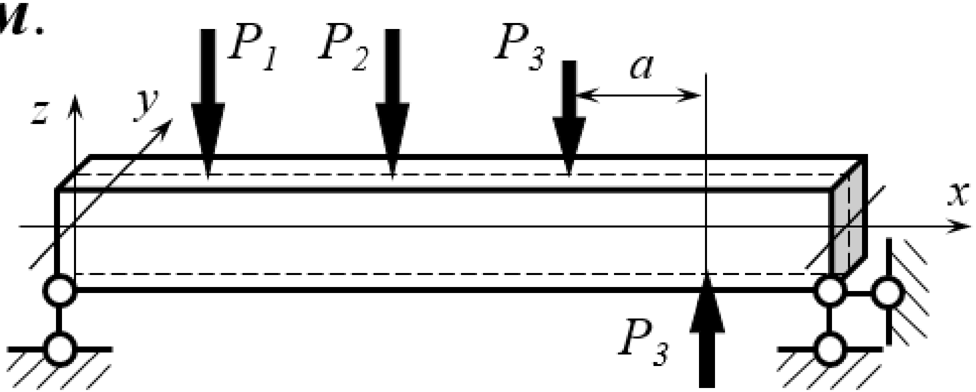




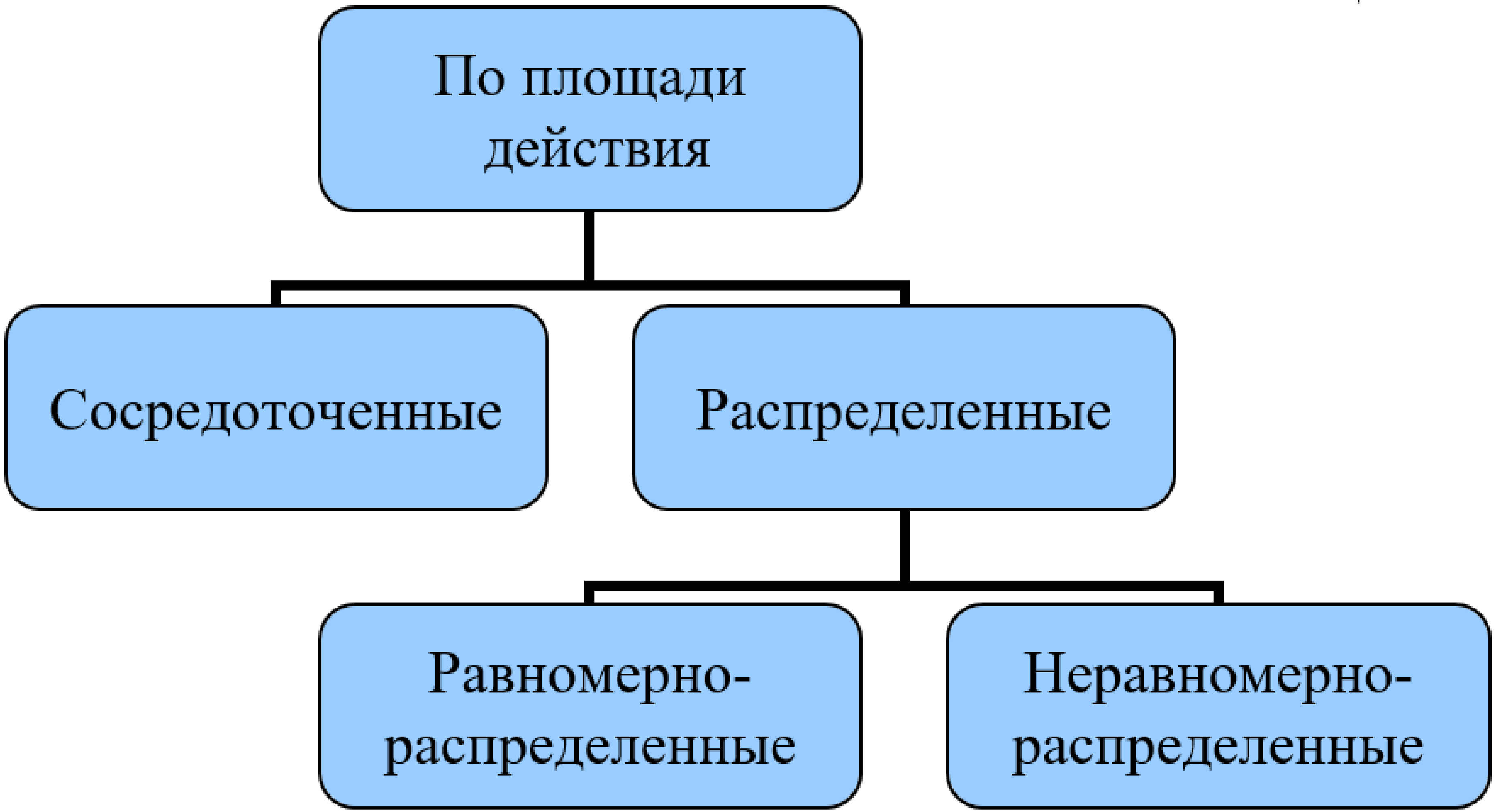


Общие сведения

- ***Изгибом*** *называют деформацию, которая сопровождается искривлением оси стержня.*
- *Стержень, работающий на изгиб, принято называть* ***балкой****.*
- Если все силы лежат в плоскости, совпадающей с осью симметрии (главной осью инерции), то ось изогнутой балки также располагается в этой плоскости, и такой изгиб называют ***плоским***, или ***прямым***.



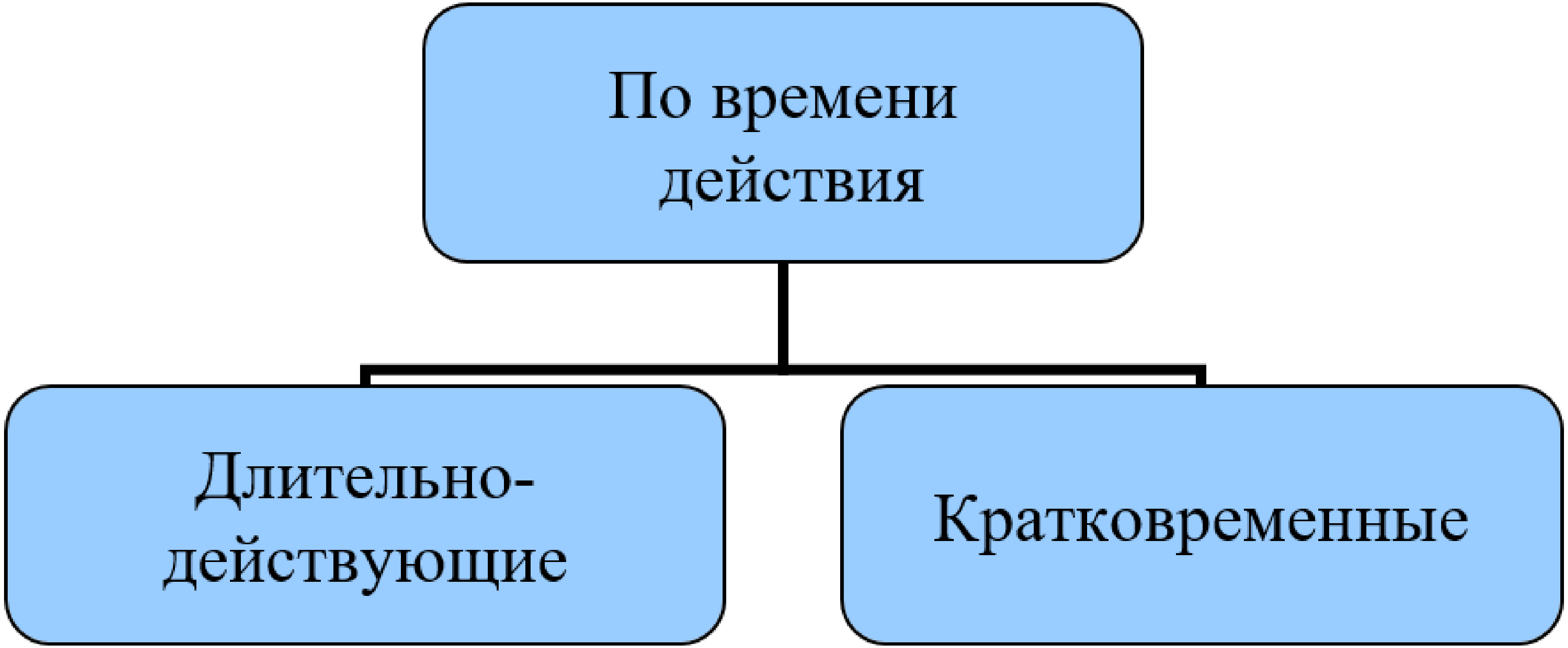
Классификация сил



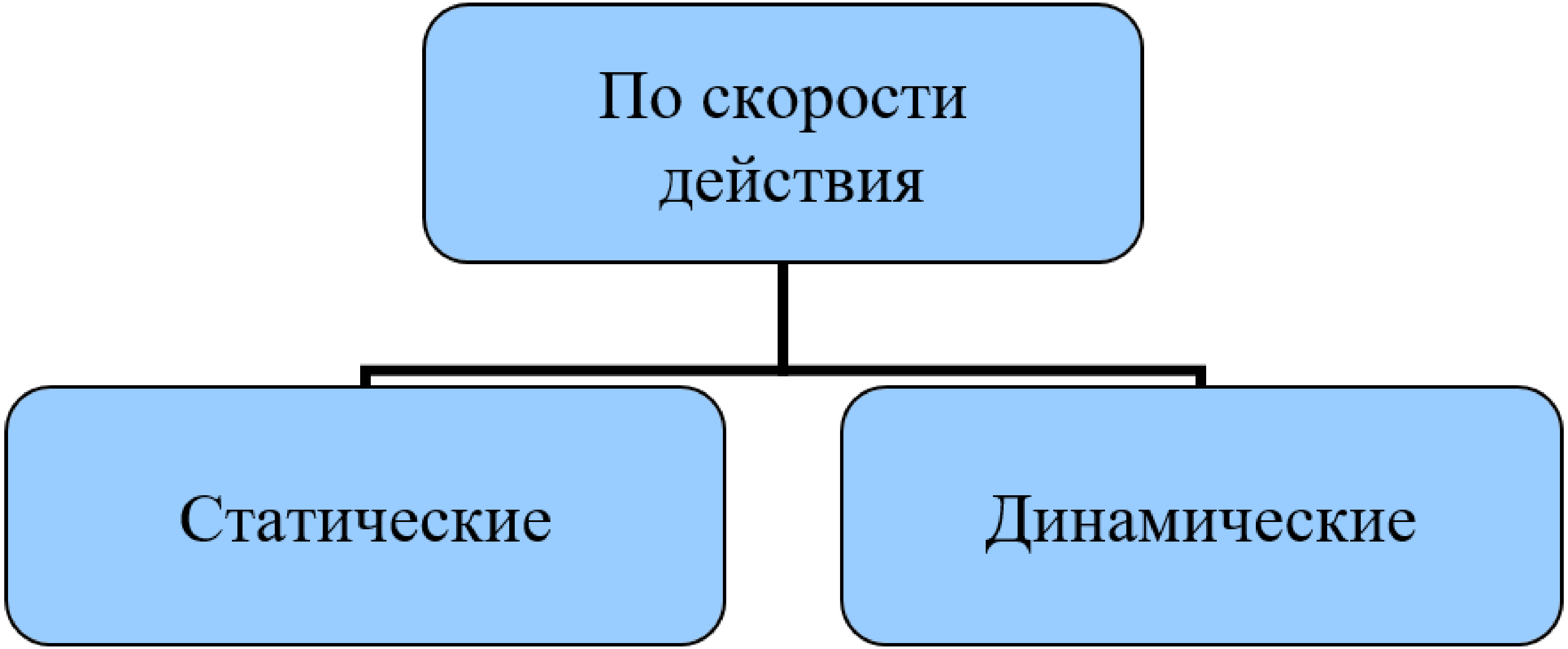
Классификация сил

- По характеру действия
  - Постоянные
  - Временные

Классификация сил



Классификация сил



Внутренние усилия при изгибе

- *При действии на балку внешней нагрузки в сечениях ее элементов в общем случае возникают поперечные силы Q и изгибающие моменты M*

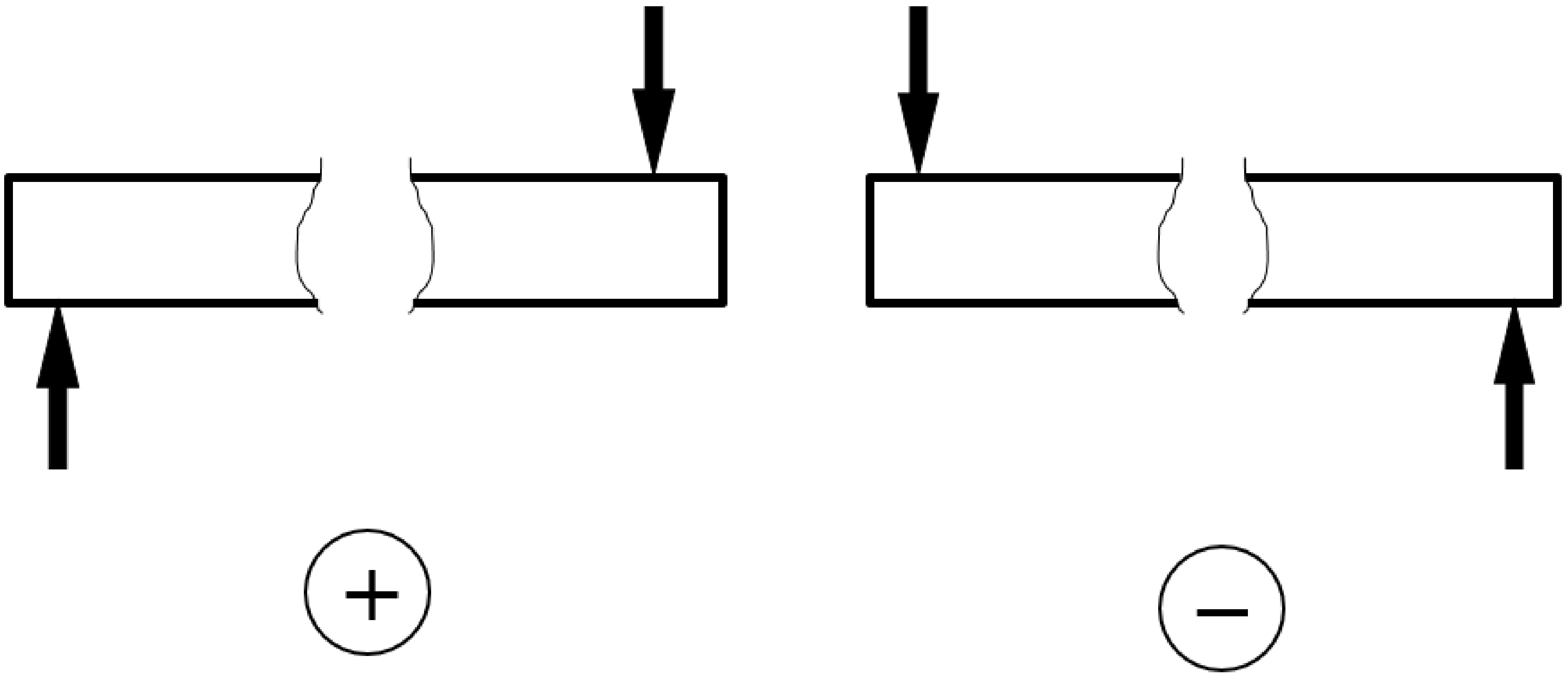
$$M \qquad [\,кНм\,],\ [\,Нм\,]$$

$$Q \qquad [\,кН\,],\ [\,Н\,]$$

Правила знаков

- ***Поперечной силой*** *в каком-либо сечении балки называют сумму всех внешних сил, действующих по одну сторону от сечения, спроецированных на ось, перпендикулярную оси балки.*
- При этом придерживаются следующего правила знаков: *если внешние силы сдвигают часть балки, лежащую слева от сечения, вверх, а правую – вниз, то поперечная сила положительная. Если же внешние силы сдвигают часть балки, лежащую слева от сечения, вниз, а лежащую справа – вверх, то поперечная сила отрицательная.*

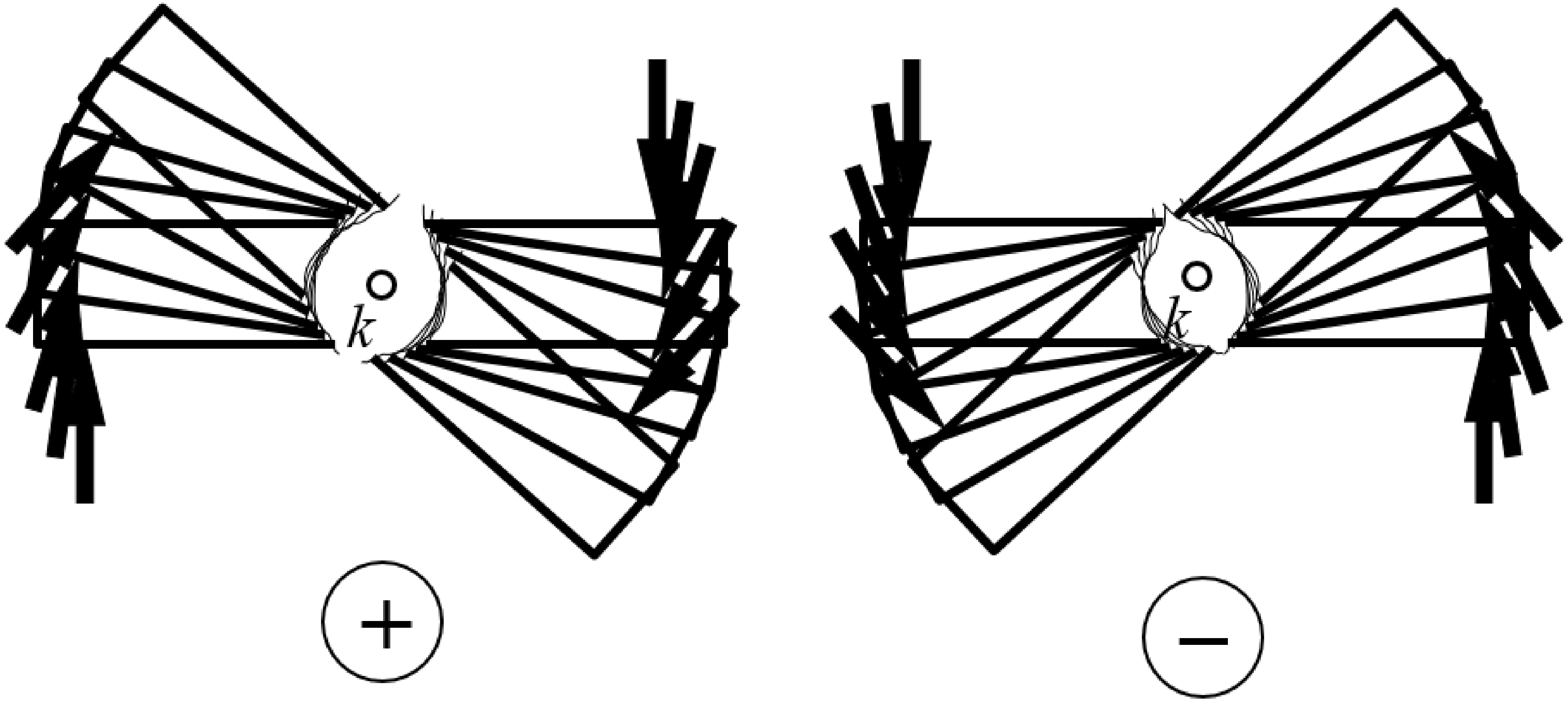
Правила знаков



Правила знаков

- *Поперечная сила в сечении считается положительной, если она направлена так, что стремится повернуть отсеченную часть рамы по часовой стрелке относительно некоторой точки k, лежащей на внутренней нормали к сечению; в противном случае поперечная сила в сечении считается отрицательной.*

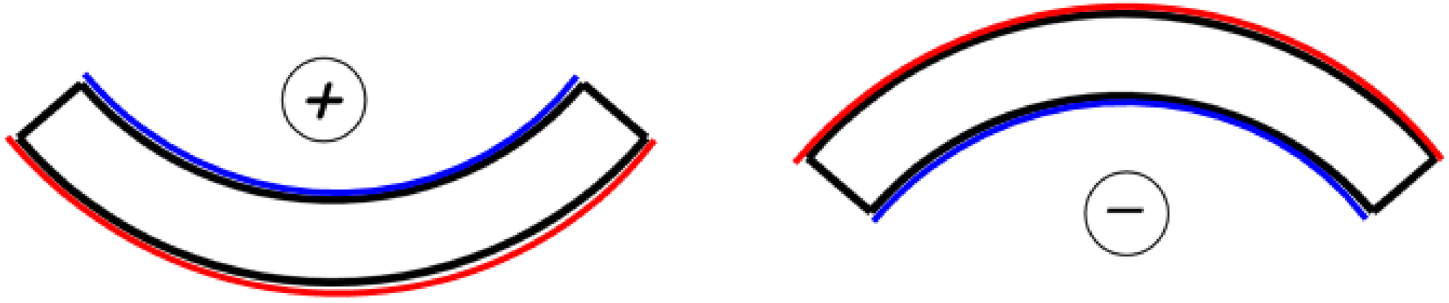
Правила знаков



Правила знаков

- ***Изгибающим моментом*** *в каком-либо сечении балки называют алгебраическую сумму моментов, возникающих от действия внешних сил или пар сил, лежащих по одну сторону от сечения относительно его центра тяжести.*
- Для изгибающих моментов принято следующее правило знаков: *если балка под действием сил изгибается выпуклостью вниз, то знак изгибающего момента принимают положительным, а если вверх, то – отрицательным.*

Правила знаков

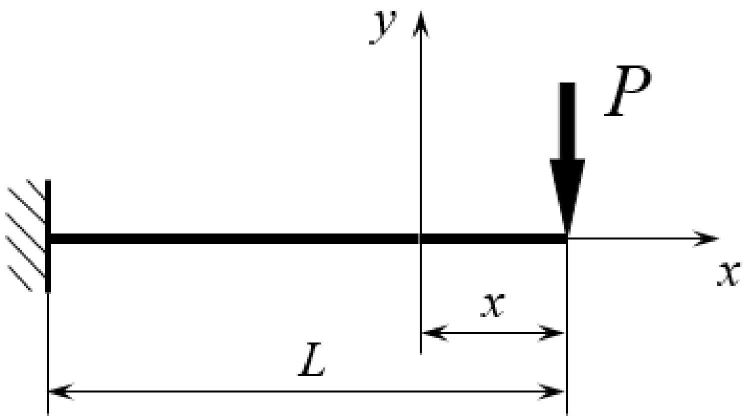


Растянутые волокна

Сжатые волокна

Внутренние усилия при изгибе простейших балок

1



$$0 \le x \le L$$

$$Q = P$$

$$Q_{(x=0)} = P$$

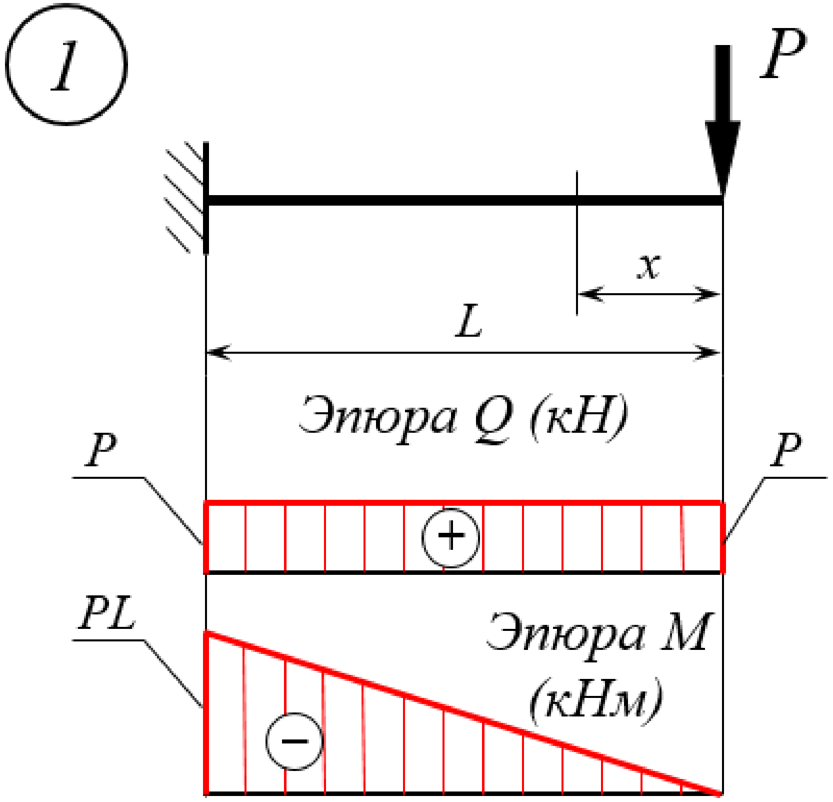
$$Q_{(x=L)} = P$$

$$M = -Px$$

$$M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(x=L)} = -PL$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



$$0 \le x \le L$$

$$Q = P$$

$$Q_{(x=0)} = P$$

$$Q_{(x=L)} = P$$

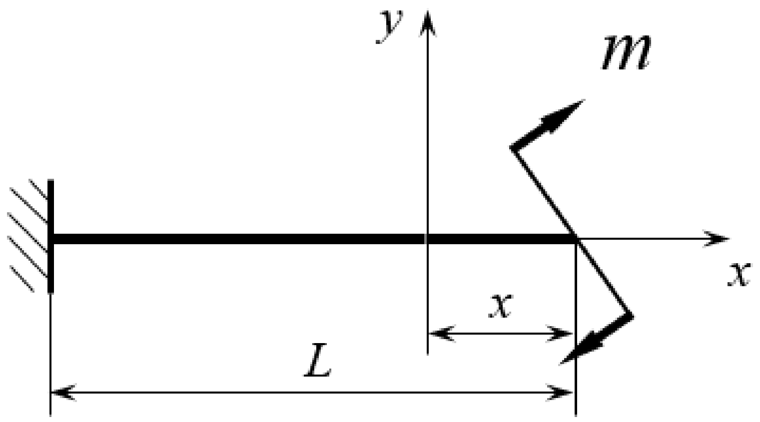
$$M = -Px$$

$$M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(x=L)} = -PL$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок

2



$$0 \le x \le L$$

$$Q = 0$$

$$Q_{(x=0)} = 0$$

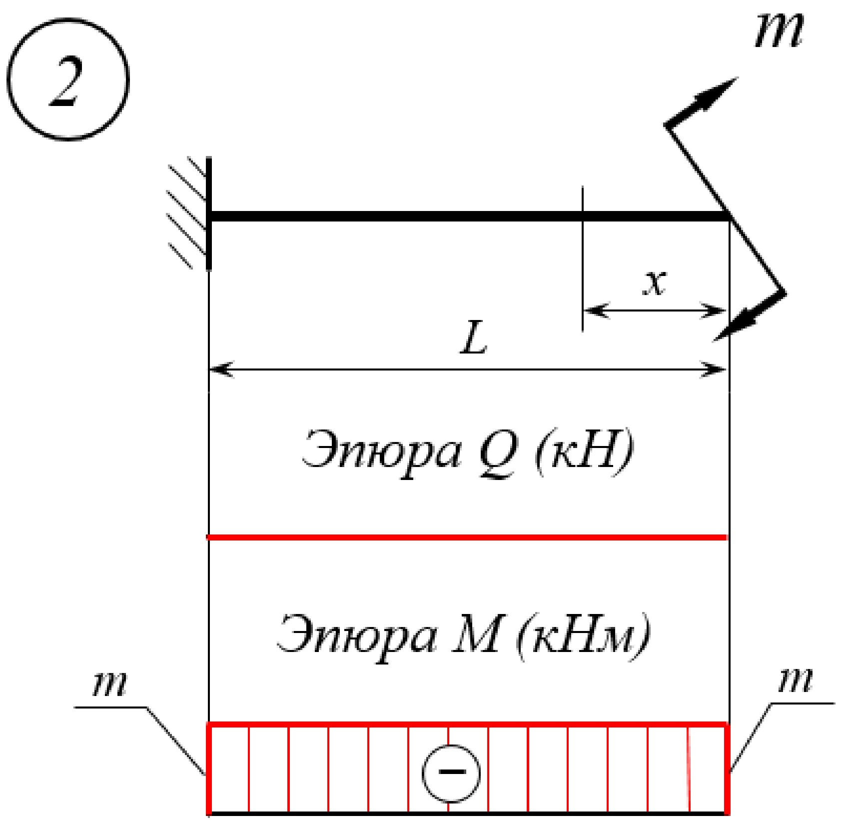
$$Q_{(x=L)} = 0$$

$$M = -m$$

$$M_{(x=0)} = -m$$

$$M_{(x=L)} = -m$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



$$0 \le x \le L$$

$$Q = 0$$

$$Q_{(x=0)} = 0$$

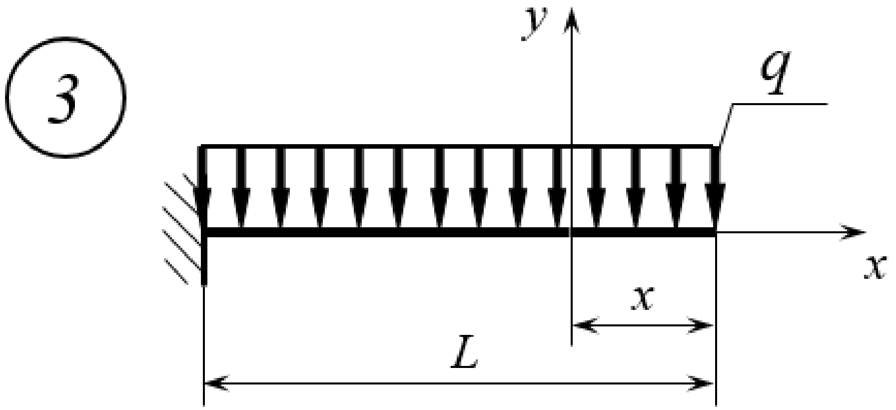
$$Q_{(x=L)} = 0$$

$$M = -m$$

$$M_{(x=0)} = -m$$

$$M_{(x=L)} = -m$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



$$0 \le x \le L$$

$$Q = qx \qquad Q_{(x=0)} = 0$$

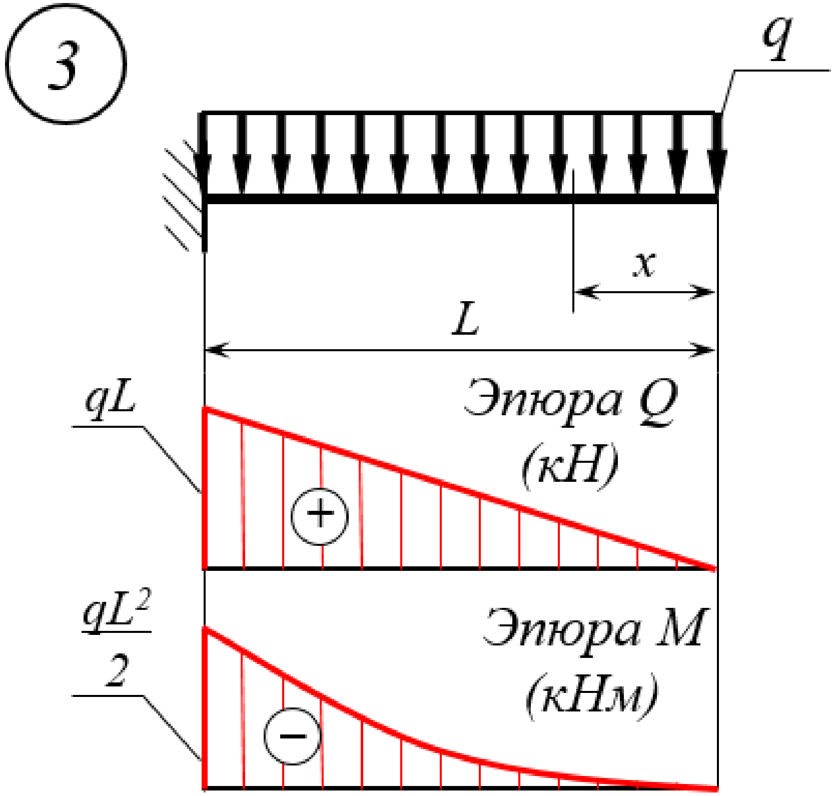
$$Q_{(x=L)} = qL$$

$$M = -qx\frac{x}{2} = -q\frac{x^2}{2}$$

$$M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(x=L)} = -q\frac{L^2}{2}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



$$0 \le x \le L$$

$$Q = qx \qquad Q_{(x=0)} = 0$$

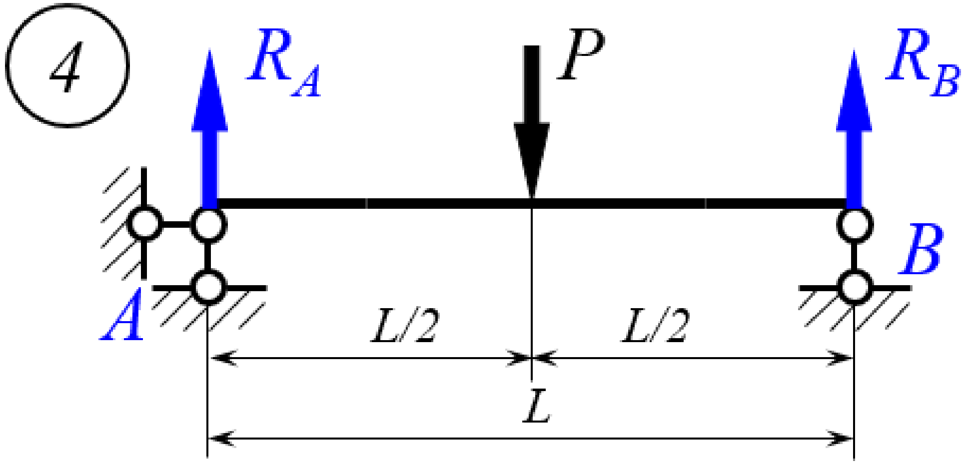
$$Q_{(x=L)} = qL$$

$$M = -qx\frac{x}{2} = -q\frac{x^2}{2}$$

$$M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(x=L)} = -q\frac{L^2}{2}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



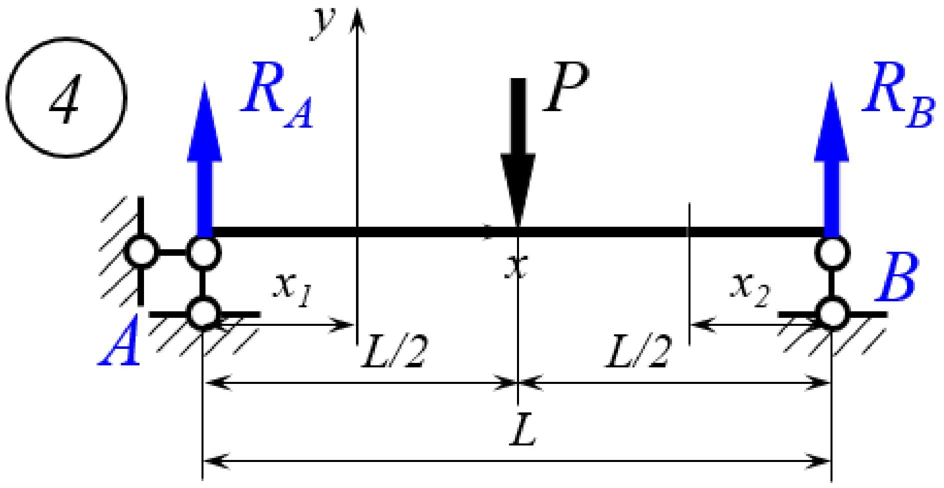
Определяем опорные реакции:

$$\sum M_A = P\frac{L}{2} - R_B L = 0$$

$$R_B = \frac{P}{2}$$

$$\sum M_B = R_A L - P\frac{L}{2} = 0 \qquad R_A = \frac{P}{2}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



Рассмотрим 1 участок и запишем для него уравнения Q и M:

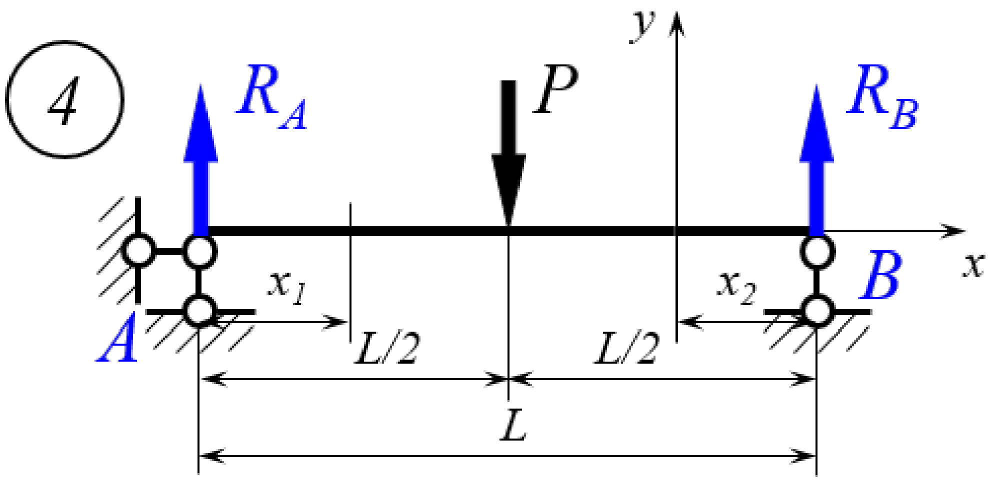
$$0 \le x_1 \le \frac{L}{2}$$

$$Q_1 = R_A = \frac{P}{2}$$

$$Q_{1(x_1=0)} = \frac{P}{2} \qquad Q_{1\left(x_1=\frac{L}{2}\right)} = \frac{P}{2}$$

$$M_1 = R_A x_1 = \frac{P}{2} x_1 \qquad M_{1(x_1=0)} = 0 \qquad M_{1\left(x_1=\frac{L}{2}\right)} = \frac{PL}{4}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



Рассмотрим 2 участок и запишем для него уравнения Q и M:

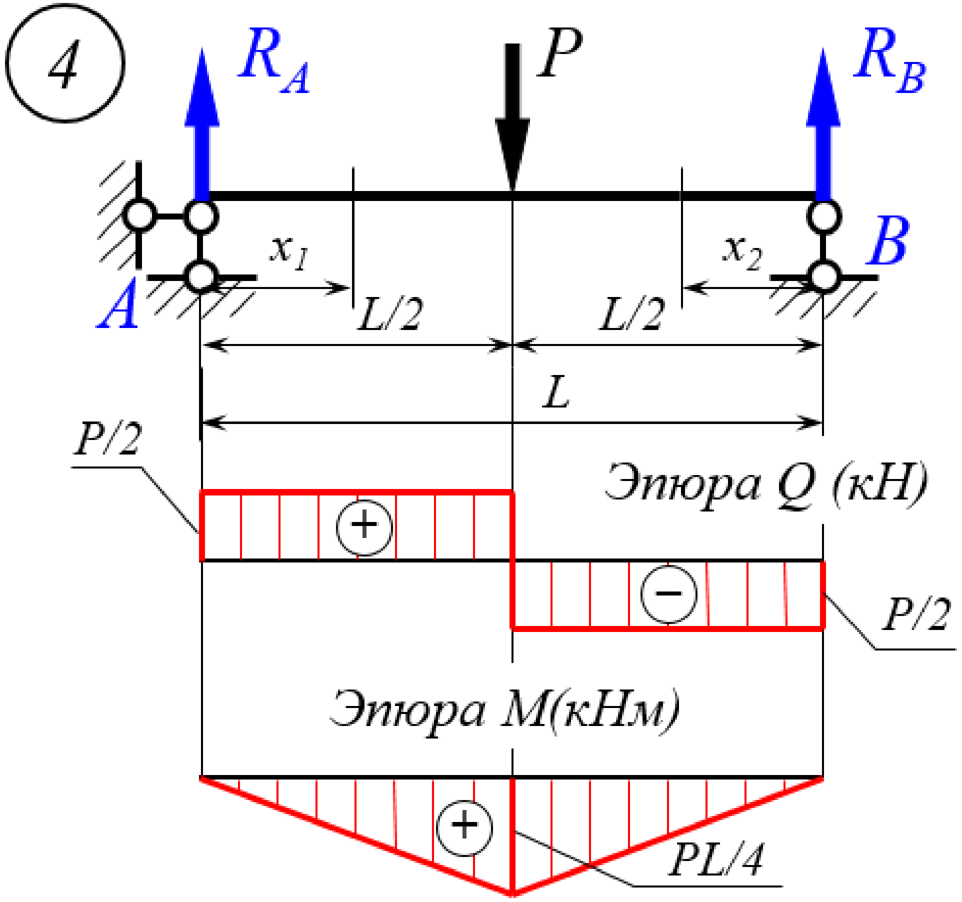
$$0 \le x_2 \le \frac{L}{2}$$

$$Q_2 = -R_B = -\frac{P}{2}$$

$$Q_{2(x_2=0)} = -\frac{P}{2} \qquad Q_{2(x_2=\frac{L}{2})} = -\frac{P}{2}$$

$$M_2 = R_B x_2 = \frac{P}{2} x_2 \qquad M_{2(x_2=0)} = 0 \qquad M_{2(x_2=\frac{L}{2})} = \frac{PL}{4}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



$$Q_{1(x_1=0)} = \frac{P}{2} \qquad Q_{1(x_1=\frac{L}{2})} = \frac{P}{2}$$

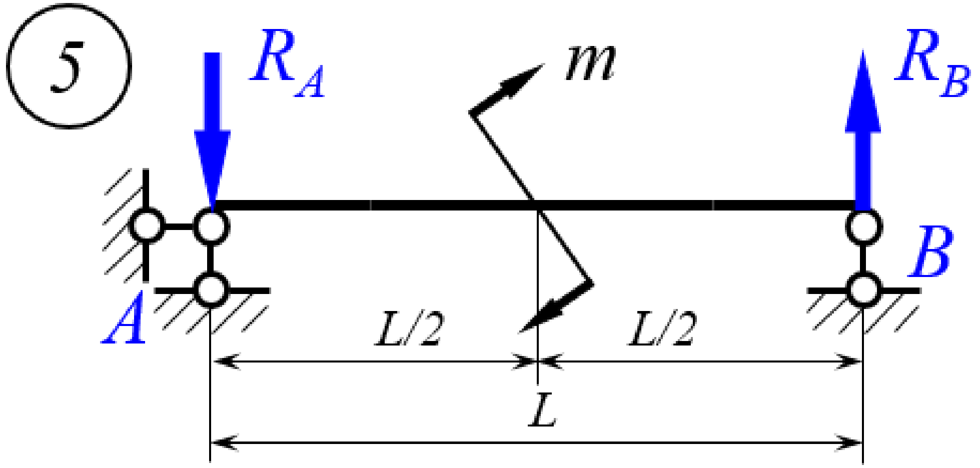
$$M_{1(x_1=0)} = 0 \qquad M_{1(x_1=\frac{L}{2})} = \frac{PL}{4}$$

$$Q_{2(x_2=0)} = -\frac{P}{2} \qquad Q_{2(x_2=\frac{L}{2})} = -\frac{P}{2}$$

$$M_{2(x_2=0)} = 0$$

$$M_{2(x_2=\frac{L}{2})} = \frac{PL}{4}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



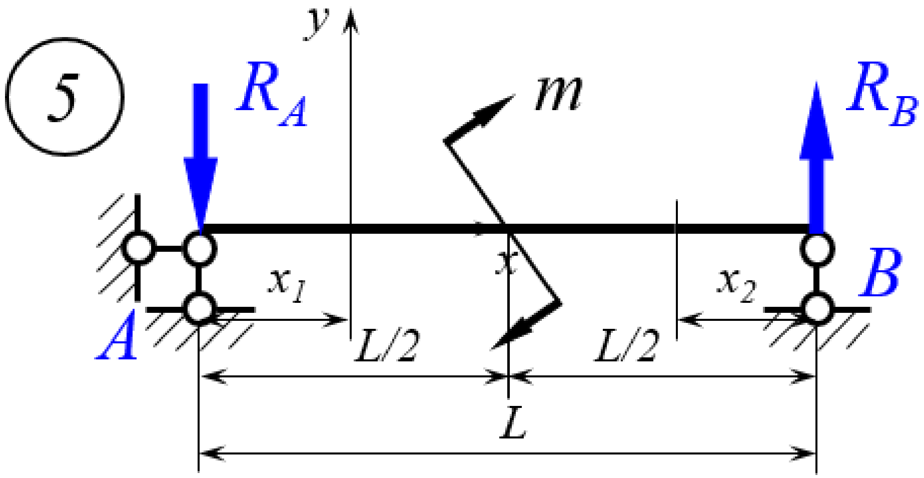
Определяем опорные реакции:

$$\sum M_A = m - R_B L = 0$$

$$R_B = \frac{m}{L}$$

$$\sum M_B = -R_A L + m = 0 \qquad R_A = \frac{m}{L}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



Рассмотрим 1 участок и запишем для него уравнения Q и M:

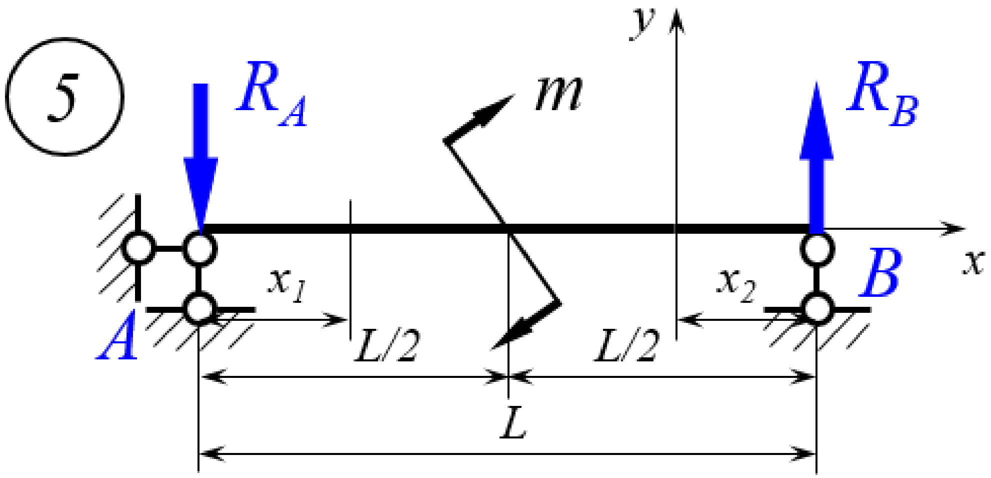
$$0 \le x_1 \le \frac{L}{2}$$

$$Q_1 = -R_A = -\frac{m}{L}$$

$$Q_{1(x_1=0)} = -\frac{m}{L} \qquad Q_{1(x_1=\frac{L}{2})} = -\frac{m}{L}$$

$$M_1 = -R_A x_1 = -\frac{m}{L} x_1 \qquad M_{1(x_1=0)} = 0 \qquad M_{1(x_1=\frac{L}{2})} = -\frac{m}{2}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



Рассмотрим 2 участок и запишем для него уравнения Q и M:

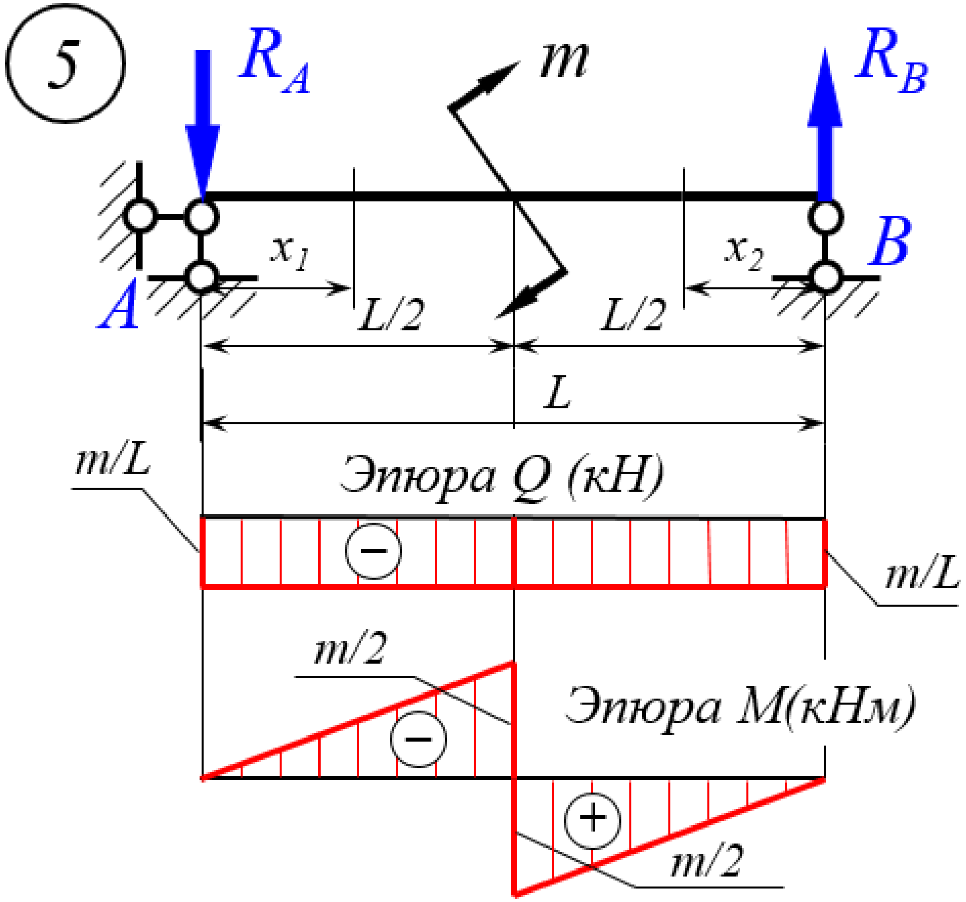
$$0 \le x_2 \le \frac{L}{2}$$

$$Q_2 = -R_B = -\frac{m}{L}$$

$$Q_{2(x_2=0)} = -\frac{m}{L} \qquad Q_{2(x_2=\frac{L}{2})} = -\frac{m}{L}$$

$$M_2 = R_B x_2 = \frac{m}{L} x_2 \qquad M_{2(x_2=0)} = 0 \qquad M_{2(x_2=\frac{L}{2})} = \frac{m}{2}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



$$Q_{1(x_1=0)} = -\frac{m}{L} \quad Q_{1(x_1=\frac{L}{2})} = -\frac{m}{L}$$

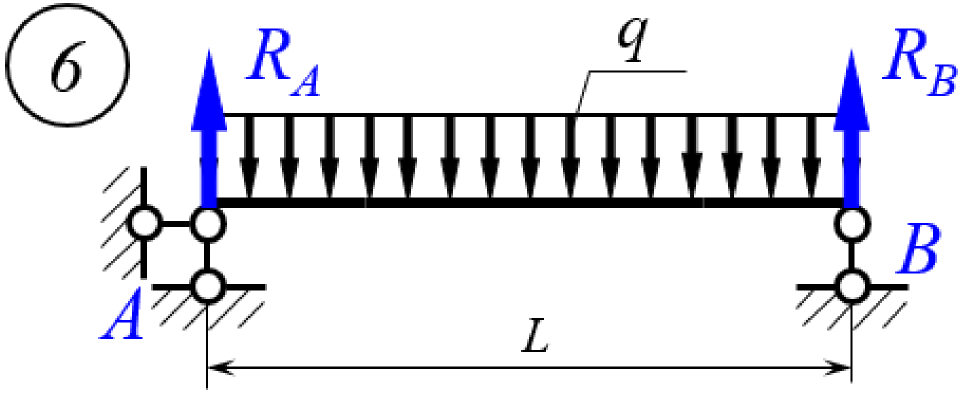
$$M_{1(x_1=0)} = 0 \quad M_{1(x_1=\frac{L}{2})} = -\frac{m}{2}$$

$$Q_{2(x_2=0)} = -\frac{m}{L} \quad Q_{2(x_2=\frac{L}{2})} = -\frac{m}{L}$$

$$M_{2(x_2=0)} = 0$$

$$M_{2(x_2=\frac{L}{2})} = \frac{m}{2}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



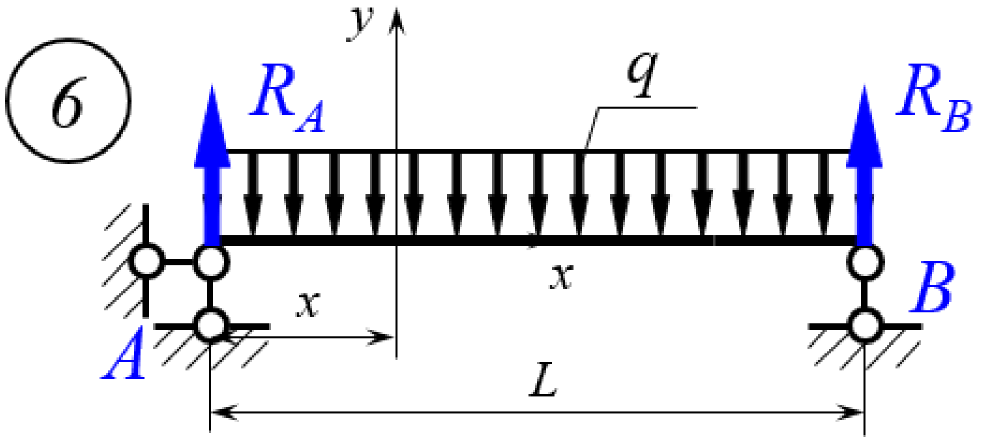
Определяем опорные реакции:

$$\sum M_A = qL\frac{L}{2} - R_B L = 0$$

$$R_B = \frac{qL}{2}$$

$$\sum M_B = R_A L - qL\frac{L}{2} = 0 \qquad R_A = \frac{qL}{2}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



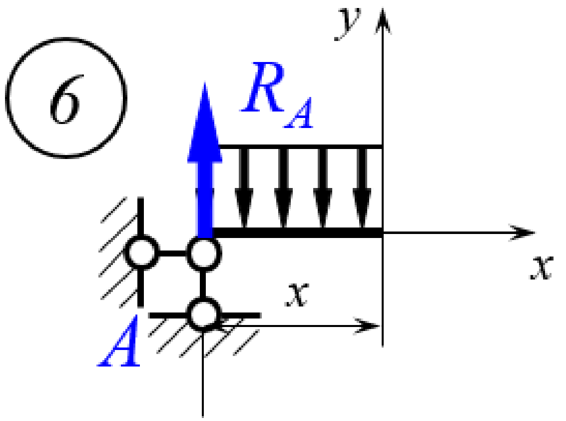
Рассмотрим 1 участок и запишем для него уравнения Q и M:

$$0 \le x \le L$$

$$Q = R_A - qx = \frac{qL}{2} - qx$$

$$Q_{(x=0)} = \frac{qL}{2} \qquad Q_{(x=L)} = -\frac{qL}{2}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



Рассмотрим 1 участок и запишем для него уравнения Q и M:

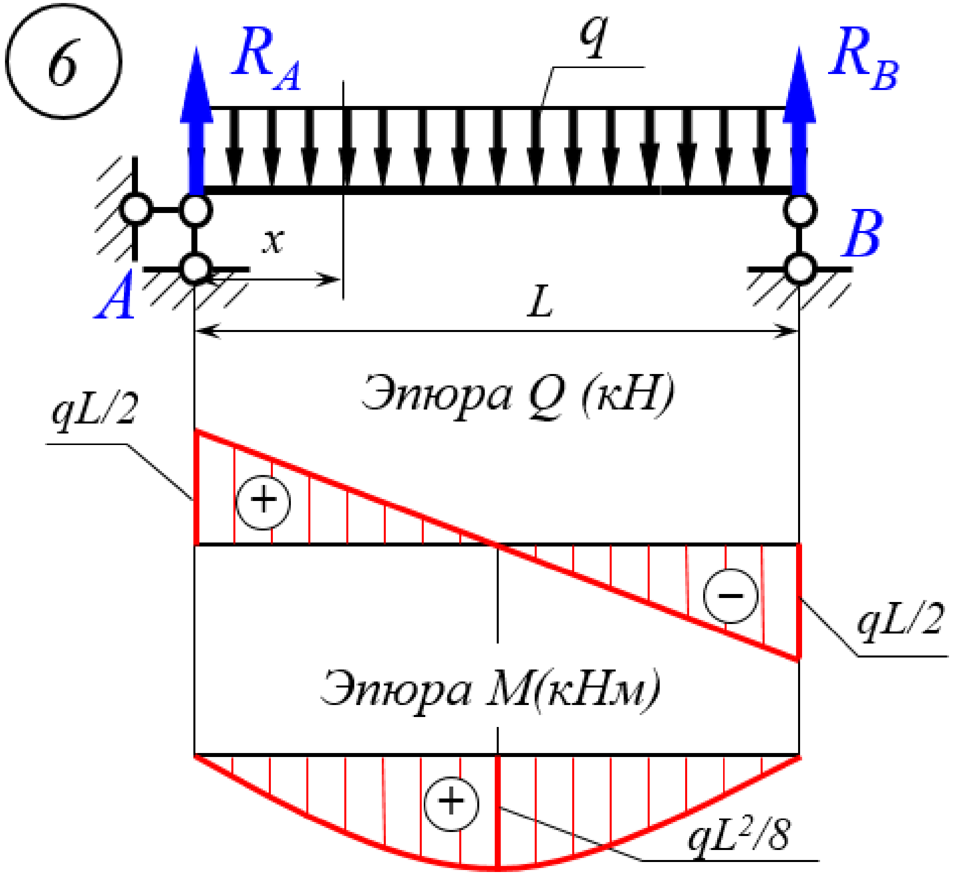
$$0 \le x \le L$$

$$M = R_A x - qx\frac{x}{2} = \frac{qL}{2}x - q\frac{x^2}{2}$$

$$M_{(x=0)} = 0 \qquad M_{(x=L)} = 0$$

$$M_{\left(x=\frac{L}{2}\right)} = \frac{qL}{2}\frac{L}{2} - q\frac{L^2}{4\cdot 2} = \frac{qL^2}{8}$$

Внутренние усилия при изгибе простейших балок



$$Q_{(x=0)} = \frac{qL}{2}$$

$$Q_{(x=L)} = -\frac{qL}{2}$$

$$M_{(x=0)} = 0$$

$$M_{(x=L)} = 0$$

$$M_{\left(x=\frac{L}{2}\right)} = \frac{qL^2}{8}$$

Теорема Д.И. Журавского

Дмитрий Иванович Журавский

1. *Первая производная от поперечной силы в каком-либо сечении балки по его абсциссе есть интенсивность распределенной нагрузки в этом же поперечном сечении.*

$$q = \frac{dQ}{dx}$$

Теорема Д.И. Журавского

Дмитрий Иванович Журавский

2. *Первая производная от изгибающего момента в каком-либо сечении балки по его абсциссе есть поперечная сила в этом же сечении.*

$$Q = \frac{dM}{dx}$$

Теорема Д.И. Журавского

Дмитрий Иванович Журавский

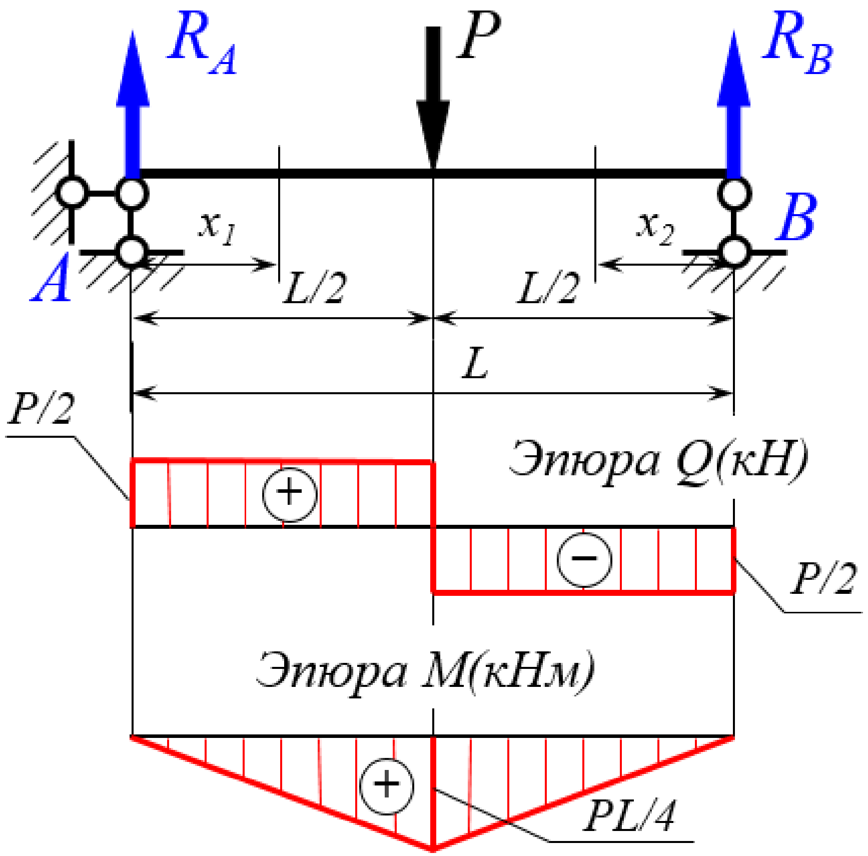
Сравнивая две формулы, получим:

3. *Т.е. вторая производная от изгибающего момента в каком-либо сечении балки по его абсциссе есть интенсивность распределенной нагрузки в этом же сечении.*

$$q = \frac{d^2 M}{d}$$

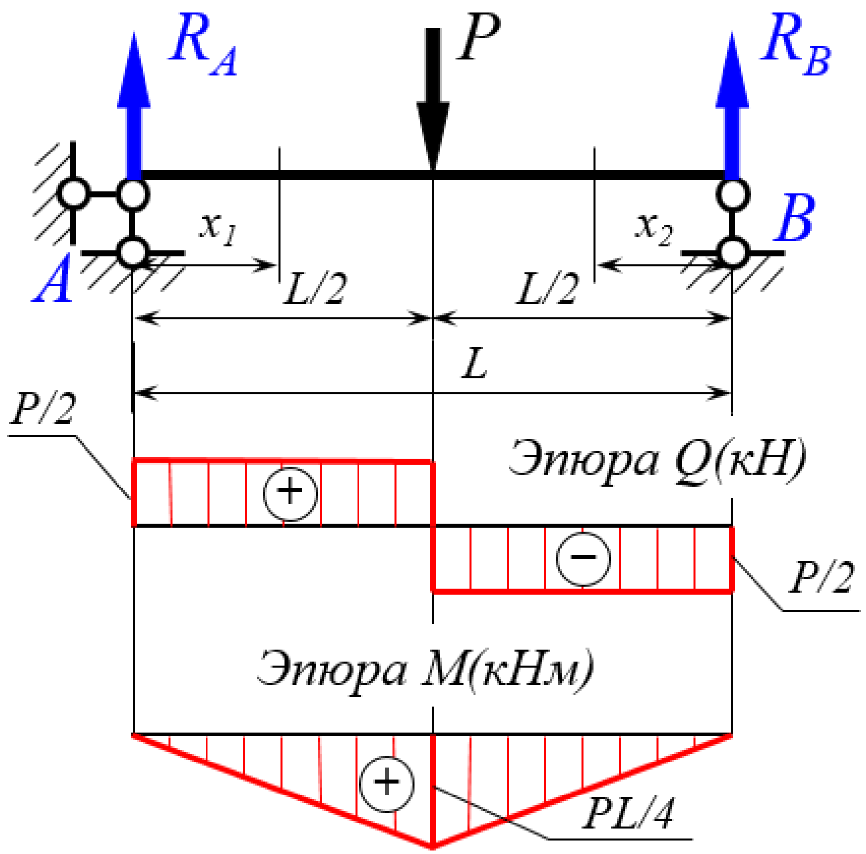
Следствия теоремы Д.И. Журавского

1. *Если на каком-либо участке балки поперечная сила положительна, то изгибающий момент на данном участке возрастает. Если поперечная сила отрицательна, то изгибающий момент убывает.*



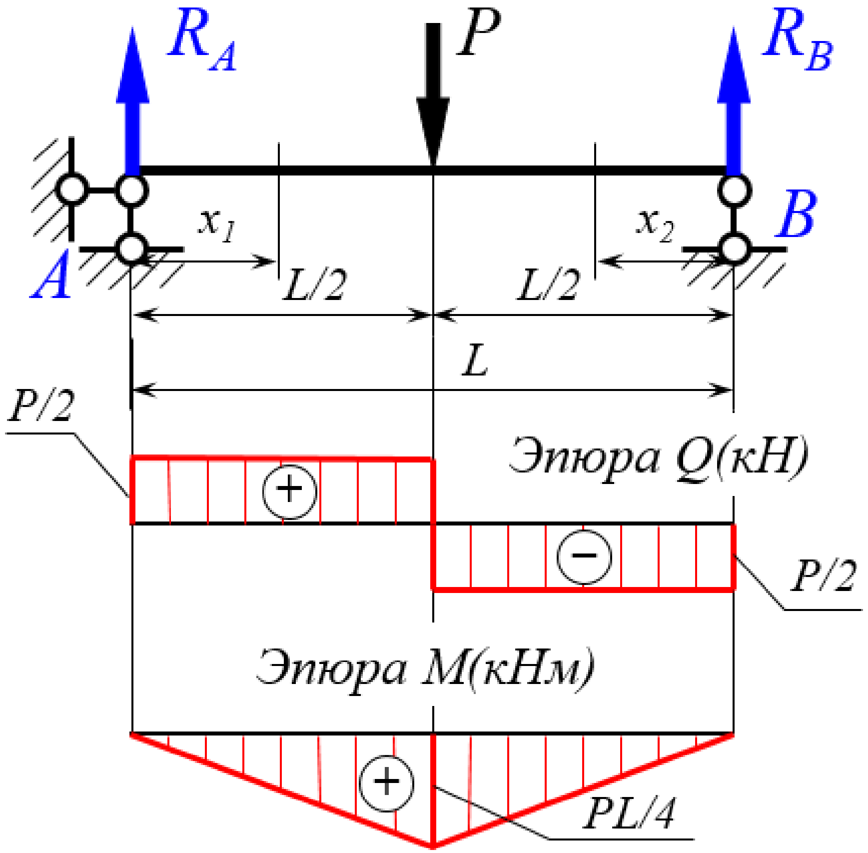
Следствия теоремы Д.И. Журавского

2. *Если в какой-либо точке балки приложена сосредоточенная сила, то на эпюре Q в данной точке должен быть скачок на величину силы в направлении действия силы при движении по балке слева направо.*



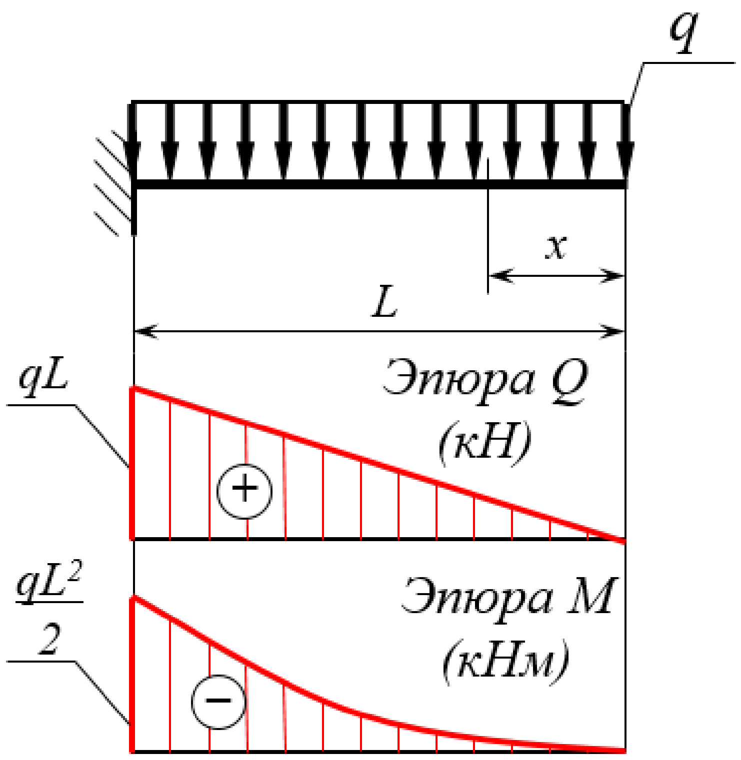
Следствия теоремы Д.И. Журавского

3. *Если на каком-либо участке балки отсутствует распределенная нагрузка, то эпюра Q постоянна, а эпюра изгибающих моментов ограничена прямой линией.*



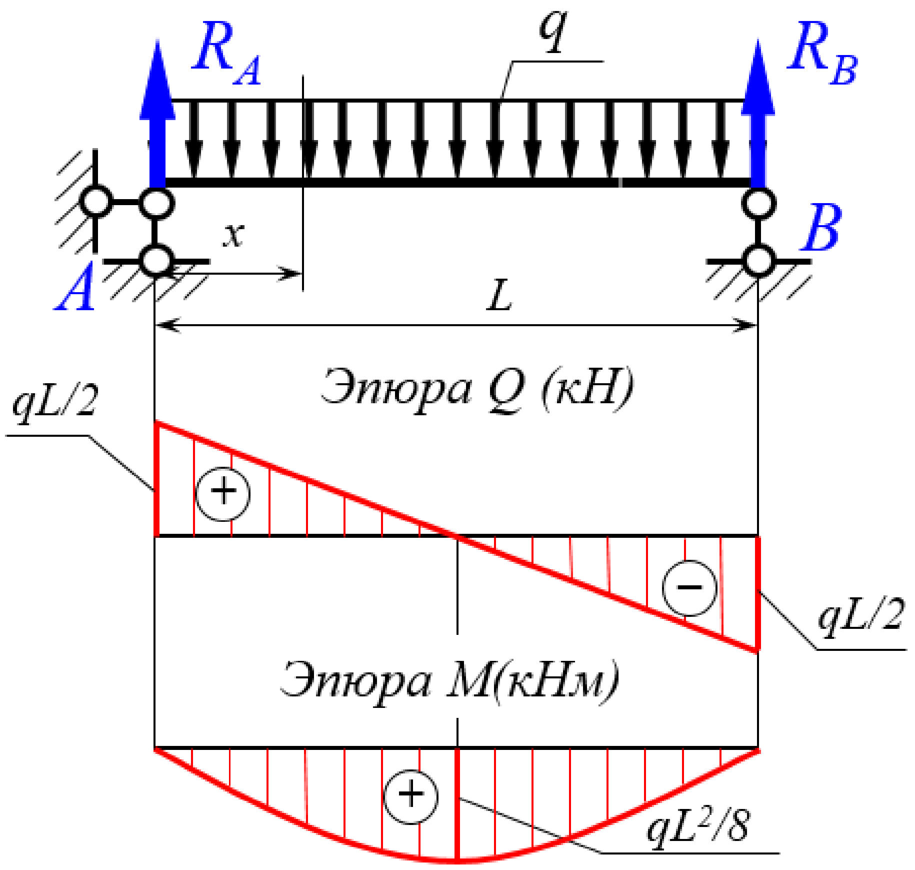
Следствия теоремы Д.И. Журавского

4. *Если на каком-либо участке балки имеется распределенная нагрузка, то эпюра поперечных сил возрастает или убывает в направлении интенсивности, а эпюра изгибающих моментов ограничена квадратной параболой.*



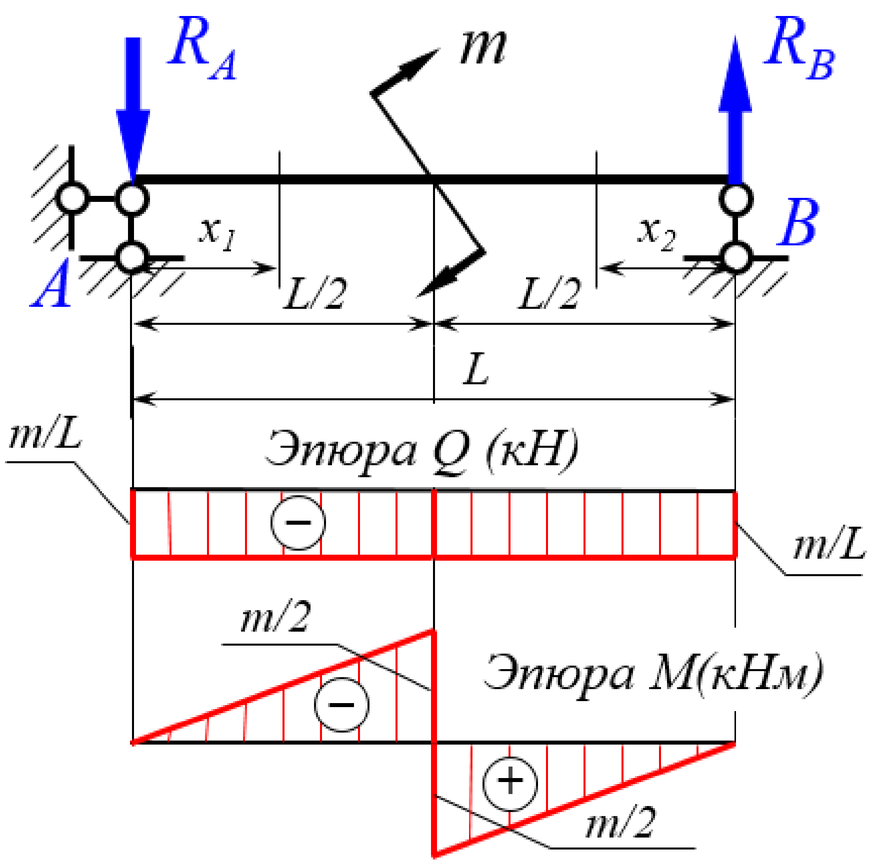
Следствия теоремы Д.И. Журавского

5. *Если на каком-либо участке балки эпюра Q меняет свой знак на противоположный и есть точка, в которой Q=0, то на эпюре моментов в данной точке будет точка экстремума.*



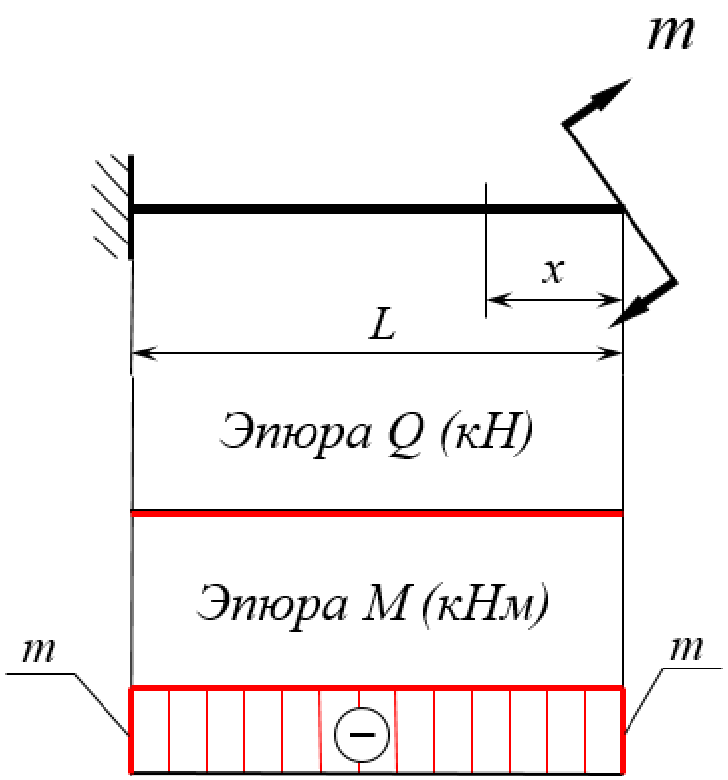
Следствия теоремы Д.И. Журавского

6. *Если в какой-либо точке балки приложен сосредоточенный момент, то на эпюре изгибающих моментов в данной точке должен быть скачок на величину данного момента.*



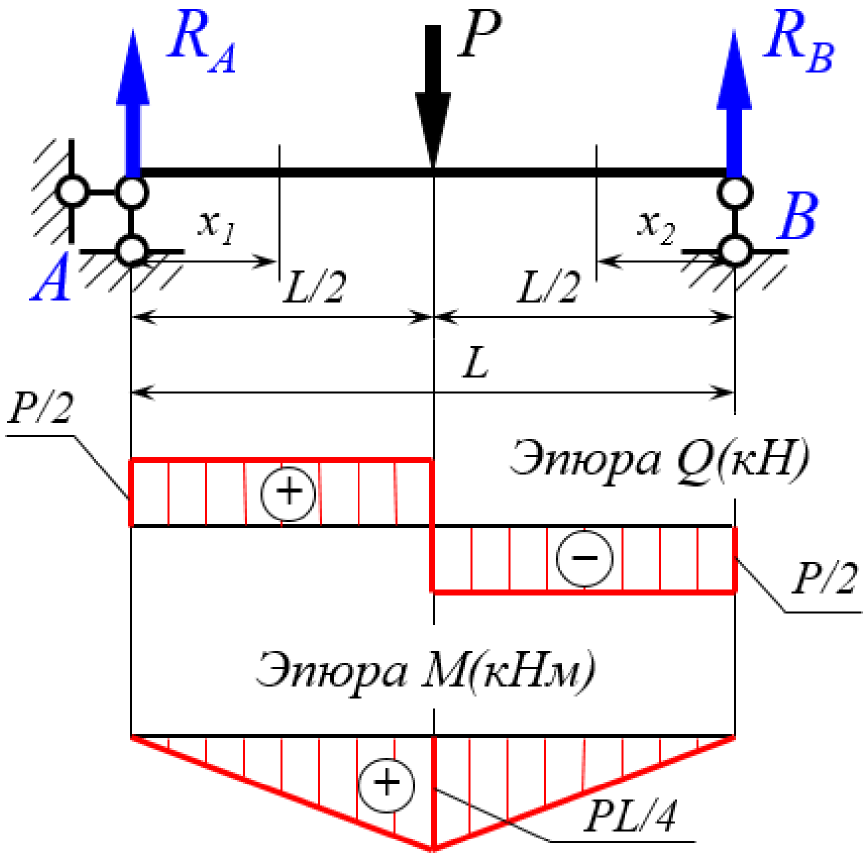
Следствия теоремы Д.И. Журавского

7. *Если на каком-либо участке балки поперечная сила равна нулю, то изгибающий момент на данном участке имеет постоянное значение.*



Следствия теоремы Д.И. Журавского

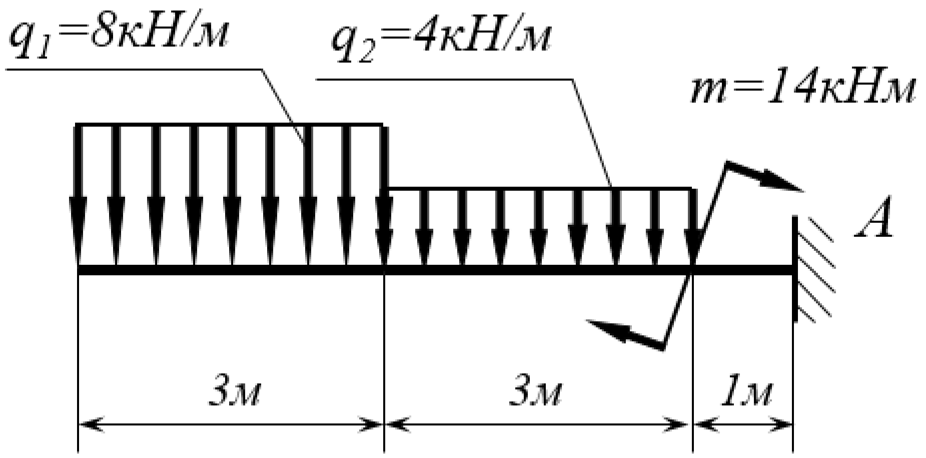
8. *Если на крайней опоре или на конце консоли нет приложенного сосредоточенного момента, то изгибающий момент данной точки равен нулю.*



Следствия теоремы Д.И. Журавского

9. *Если на каком-либо участке балки действует распределенная нагрузка по закону треугольника, то эпюра поперечных сил на данном участке будет ограничена квадратной параболой, а эпюра моментов – кубической.*

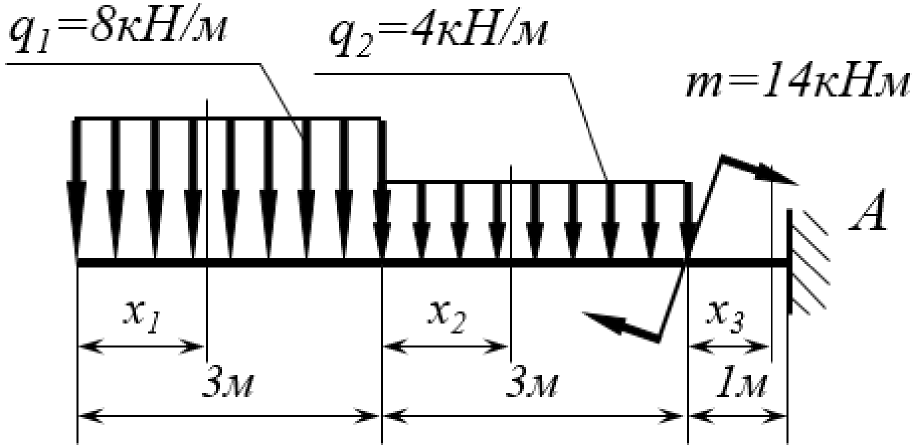
Пример 1



Для заданной консольной балки требуется:

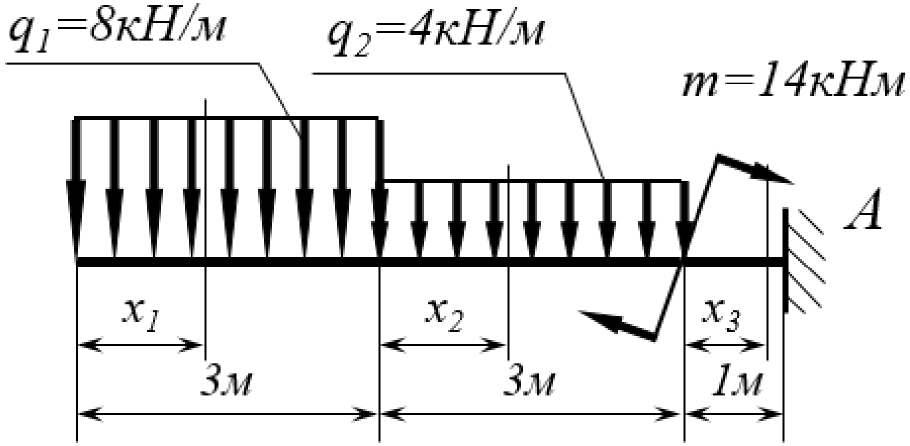
1. *Построить эпюры внутренних усилий M и Q;*
2. *Подобрать исходя из условия прочности по нормальным напряжениям, круглое поперечное сечение. Нормативное сопротивление изгибу R=100 МПа*

Пример 1



При определении внутренних усилий в консольной балке сечения принимаются со свободного конца балки, поэтому определять опорные реакции в ней необязательно. Определяем количество участков и указываем их положение на балке.

Пример 1

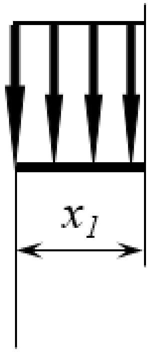


Рассмотрим 1 участок и определим на нем внутренние усилия:

$0 \le x_1 \le 3м$ $\qquad$ $Q_1 = -q_1 x_1 = -8x_1$

$$Q_{1(x_1=0)} = -8 \cdot 0 = 0 \qquad Q_{1(x_1=3\,м)} = -8 \cdot 3 = -24кН$$

Пример 1

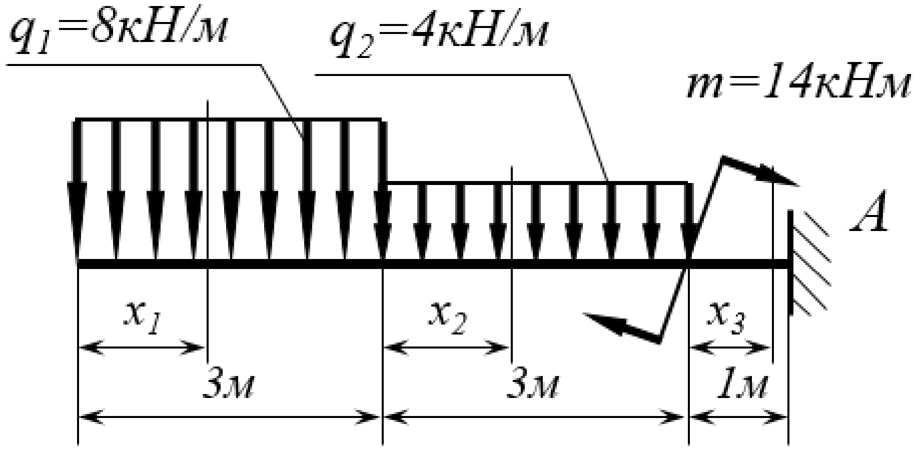


Рассмотрим 1 участок и определим на нем внутренние усилия:

$0 \le x_1 \le 3м$ $$M_1 = -q_1 x_1 \frac{x_1}{2} = -4x_1^2$$

$$M_{1(x_1=0)} = -4 \cdot 0^2 = 0 \qquad M_{1(x_1=3\,м)} = -4 \cdot 3^2 = -36кНм$$

Пример 1

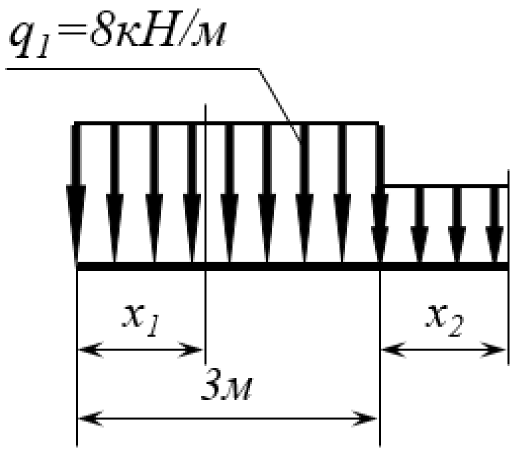


Рассмотрим 2 участок и определим на нем внутренние усилия:

$0 \leq x_2 \leq 3м$ $$Q_2 = -3q_1 - q_2 x_2 = -24 - 4x_2$$

$$Q_{2(x_2=0)} = -24 - 4 \cdot 0 = -24кН \qquad Q_{2(x_2=3м)} = -24 - 4 \cdot 3 = -36кН$$

Пример 1



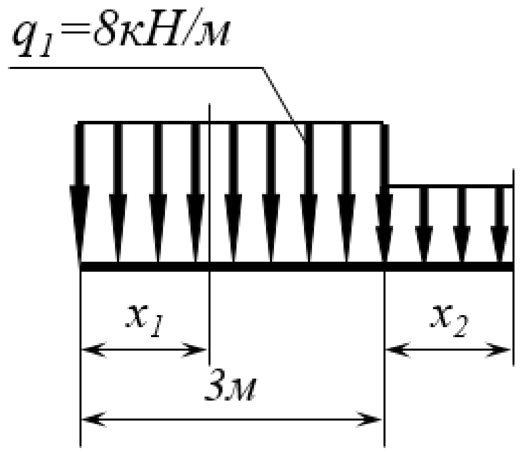
Рассмотрим 2 участок и определим на нем внутренние усилия:

$0 \le x_2 \le 3м$

$$M_2 = -3q_1(1{,}5 + x_2) - q_2 x_2 \frac{x_2}{2}$$

$$M_2 = -36 - 24x_2 - 2x_2^2$$

Пример 1

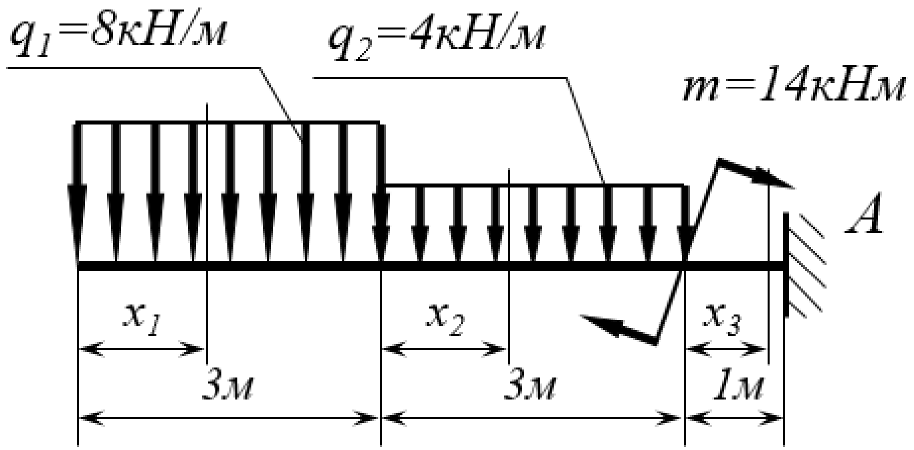


Рассмотрим 2 участок и определим на нем внутренние усилия:

$0 \le x_2 \le 3м$ $$M_{2(x_2=0)} = -36 - 24 \cdot 0 - 2 \cdot 0^2 = -36кНм$$

$$M_{2(x_2=3м)} = -36 - 24 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 = -126кНм$$

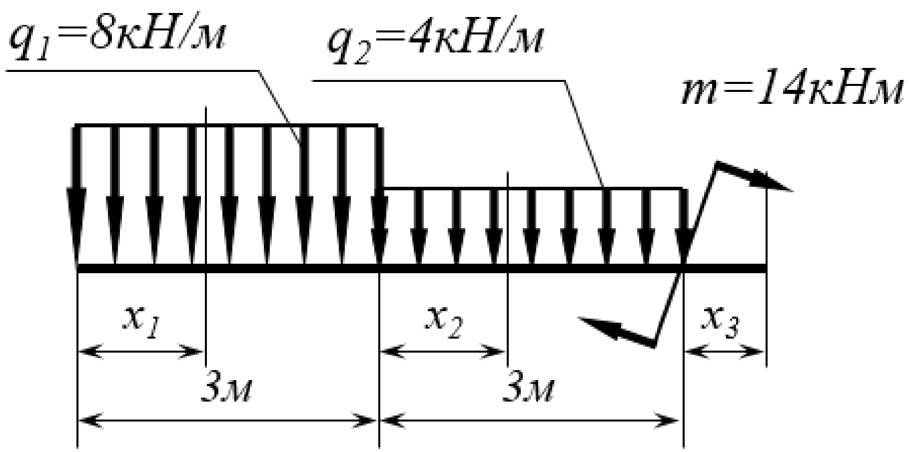
Пример 1



Рассмотрим 3 участок и определим на нем внутренние усилия:

$0 \le x_3 \le 1м$ $\qquad Q_3 = -3q_1 - 3q_2 = -24 - 12 = -36кН$

Пример 1



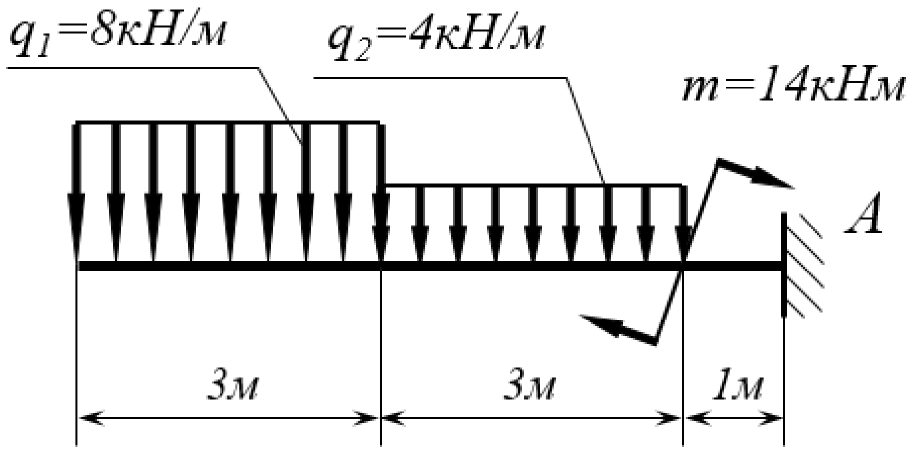
Рассмотрим 3 участок и определим на нем внутренние усилия:

$0 \le x_3 \le 1м$

$$M_3 = -3q_1(4{,}5 + x_3) - 3q_2(1{,}5 + x_3) + m$$

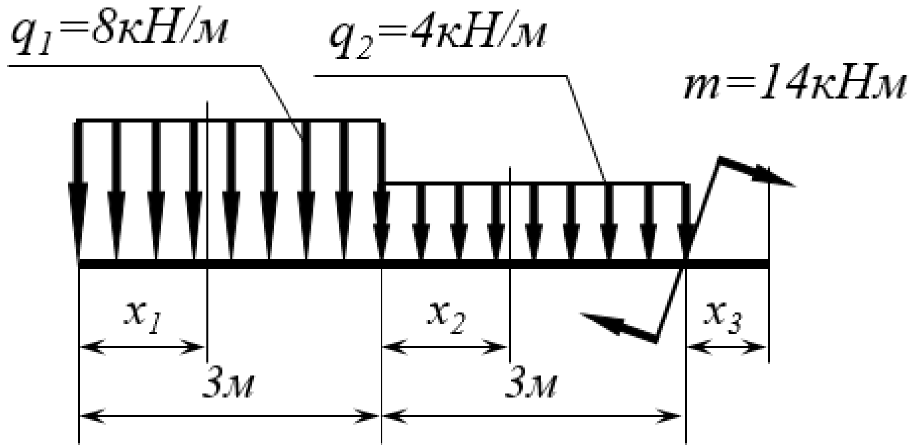
$$M_3 = -112 - 36x_3$$

Пример 1



По полученным данным строим эпюры внутренних усилий M и Q.

Пример 1



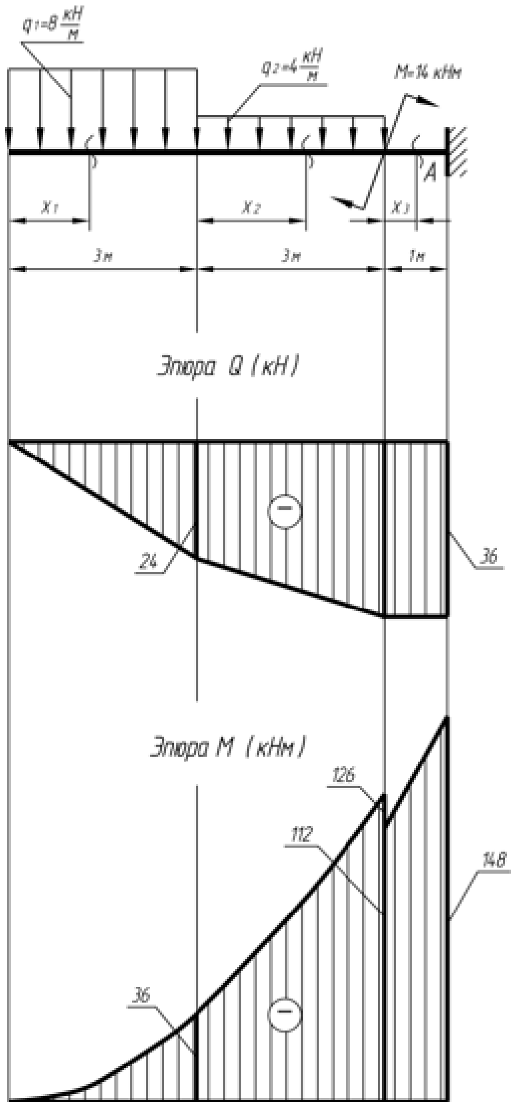
Рассмотрим 3 участок и определим на нем внутренние усилия:

$0 \le x_3 \le 1м$

$$M_{3(x_3=0)} = -112 - 36 \cdot 0 = -112 кНм$$

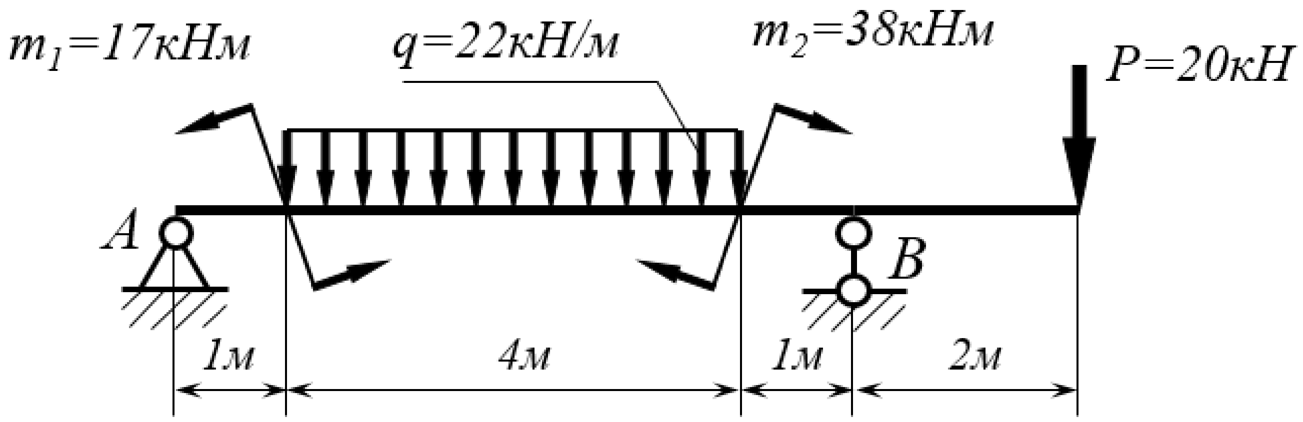
$$M_{3(x_3=0)} = -112 - 36 \cdot 1 = -148 кНм$$

Пример 1



По полученным данным строим эпюры М и Q.

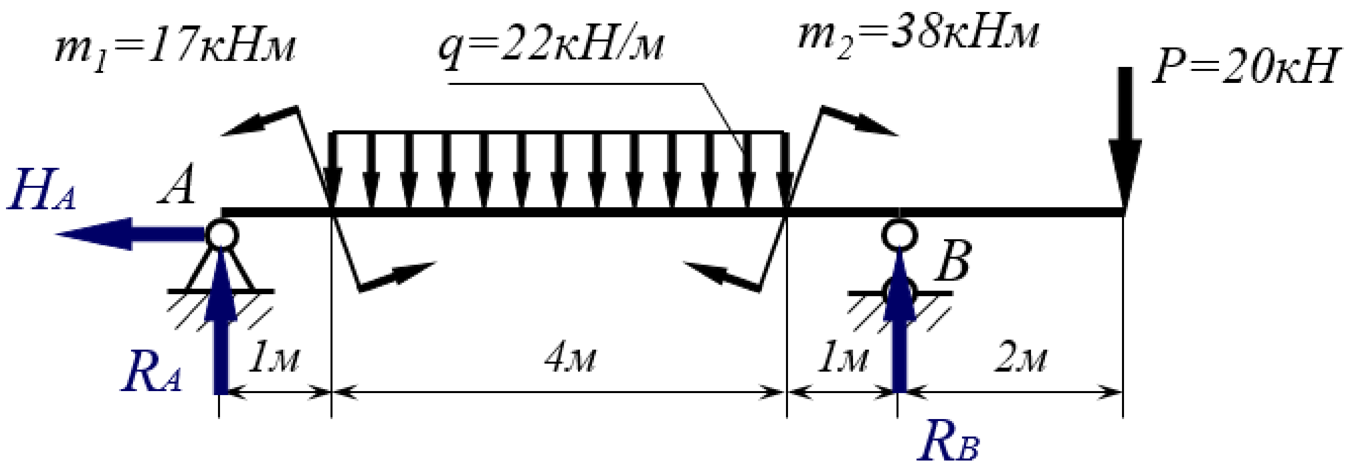
Пример 2



Для заданной балки требуется:

1. *Построить эпюры внутренних усилий M и Q;*
2. *Подобрать исходя из условия прочности по нормальным напряжениям, прямоугольное поперечное сечение (b/h=1/2). Нормативное сопротивление изгибу R=120 МПа*

Пример 2



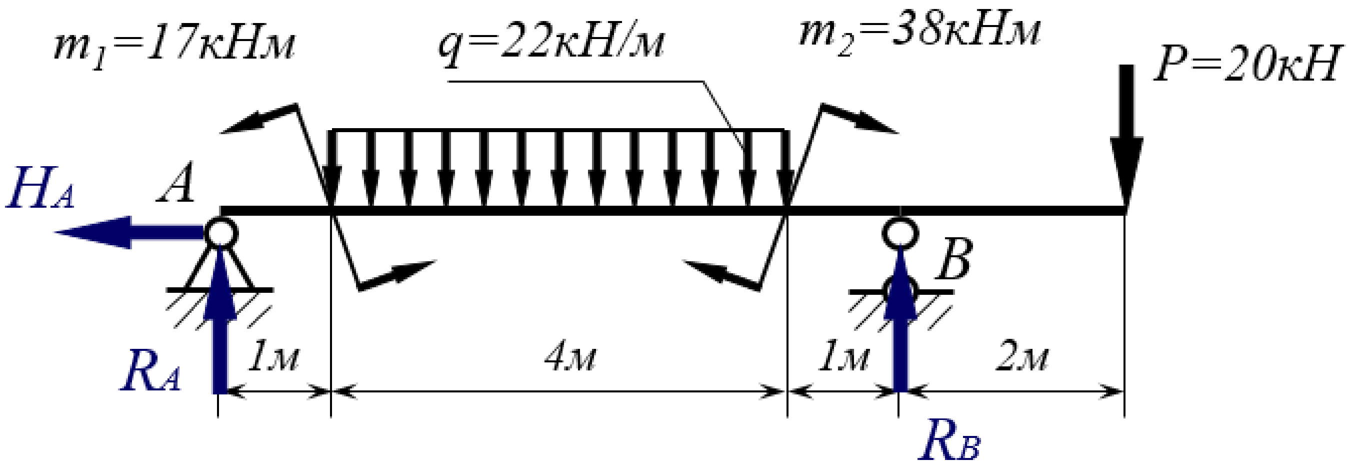
1. Определяем опорные реакции.

$$\sum X = -H_A = 0$$

$$H_A = 0$$

$$\sum M_A = -M_1 + M_2 + q \cdot 4 \cdot (1 + \frac{4}{2}) - R_B \cdot 6 + P \cdot 8 = 0$$

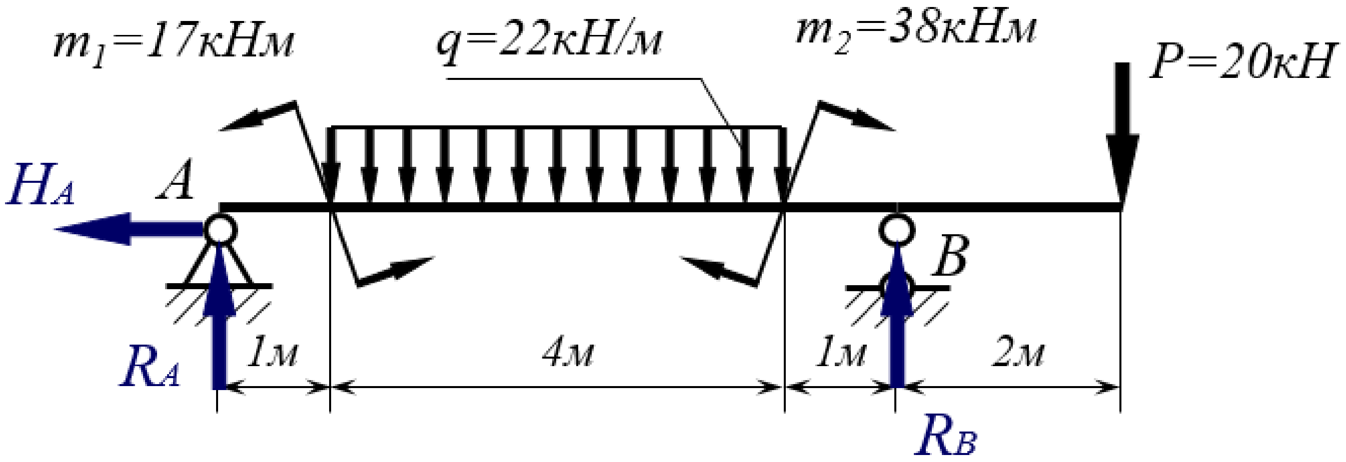
Пример 2



1. Определяем опорные реакции.

$$\boldsymbol{R}_{в} = \frac{-\boldsymbol{M} + \boldsymbol{M} - \boldsymbol{q} \times 4\left(1 + \frac{4}{2}\right) + \boldsymbol{P} \times 8}{6} = 74{,}167 \text{ к}\boldsymbol{H}$$

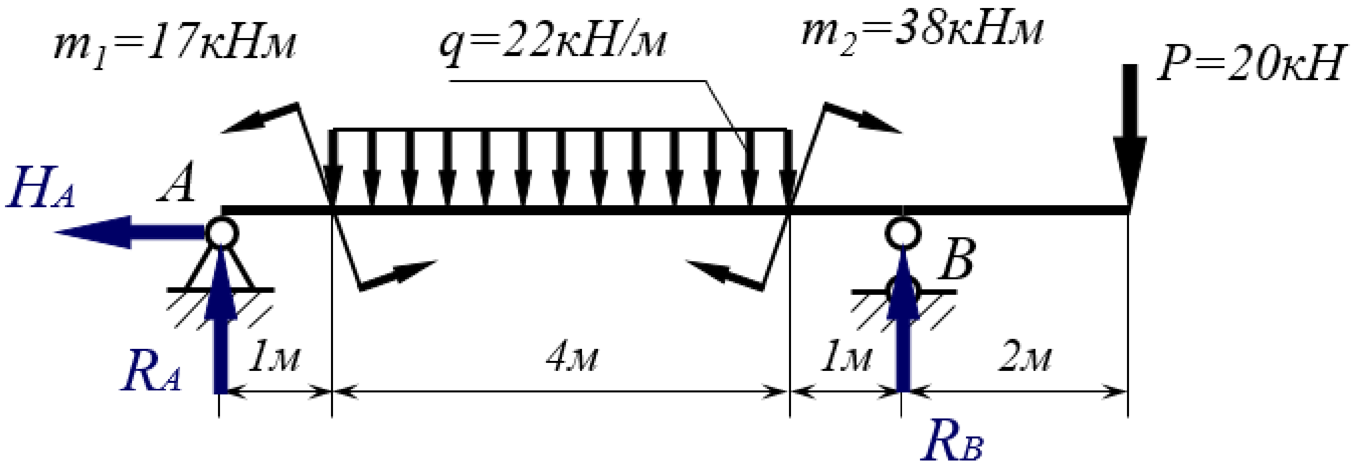
Пример 2



1. Определяем опорные реакции.

$$\sum M_B = -M_1 + M_2 - q \cdot 4 \cdot (1 + \frac{4}{2}) + R_A \cdot 6 + P \cdot 2 = 0$$

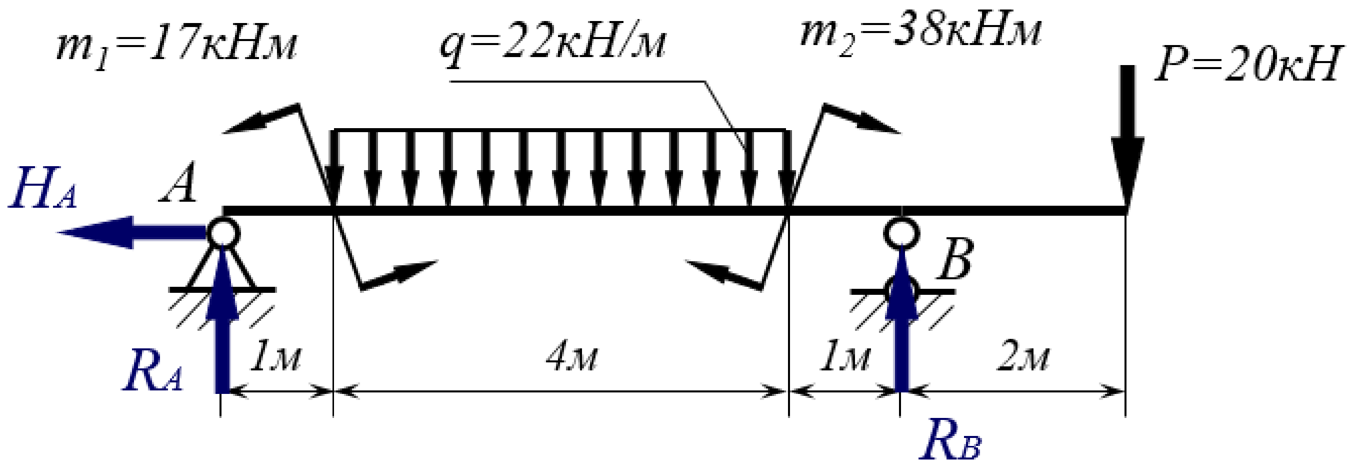
Пример 2



1. Определяем опорные реакции.

$$\boldsymbol{R_A} = \frac{\boldsymbol{M}_1 - \boldsymbol{M}_2 - \boldsymbol{q} \times 4\left(1 + \frac{4}{2}\right) - \boldsymbol{P} \times 2}{6} = 33{,}833\ \text{к}\boldsymbol{H}$$

Пример 2



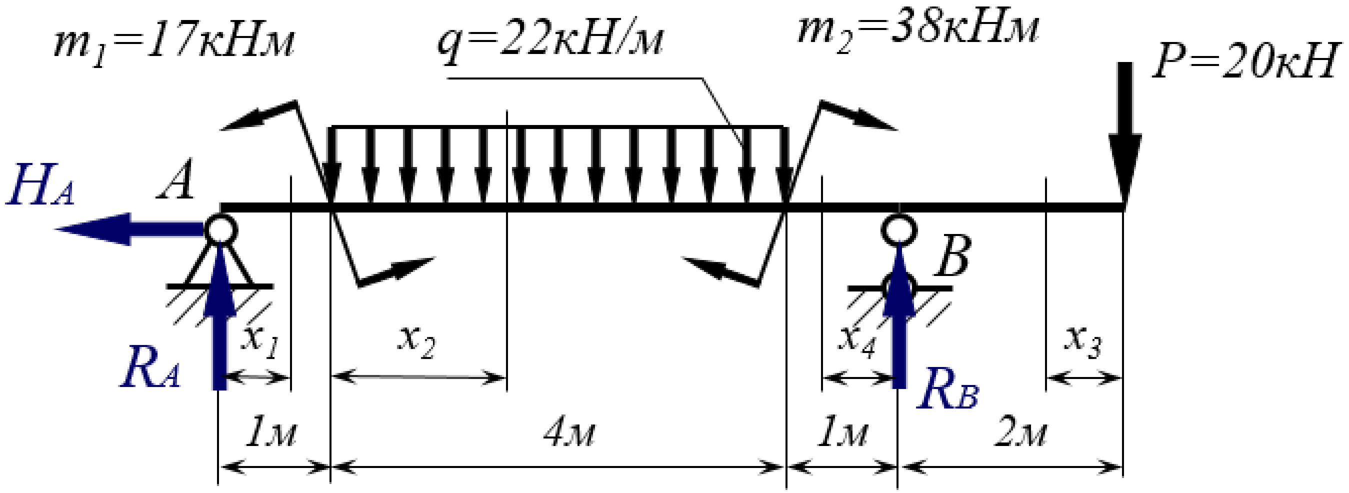
2. Выполняем проверку правильности определения опорных реакций. Составляем уравнение равновесия .

$$\sum Y = R_A - q \cdot 4 + R_B - P = 0$$

$$33{,}833 - 22 \cdot 4 + 74{,}167 - 20 = 0$$

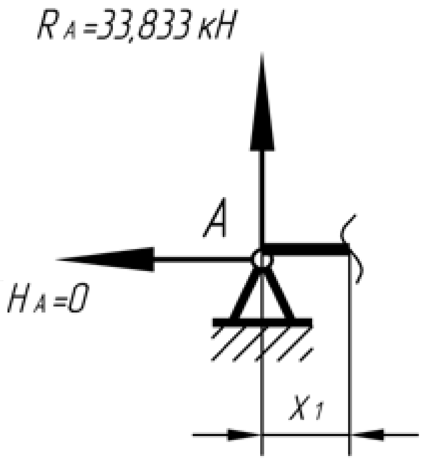
$$0 = 0$$

Пример 2



3. Определяем количество участков и указываем их положение на балке .

Пример 2



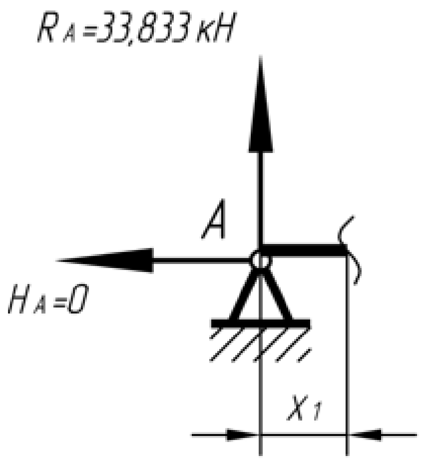
4. Рассмотрим 1 участок и определим на нем внутренние усилия.

$0 \leq x_1 \leq 1м$

$$Q_1 = R_A = 33{,}833 кН$$

$$M_1 = R_A \cdot x_1 = 33{,}833 \cdot x_1$$

Пример 2



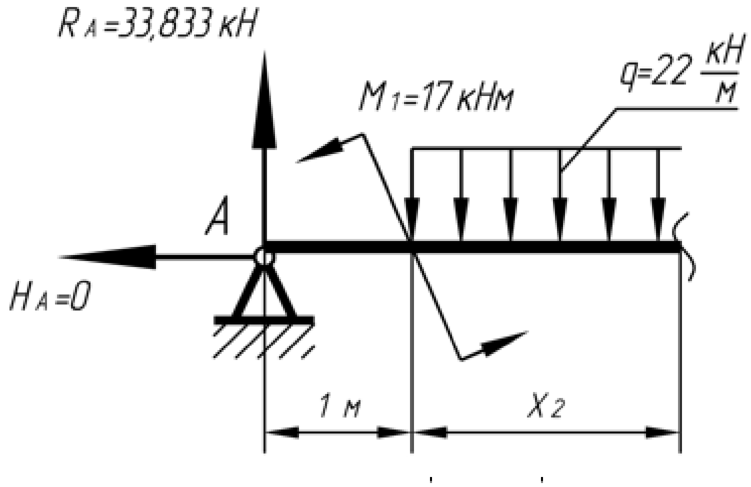
4. Рассмотрим 1 участок и определим на нем внутренние усилия.

$$0 \le x_1 \le 1м$$

$$M_{1(x_1=0)} = 33{,}833 \cdot 0 = 0$$

$$M_{1(x_1=1м)} = 33{,}833 \cdot 1 = 33{,}83 кНм$$

Пример 2



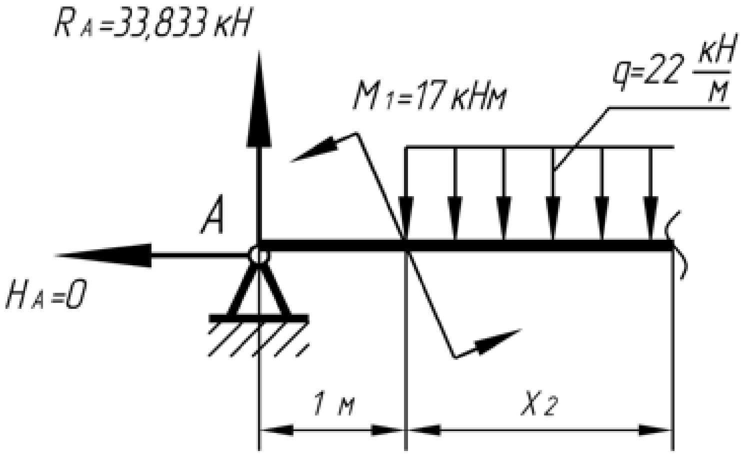
5. Рассмотрим 2 участок и определим на нем внутренние усилия.

$0 \leq x_2 \leq 4м$ $\qquad Q_2 = R_A - q \cdot x_2 = 33{,}833 - 22 \cdot x_2$

$$Q_{2(x_2=0)} = 33{,}833 - 22 \times 0 = 33{,}833 \text{ кН}$$

$$Q_{2(x_2=4)} = 33{,}833 - 22 \times 4 = -54{,}167 \text{ кН}$$

Пример 2

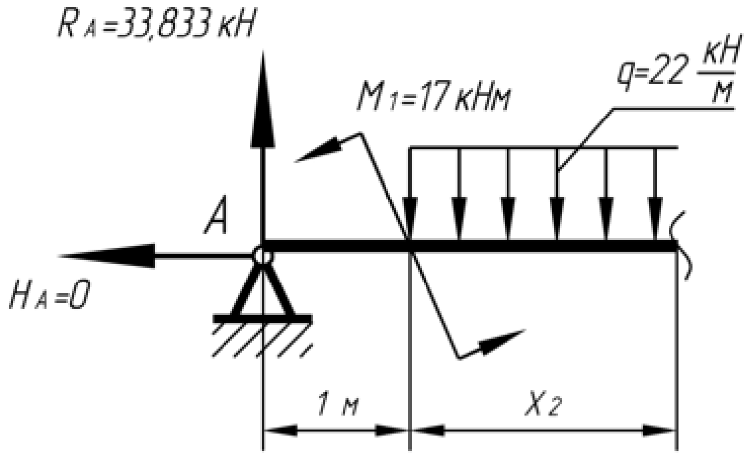


5. Рассмотрим 2 участок и определим на нем внутренние усилия.

$$0 \le x_2 \le 4м \qquad Q_2 = 33{,}833 - 22 \cdot x_{02} = 0$$

$$22 \cdot x_{02} = 33{,}833 \qquad x_{02} = \frac{33{,}833}{22} = 1{,}54м$$

Пример 2

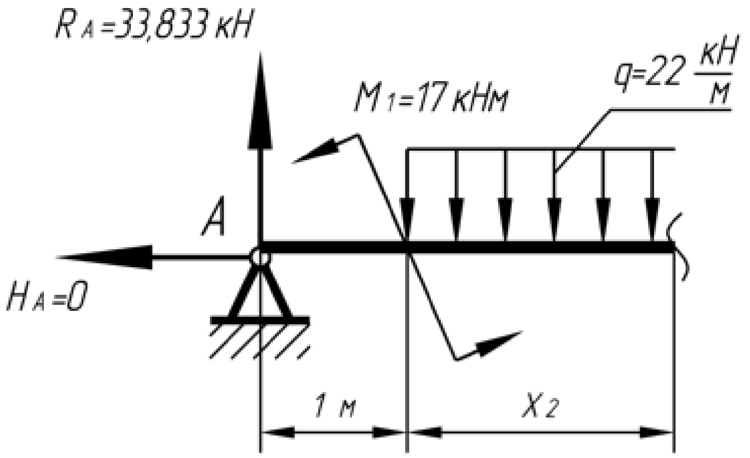


5. Рассмотрим 2 участок и определим на нем внутренние усилия.

$$0 \le x_2 \le 4м$$

$$M_2 = R_A \cdot (1 + x_2) - M_1 - q \cdot \frac{x_2^2}{2} = 16{,}833 + 33{,}833 \cdot x_2 - 11 \cdot x_2^2$$

Пример 2



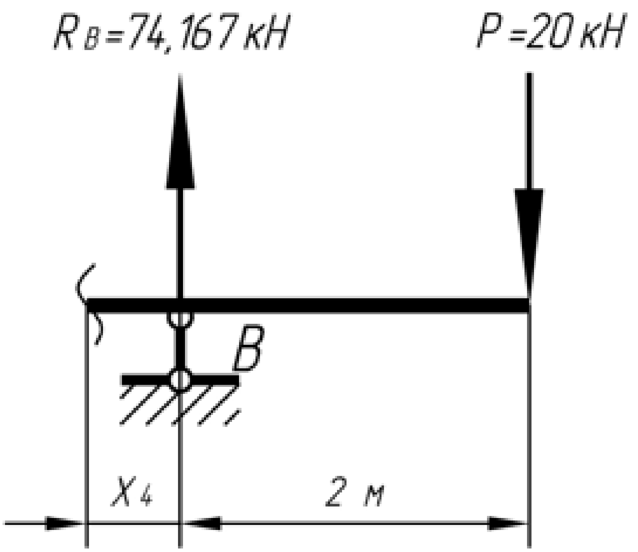
5. Рассмотрим 2 участок и определим на нем внутренние усилия.

$0 \le x_2 \le 4м$ $\quad M_2 = 16{,}833 + 33{,}833 \cdot x_2 - 11 \cdot x_2^2$

$$\boldsymbol{M_{2(x_2=0)} = 16,833 + 33,833 \times 0 - 11 \times 0^2 = 16,833\ кНм}$$

$$\boldsymbol{M_{2(x_2=4)} = 16,833 + 33,833 \times 4 - 11 \times 4^2 = \text{-}23,835\ кНм}$$

Пример 2



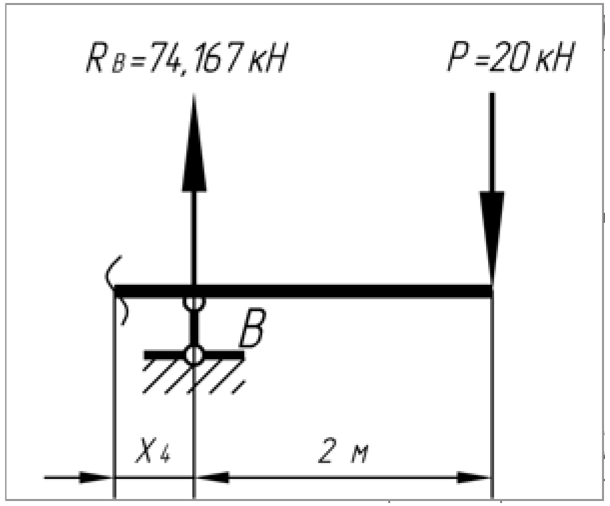
6. Рассмотрим 3 участок и определим на нем внутренние усилия.

$0 \le x_3 \le 2м$ $\qquad Q_3 = P = 20кН$

$$M_3 = -P \cdot x_3 = -20 \cdot x_3 \qquad M_{3(x_3=0)} = -20 \cdot 0 = 0$$

$$M_{3(x_3=2м)} = -20 \cdot 2 = -40кНм$$

Пример 2

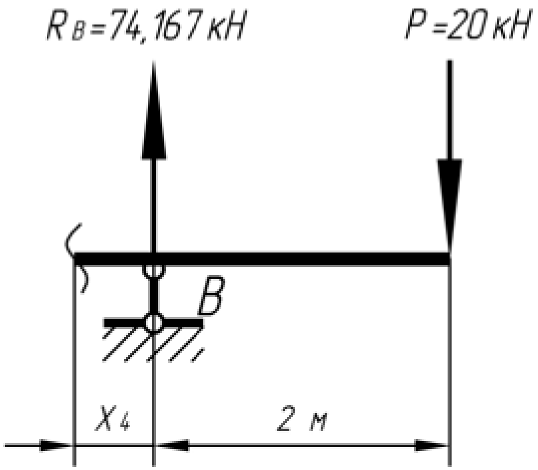


7. Рассмотрим 4 участок и определим на нем внутренние усилия.

$0 \le x_4 \le 1м$ $$Q_4 = P - R_B = 20 - 74{,}167 = -54{,}167кН$$

$$M_4 = -P \cdot (2 + x_4) + R_B \cdot x_4 = -40 + 54{,}167 \cdot x_4$$

Пример 2



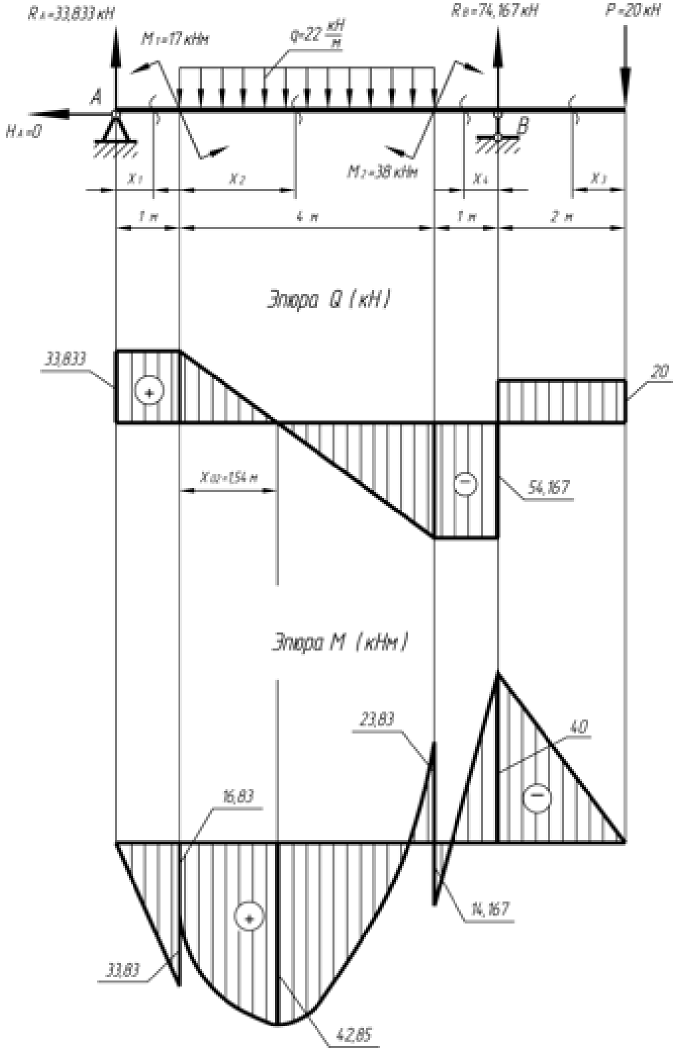
7. Рассмотрим 4 участок и определим на нем внутренние усилия.

$0 \le x_4 \le 1м$

$$M_{4(x_4=0)} = -40 + 54{,}167 \cdot 0 = -40кНм$$

$$M_{4(x_4=1м)} = -40 + 54{,}167 \cdot 1 = 14{,}83кНм$$

Пример 2



По полученным данным строим эпюры М и Q.

Пример 2

Подбираем круглое поперечное сечение балки.

$$\sigma_{max} = \frac{\text{M}_{max}}{W_{x(\text{н.о.})}} \leq [\sigma],$$

$$\sigma_{max} = [\sigma] = 140 \text{ МПа} \text{ , } M_{max} = 42{,}85 \text{ кНм}$$

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]},$$

$$W_x = \frac{42{,}85}{140 \times 10^3} = 306 \text{ см}^2$$

Поскольку для круга $\text{W}_\text{x} = 0{,}1 \times \text{d}^3$

$$\boldsymbol{d} = \sqrt[3]{\frac{\boldsymbol{W_x}}{\boldsymbol{0,1}}} \approx \mathbf{13} \text{ см}$$

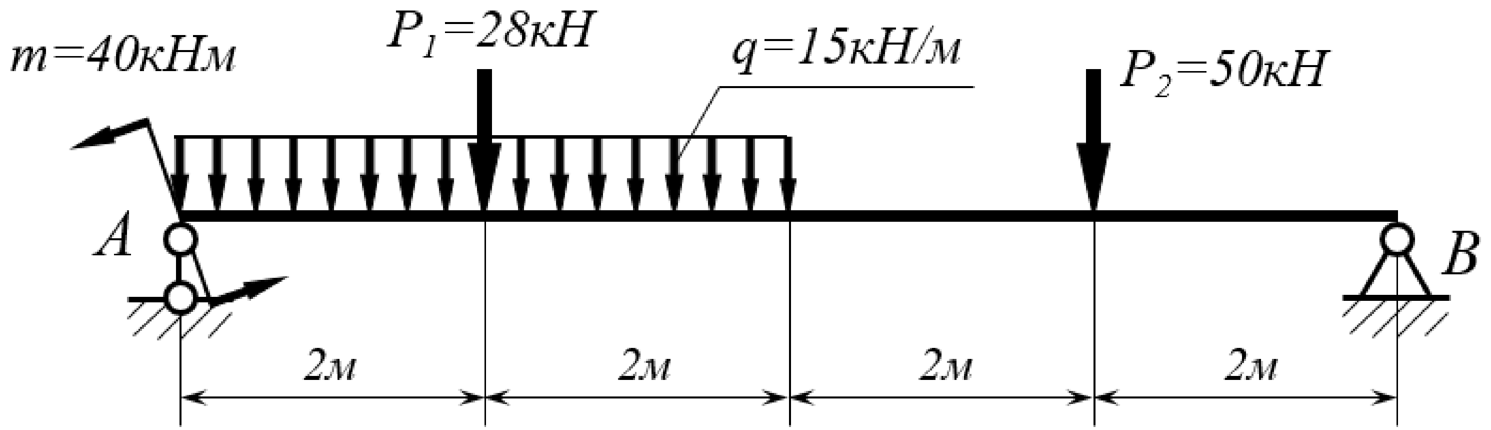
Принимаем стандартный размер d=150 мм

Для прямоугольного сечения $W_x = \frac{b \times h^2}{6}$, отношение для расчета сторон 1 к 2 .

Для трубы расчетная формула $W_x = \frac{\pi \times D^3}{32}(1 - \alpha^4)$,

Где $\alpha = \frac{d}{D}$ см предшествующую лекцию.

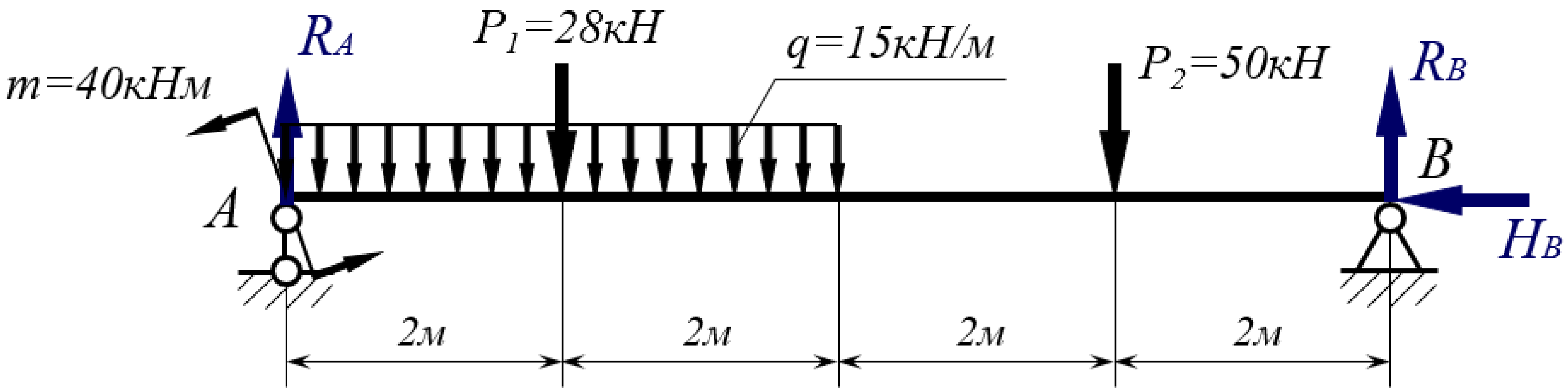
Пример 3



Для заданной балки требуется:

1. *Построить эпюры внутренних усилий M и Q;*
2. *Подобрать исходя из условия прочности по нормальным напряжениям, квадратное поперечное сечение. Нормативное сопротивление изгибу R=120 МПа*

Пример 3



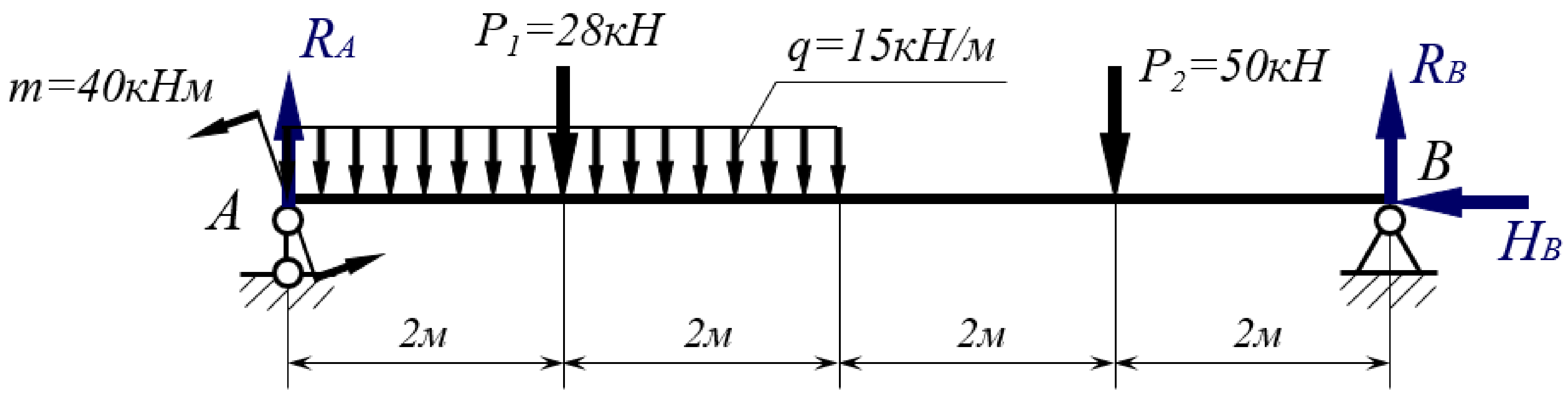
1. Определяем опорные реакции.

$$\sum X = -H_A = 0$$

$$H_A = 0$$

$$\sum M_A = -m + q \cdot 4 \cdot \frac{4}{2} - R_B \cdot 8 + P_1 \cdot 2 + P_2 \cdot 6 = 0$$

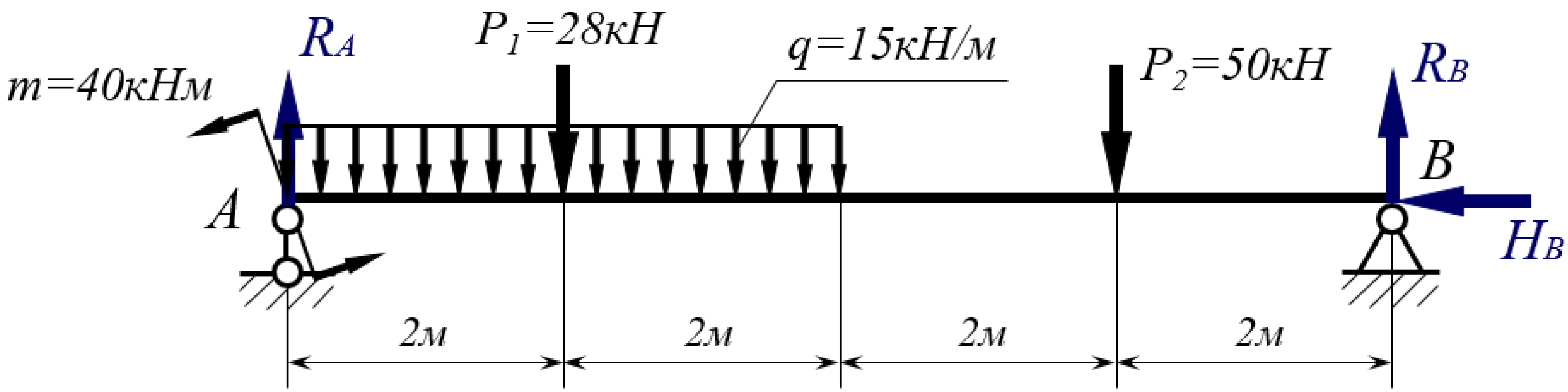
Пример 3



1. Определяем опорные реакции.

$$R_{\text{в}} = \frac{-m + q \times 4 \times \frac{4}{2} + P_1 \times 2 + P_2 \times 6}{8} = 54{,}5\ \text{кН}$$

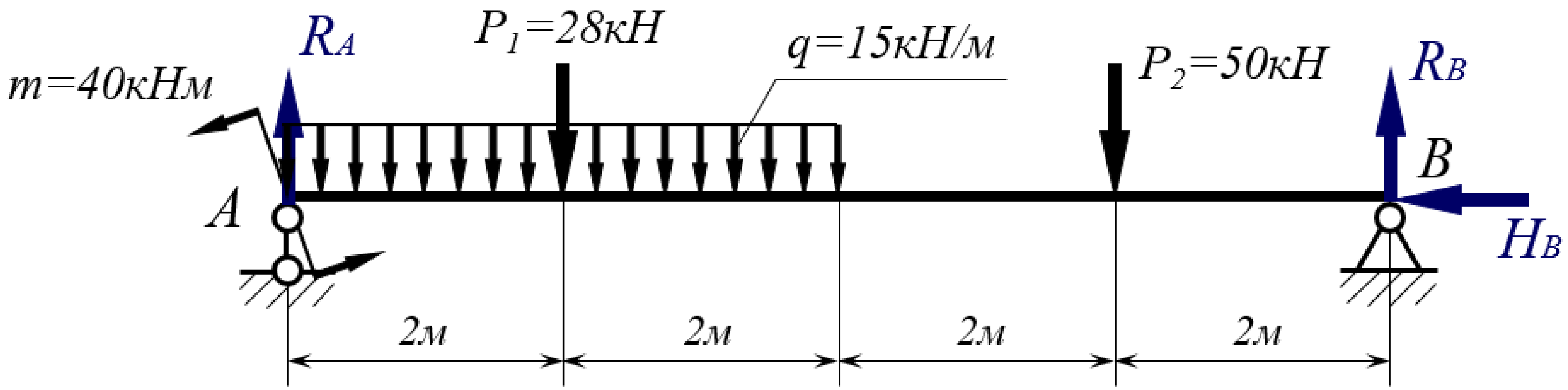
Пример 3



1. Определяем опорные реакции.

$$\sum M_B = -m - q \cdot 4 \cdot (4 + \frac{4}{2}) + R_A \cdot 8 - P_1 \cdot 6 - P_2 \cdot 2 = 0$$

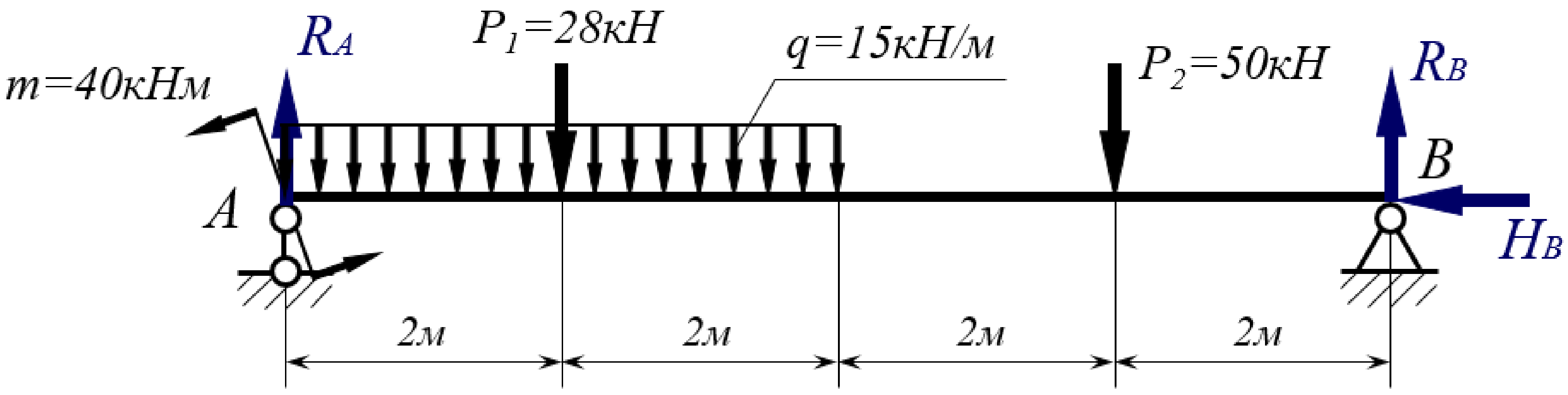
Пример 3



1. Определяем опорные реакции.

$$R_A = \frac{m + q \times 4 \times (4 + \frac{4}{2}) + P_1 \times 6 + P_2 \times 2}{8} = 54{,}5 \text{ кН}$$

Пример 3



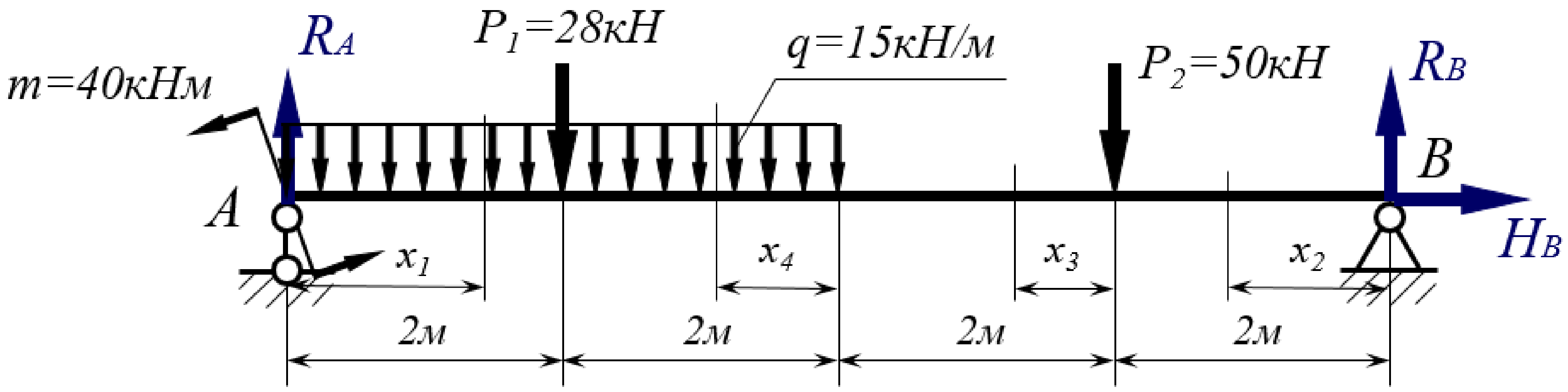
2. Выполняем проверку правильности определения опорных реакций. Составляем уравнение равновесия .

$$\sum Y = R_A - q \cdot 4 + R_B - P_1 - P_2 = 0$$

$$54{,}5 - 15 \cdot 4 + 83{,}5 - 28 - 50 = 0$$

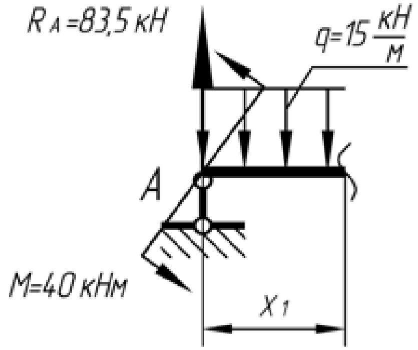
$$0 = 0$$

Пример 3



3. Определяем количество участков и указываем их положение на балке .

Пример 3



4. Рассмотрим 1 участок и определим на нем внутренние усилия.

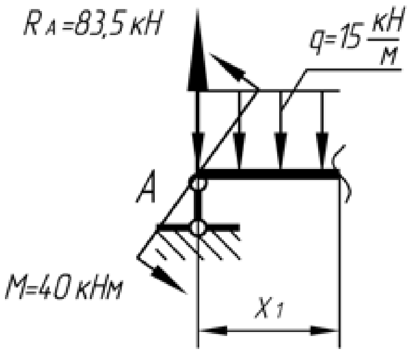
$0 \le x_1 \le 2м$

$$Q_1 = R_A - q \cdot x_1 = 83{,}5 - 15x_1$$

$$Q_{1(x_1=0)} = 83{,}5кН$$

$$Q_{1(x_1=2м)} = 83{,}5 - 15 \cdot 2 = 53{,}5кН$$

Пример 3

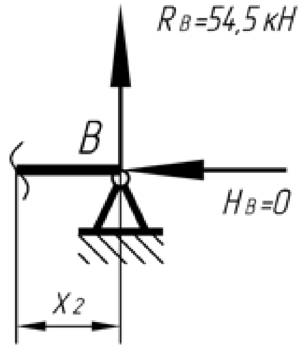


4. Рассмотрим 1 участок и определим на нем внутренние усилия.

$0 \le x_1 \le 2м$ $\qquad M_{1(x_1=0)} = -40кНм$

$$M_1 = -m + R_A \times x_1 - q \times x_1 \times \frac{x_1}{2} = -40 + 83{,}5 \times 2 - 7{,}5 \times \frac{2^2}{2} = 97\ \text{кНм}$$

Пример 3

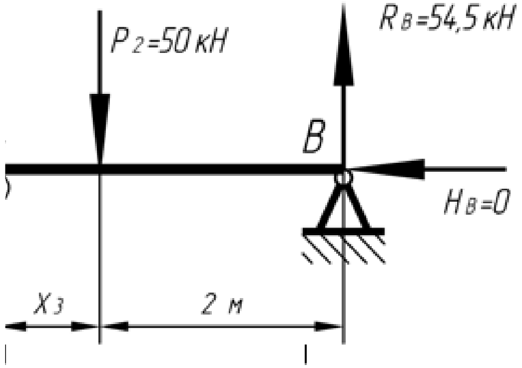


4. Рассмотрим 2 участок и определим на нем внутренние усилия.

$$0 \le x_2 \le 2м \qquad Q_2 = -R_B = 54{,}5кН \qquad M_2 = R_B \cdot x_2 = 54{,}5 \cdot x_2$$

$$M_{2(x_2=0)} = 54{,}5 \cdot 0 = 0 \qquad M_{2(x_2=2\,м)} = 54{,}5 \cdot 2 = 109кНм$$

Пример 3

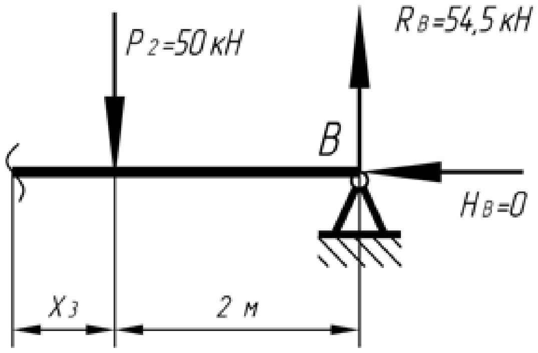


4. Рассмотрим 3 участок и определим на нем внутренние усилия.

$$0 \le x_3 \le 2м \qquad Q_3 = -R_B + P_2 = -54{,}5 + 50 = -4{,}5кН$$

$$M_3 = R_B \cdot (2 + x_3) - P \cdot x_3 = 109 + 4{,}5 \cdot x_3$$

Пример 3



4. Рассмотрим 3 участок и определим на нем внутренние усилия.

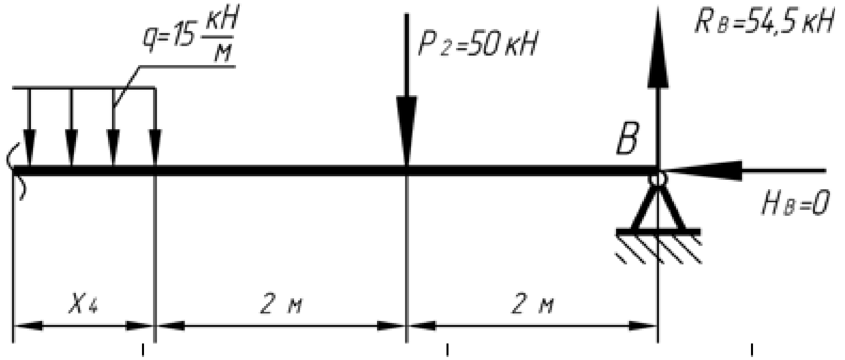
$$0 \le x_3 \le 2м$$

$$M_3 = 109 + 4{,}5 \cdot x_3$$

$$M_{3(x_3=0)} = 109 кНм$$

$$M_{3(x_3=2м)} = 109 + 4{,}5 \cdot 2 = 118 кНм$$

Пример 3



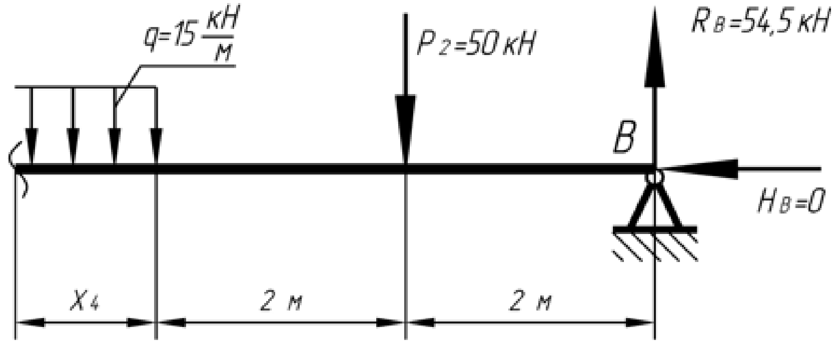
4. Рассмотрим 4 участок и определим на нем внутренние усилия.

$$0 \le x_4 \le 2м \qquad Q_4 = -R_B + P_2 + q \cdot x_4 = -4{,}5 + 15 \cdot x_4$$

$$Q_{4(x_4=0)} = -4{,}5кН$$

$$Q_{4(x_4=2м)} = -4{,}5 + 15 \cdot 2 = 25{,}5кН$$

Пример 3

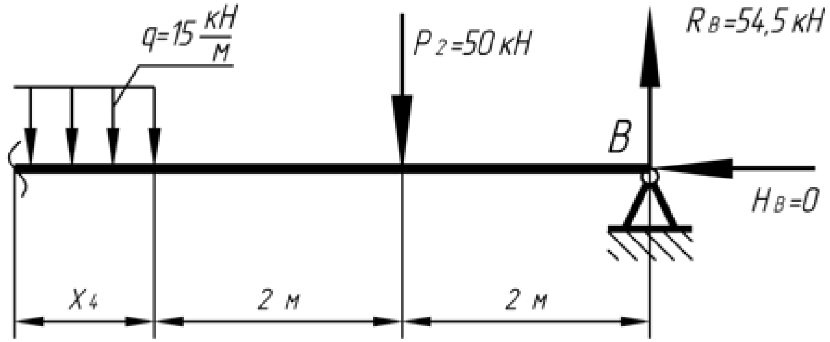


4. Рассмотрим 4 участок и определим на нем внутренние усилия.

$$0 \leq x_4 \leq 2м$$

$$x_{04} = \frac{Q_{4(x_4=0)}}{q} = \frac{4{,}5}{15} = 0{,}3м$$

Пример 3

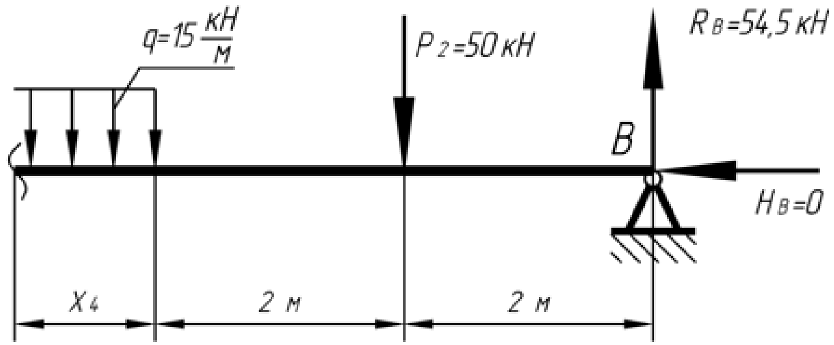


4. Рассмотрим 4 участок и определим на нем внутренние усилия.

$$0 \le x_4 \le 2м \qquad M_4 = -P_2 \cdot (2 + x_4) + R_B \cdot (4 + x_4) - q \cdot x_4 \cdot \frac{x_4}{2}$$

$$M_4 = 118 + 4{,}5 \cdot x_4 - 7{,}5 \cdot x_4^2$$

Пример 3



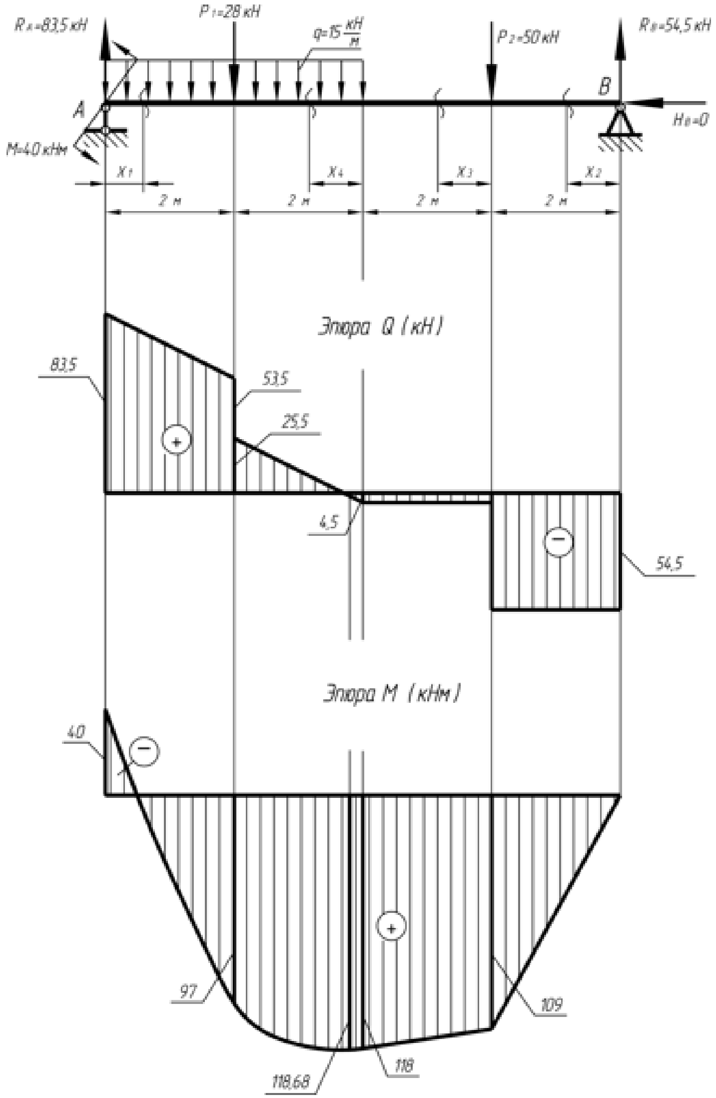
4. Рассмотрим 4 участок и определим на нем внутренние усилия.

$$0 \le x_4 \le 2м \qquad M_4 = 118 + 4{,}5 \cdot x_4 - 7{,}5 \cdot x_4^2$$

$$M_{4(x_4=0)} = 118 \text{ кНм} \quad M_{4(x_4=2)} = 118 + 4{,}5 \times 2 - 7{,}5 \times 2^2 = 97 \text{ кНм}$$

$$M_{4(x_4=0,3м)} = 118 + 4{,}5 \cdot 0{,}3 - 7{,}5 \cdot 0{,}3^2 = 118{,}68 кНм$$

Пример 3



По полученным данным строим эпюры M и Q.