

ки» (рис. 2.28), а трещина, проходя по зернам и между ними в виде отрыва в средней части толщины образца, продвигается «ноготком».

Характерный вид разрушения показан на рис. 2.29: при положительной температуре 20 °С трубчатый образец при двухосном разно-значном напряжении не разрушился (образовался только пластический венчик, см. рис. 2.29 слева), а при температуре минус 196 °С разлетелся, как стекло (рис. 2.29 справа). Это обстоятельство должно учитываться при проектировании конструкций, предназначенных для эксплуатации при низких температурах. Ударные, многократно повторяющиеся воздействия, а также объемные напряжения способствуют увеличению хрупкости стали и снижению несущей способности элементов металлических конструкций.

Факторы, способствующие хрупкому разрушению, учитываются при расчете конструкций. Сопротивление хрупкому разрушению оценивается положениями линейной механики разрушения и на основе обширных экспериментальных исследований\*.

## Глава 3. ОСНОВЫ РАСЧЕТА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

### § 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РАСЧЕТА МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

#### 1. Метод расчета по предельным состояниям

Цель расчета строительных конструкций — обеспечить заданные условия эксплуатации и необходимую прочность при минимальном расходе материалов и минимальной затрате труда на изготовление и монтаж.

Строительные конструкции рассчитывают на силовые и другие воздействия, определяющие их напряженное состояние и деформации, по предельным состояниям.

Метод расчета по предельным состояниям впервые был разработан в Советском Союзе в 50-е годы. Целью метода является не допускать с определенной обеспеченностью наступления предельных состояний при эксплуатации в течение всего заданного срока службы конструкции здания или сооружения, а также при производстве работ.

Под предельными состояниями подразумевают такие состояния, при которых конструкции перестают удовлетворять заданным эксплуатационным требованиям или требованиям при производстве работ.

В расчетах конструкций на действие статических и динамических нагрузок и воздействий, которым они могут подвергаться в течение строительства и заданного срока службы, учитываются следующие предельные состояния:

первой группы — по потере несущей способности и (или) полной непригодности к эксплуатации конструкций;

второй группы — по затруднению нормальной эксплуатации сооружений.

К предельным состояниям **первой** группы относятся: общая потеря устойчивости формы; потеря устойчивости положения; разрушение любого характера; переход конструкции в изменяемую систему; качественное изменение конфигурации; состояния, при которых возникает необходимость прекращения эксплуатации в результате текучести материала, сдвигов в соединениях, ползучести, недопустимых остаточных или полных перемещений или чрезмерного раскрытия трещин.

Первая группа по характеру предельных состояний разделяется на две подгруппы: по потере несущей способности (первые пять состояний) и по непригодности к эксплуатации (шестое состояние) вследст-

\* Махутов Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. — М.: Машиностроение, 1981. — 271 с.

вие развития недопустимых по величине остаточных перемещений (деформаций).

К предельным состояниям второй группы относятся состояния, затрудняющие нормальную эксплуатацию<sup>1</sup> или снижающие долговечность вследствие появления недопустимых перемещений (прогибов, осадок, углов поворота, колебаний, трещин и т. п.).

Предельные состояния первой группы проверяются расчетом на максимальные (расчетные) нагрузки и воздействия, возможные при нарушении нормальной эксплуатации, предельные состояния второй группы — на эксплуатационные (нормативные) нагрузки и воздействия, отвечающие нормальной эксплуатации конструкций.

Надежность и гарантия от возникновения предельных состояний конструкции обеспечиваются надлежащим учетом возможных наиболее неблагоприятных характеристик материалов; перегрузок и наиболее невыгодного (но реально возможного) сочетания нагрузок и воздействий; условий и особенностей действительной работы конструкций и оснований; надлежащим выбором расчетных схем и предпосылок расчета, учетом в необходимых случаях пластических и реологических свойств материалов.

Это условие для первой группы предельных состояний по несущей способности может быть записано в общем виде

$$\bar{N} < \bar{S}, \quad (3.1)$$

где  $\bar{N}$  — усилие, действующее в рассчитываемом элементе конструкции (функция нагрузок и других воздействий);  $\bar{S}$  — предельное усилие, которое может воспринять рассчитываемый элемент (функция физико-механических свойств материала, условий работы и размеров элементов).

Поскольку расчетом должна быть обоснована возможность нормальной эксплуатации конструкции в течение всего заданного срока ее службы, значение  $\bar{N}$  неравенства (3.1) должно представлять собой наибольшее возможное за это время усилие (воздействие). Это усилие определяется от расчетных нагрузок  $F_i$ , представляющих собой возможные наибольшие (при определении несущей способности конструкции при однократно действующей нагрузке) или наиболее часто повторяющиеся нагрузки (при проверке усталостного разрушения). Эти нагрузки определяют умножением нормативных нагрузок  $F_i^h$  (см. § 1, п. 2 Б), отвечающих условиям нормальной эксплуатации, на коэффициенты перегрузки  $n_i$ , учитывающие возможное отклонение нагрузок в неблагоприятную сторону (большую или меньшую), и на коэффициент надежности по назначению  $\gamma_h$ , учитывающий степень ответственности зданий и сооружений.

При одновременном действии двух или нескольких временных нагрузок расчет конструкций по первой и второй группам предельных состояний выполняется с учетом наиболее неблагоприятных сочетаний нагрузок или усилий.

Вероятность совместного действия нескольких нагрузок учитывают умножением нагрузок или вызываемых ими усилий на коэффициент сочетаний  $n_c$ . Таким образом, сила  $\bar{N}$  может быть представлена в виде

$$\bar{N} = \sum F_i^h \bar{N}_i n_i \gamma_h n_c, \quad (3.2)$$

где  $\bar{N}_i$  — усилие при  $F_i = 1$ .

Несущая способность — предельное усилие  $\bar{S}$  неравенства (3.1), которое может воспринять рассчитываемый элемент, должна определяться умножением геометрической характеристики сечения  $A$  (площади, момента сопротивления и т. д.) на расчетное сопротивление  $R$  и коэффициент условий работы  $\gamma$ .

<sup>1</sup> Нормальной считается эксплуатация, осуществляемая (без ограничений и без внеочередного ремонта) в соответствии с предусмотренными в нормах или заданиях на проектирование технологическими и бытовыми условиями.

Расчетное сопротивление  $R$  (см. § 1, п. 3 Б) получают делением основной характеристики материала — нормативного сопротивления по пределу текучести  $R_t^H$  или временному сопротивлению разрыву  $R_b^H$ , устанавливаемой стандартами на поставку металла с учетом статистической изменчивости, на коэффициент надежности по материалам  $\gamma_m$ , учитывающий выборочный характер контроля и возможность попадания в конструкции металла с пониженными характеристиками.

Таким образом, предельная сила  $\bar{S}$  определяется по пределу текучести

$$\bar{S} = \bar{A}_{ht} R_t^H \gamma / \gamma_m = \bar{A}_{ht} R \gamma; \quad (3.3a)$$

по временному сопротивлению

$$\bar{S} = \bar{A}_{ht} R_t^H \gamma_m / \gamma_b = \bar{A}_{ht} R_b \gamma / \gamma_b. \quad (3.3b)$$

где  $\gamma_b = 1,3$  — коэффициент надежности для элементов конструкций, рассчитываемых на прочность по временному сопротивлению.

Соответственно формула (3.1) для первой группы предельных состояний по прочности может быть записана

$$\sum F_i^H \bar{N}_i n_i \gamma_n n_c \leq \bar{A}_{ht} R_t^H \gamma / \gamma_m, \quad (3.4a)$$

или

$$\sum F_i^H \bar{N}_i n_i \gamma_n n_c \leq \bar{A}_{ht} R_b \gamma / \gamma_m \gamma_b. \quad (3.4b)$$

Условие для первой группы предельных состояний по остаточным или полным перемещениям, при которых возникает необходимость прекращения эксплуатации, может быть записано в общем виде

$$\sum F_i^H \bar{N}_i n_c \gamma_n n_i \bar{\delta}_1 \leq \delta_1, \quad (3.4b)$$

где  $\bar{\delta}_1$  — перемещение, вызванное единичной нагрузкой;  $\delta_1$  — предельное остаточное или полное перемещение.

Для второй группы предельных состояний предельное условие может быть записано в виде

$$\sum F_i^H \bar{N}_i n_c \gamma_n \bar{\delta}_2 \leq \delta_2, \quad (3.5)$$

где  $\bar{\delta}_2$  — упругая деформация или перемещение конструкции, возникающие при единичной нагрузке (функция нагрузок, материала и системы конструкции),  $\delta_2$  — предельные деформации или перемещения, установленные нормами или указанные в проектном задании (функции назначений конструкции), ограничивающие нормальную эксплуатацию.

## 2. Нагрузки и воздействия

При расчете конструкций нагрузки и воздействия принимаются по СНиП II-6-74 «Нагрузки и воздействия. Нормы проектирования» и по стандарту СТ СЭВ 1407—78 «Строительные конструкции и основания. Нагрузки и воздействия. Основные положения».

**A. Классификация и характеристика нагрузок и воздействий.** По времени действия нагрузки и воздействия относятся к постоянным (когда направление, место и время их приложения можно считать неизменными), временными длительным и кратковременным (нагрузки, которые в отдельные периоды строительства и эксплуатации могут отсутствовать) и особым.

К *постоянным* нагрузкам и воздействиям относятся: вес постоянных частей зданий и сооружений, вес и давление грунтов, воздействие предварительного напряжения.

К *временным длительным* нагрузкам и воздействиям относятся: вес стационарного оборудования; вес жидкостей и сыпучих материалов в емкостях; давление газов и жидкостей в резервуарах, газгольдерах и

трубопроводах; нагрузка на перекрытия складов, библиотек, архивов и подобных помещений, длительные температурные технологические воздействия и т. п.

К кратковременным нагрузкам и воздействиям относятся: атмосферные — снеговые, ветровые, гололедные нагрузки и температурные климатические воздействия; нагрузки от подъемно-транспортного оборудования; нагрузки на перекрытия жилых и общественных зданий от массы людей, мебели и подобного легкого оборудования; ремонтных материалов в зонах обслуживания и ремонта оборудования; нагрузки и воздействия, возникающие при перевозке строительных конструкций, монтаже и перестановке оборудования и т. п.

К особым нагрузкам и воздействиям относятся: сейсмические и взрывные воздействия; нагрузки и воздействия, вызываемые неисправностью или поломкой оборудования и резкими нарушениями технологического процесса; воздействия просадок основания, обусловленных коренным изменением структуры грунтов (деформаций просадочных грунтов при замачивании или вечномерзлых грунтов при оттаивании, просадка грунтов в районах горных выработок и карстовых районах).

**Б. Нормативные нагрузки.** Характеристиками нагрузок являются их нормативные значения, принимаемые на основе статистических данных или по номинальному значению.

*Постоянные* нагрузки и воздействия. Нормативные значения нагрузок от массы конструкций определяются по данным стандартов и заводов-изготовителей или по размерам, устанавливаемым в процессе проектирования на основе опыта предыдущих проектировок и справочных материалов. Нагрузка от грунтов устанавливается в зависимости от вида грунта и его плотности. Нормативные воздействия предварительного напряжения конструкций устанавливают в процессе проектирования.

*Временные длительные* нагрузки и воздействия на перекрытия складских помещений, архивов, библиотек и т. п. принимают по СНиП; вес оборудования — по стандартам, каталогам или по проектному заданию; данные по газам, длительные температурные и другие воздействия на конструкции устанавливают в зависимости от работы оборудования и указывают в проектных заданиях.

*Кратковременные* нагрузки и воздействия на перекрытия жилых и общественных зданий от массы людей, мебели и т. п., а также на перекрытия производственных площадок устанавливают в соответствии с действующими инструктивно-нормативными документами. Нагрузки от серийного подъемно-транспортного оборудования принимают по соответствующим стандартам, а для индивидуального — по данным заводских паспортов. Нагрузки и воздействия от оборудования, возникающие в пусконаладочном, переходном и испытательном режимах, устанавливают на основе опыта эксплуатации этого оборудования и приводят в проектных заданиях.

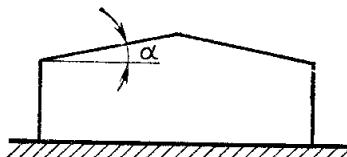
При расчете балок перекрытий, собирающих нагрузку с большой грузовой площади, а также для колонн высотных зданий нагрузку разрешается понижать в соответствии с нормативными документами.

*Снеговая* нагрузка. Нормативное значение снеговой нагрузки  $p_0$  на 1 м<sup>2</sup> площади горизонтальной проекции покрытия устанавливают на основании данных гидрометеорологической службы как среднее арифметическое значение ежегодных максимумов запаса воды в снеговом покрове, выбранных из результатов снегосъемок на защищенном от воздействия ветра участке, за период не менее 10 лет.

Нормативный вес снегового покрова  $p_n$  определяют по формуле

$$p_n = p_0 c, \quad (3.6)$$

где  $p_0$  — вес снегового покрова на 1 м<sup>2</sup> горизонтальной поверхности земли, принимаемый в зависимости от района СССР; значения  $p_0$  для некоторых районов приведены в прил. 2;  $c$  — коэффициент перехода от веса снегового покрова на горизонтальной по-



*Вариант 1*

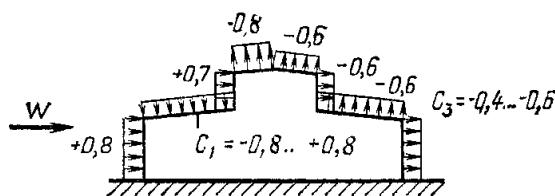
$$C = 1 \text{ при } \alpha \leq 25^\circ \\ C = 0 \text{ при } \alpha > 60^\circ$$

*Вариант 2*

$$0,75 C \quad 1,25 C \\ \text{при } 29^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$$

Рис. 3.1. Пример распределения снегового покрова на перекрытии

Рис. 3.2. Значения аэродинамических коэффициентов для зданий сложной конфигурации



верхности земли к снеговой нагрузке на покрытие с учетом его неравномерного распределения в зависимости от рельефа кровли (рис. 3.1).

Значения коэффициента  $C$  зависят от очертания покрытия и приведены в нормах на проектирование.

Ветровая нагрузка устанавливается на основании данных гидрометеорологических станций о скорости ветра на высоте 10 м от поверхности земли. По этим данным скоростные напоры ветра определяют по формуле

$$q_0 = v^2 / 16, \quad (3.7)$$

где  $v$  — скорость ветра, м/с, определяемая статистической обработкой длительного наблюдения из условия ее повторения или превышения один раз за 5 лет (период повторяемости).

Значение нормативной ветровой нагрузки  $q_n$  определяют по формуле

$$q_n = q_0 k c, \quad (3.8)$$

где  $q_0$  — нормативный скоростной напор ветра, определяемый по формуле (3.7), значения которого зависят от района расположения сооружения (см. прил. 2);  $k$  — коэффициент на возрастание скоростного напора по высоте (прил. 3);  $c$  — аэродинамический коэффициент, принимаемый по нормам проектирования (рис. 3.2).

Гололедные нагрузки учитывают при проектировании воздушных линий электропередачи и связи, антенно-мачтовых устройств и других подобных сооружений. Гололедную нагрузку принимают по нормам проектирования (см. гл. 25).

Температурные воздействия, обусловленные изменением температуры окружающего воздуха и солнечной радиации, а также влиянием технологических температур (излучение технологического оборудования и изделий), учитывают при расчете в случае, когда они могут оказывать влияние на прочность и деформативность конструкций. При расчете температурные воздействия учитывают в стадии возведения и в стадии эксплуатации конструкций. Расчет производят: а) на возможную разность температур, возникающую в процессе эксплуатации конструкции с момента ее замыкания в статически неопределенную систему, называемую температурой замыкания; б) на перепад температуры по сечению элемента. Температурные воздействия определяются по СНиП II-6-74 «Нагрузки и воздействия».

Величины сейсмических воздействий устанавливают по нормам в зависимости от балльности района возведения сооружения.

Воздействия на подкрановые конструкции см. гл. 15.

**В. Расчетные нагрузки и коэффициенты перегрузки (надежности по нагрузке).** Коэффициент  $n$  учитывает изменчивость нагрузок, зависящую от ряда факторов, вследствие случайных отступлений от заданных условий нормальной эксплуатации. Коэффициенты надежности по нагрузке устанавливают после обработки статистических данных наблюдений за фактическими нагрузками, которые отмечены во время эксплуатации сооружений. Эти коэффициенты зависят от вида нагрузки, вследствие чего каждая нагрузка имеет свое значение коэффици-

ента. По СНиП II-6-74 и СТ СЭВ значения  $n$  для нагрузок от массы строительных конструкций принимаются в зависимости от способа их изготовления. Так, при заводском изготовлении элементов строительных конструкций и при постоянном значении плотности он принимается равным 1,1; при изготовлении в построенных условиях и колеблющемся значении плотности — 1,2—1,3; для металлических конструкций — 1,05. Если постоянная нагрузка оказывает благоприятное воздействие на работу сооружения (например, при проверке на опрокидывание, против всплытия, скольжения и т. п.), коэффициент принимают равным 0,9. Более подробно значения коэффициентов перегрузки приведены в СНиП II-6-74 и в соответствующих разделах учебника.

Коэффициенты перегрузки характеризуют только изменчивость нагрузок. Они не учитывают динамического воздействия нагрузки, которое характеризуется специальным коэффициентом динамичности, представляющим собой отношение наибольшего напряжения (прогиба) при динамическом воздействии к напряжению (прогибу) при статическом воздействии той же нагрузки. Коэффициенты не учитывают и перспективного возрастания нагрузки с течением времени, например возрастания временной нагрузки на подкрановые балки при изменении грузоподъемности кранов и т. п.

**Г. Сочетание нагрузок.** Нагрузки действуют на конструкции не раздельно, а в сочетании друг с другом.

Различают следующие сочетания нагрузок:

а) основные сочетания, состоящие из постоянных и временных длительных и кратковременных нагрузок и воздействий;

б) особые сочетания, состоящие из постоянных, временных длительных, кратковременных и одной из особых нагрузок и воздействий.

Одновременное появление наибольших значений нескольких нагрузок менее вероятно, чем появление наибольшего значения одной; поэтому, чем сложнее сочетание, тем меньше вероятность появления наибольшего значения нагрузок в этом сочетании. Чрезвычайно малая вероятность одновременного появления нагрузок наибольшего значения учитывается на основании статистических данных и теории вероятности умножением расчетных значений нагрузок или соответствующих им усилий на коэффициент сочетания  $n_c \leqslant 1$ .

Согласно главе СНиП II-6-74 «Нагрузки и воздействия», при расчете конструкций на основные сочетания, включающие только одну кратковременную нагрузку, коэффициент сочетания  $n_c$  принимают равным единице. При расчете на основные сочетания, включающие не менее двух кратковременных нагрузок (воздействий), значения кратковременных нагрузок (воздействий) умножают на коэффициент сочетаний, равный 0,9.

При расчете конструкций и оснований на особые сочетания нагрузок и воздействий значения кратковременных нагрузок и воздействий или соответствующие им усилия умножают на коэффициент сочетания, равный 0,8 (кроме случаев, оговоренных в нормах проектирования зданий и сооружений в сейсмических районах).

### 3. Нормативные и расчетные сопротивления

**А. Нормативные сопротивления.** Основными характеристиками сопротивления материалов силовым воздействиям являются нормативные сопротивления  $R_t^h$ .  $R_b^h$  устанавливаемые нормами проектирования строительных конструкций.

Механические свойства материалов изменчивы (см. гл. 2, § 1, п. 1), поэтому нормативные сопротивления устанавливают на основе статистической обработки показателей механических свойств материалов, выпускаемых нашей промышленностью. Значения нормативных сопротивлений устанавливают такими, чтобы обеспеченность их составляла не менее 0,95.

Значение нормативного сопротивления стали равно значению контрольной или браковочной характеристики, устанавливаемой соответствующими государственными стандартами и имеет обеспеченность не менее 0,95.

Для углеродистой стали и стали повышенной прочности (см. табл. 2.1) и алюминиевых сплавов за основную характеристику нормативного сопротивления принято значение предела текучести, поскольку при напряжениях, равных пределу текучести, в растянутых, изгибаемых и других элементах начинают развиваться пластические деформации, а сжатые элементы начинают терять устойчивость. Однако в случае, когда переход материала в пластическое состояние выражен нечетко (нет площадки текучести), как, например, в тросах, или когда значения показателей текучести близко подходят к временному сопротивлению (стали высокой прочности), а также в случаях, когда по характеру работы конструкций несущая способность определяется прочностью, а не пластичностью, за нормативное сопротивление принимают значение временного сопротивления. Таким образом, установлены два вида нормативных сопротивлений — по пределу текучести  $R_t^h = \sigma_t$  и временному сопротивлению  $R_b^h = \sigma_b$ .

В соответствии со стандартом значения предела текучести и временного сопротивления имеют обеспеченность в пределах 0,95—0,995. Поэтому для расчета металлических конструкций за нормативное сопротивление приняты значения предела текучести или временного сопротивления, установленные в ГОСТ на металлы. Значения  $\sigma_t$  и  $\sigma_b$  являются браковочными и при приемке проката контролируются.

Численные значения  $\sigma_t$  и  $\sigma_b$ , являющиеся нормативными сопротивлениями, приведены в табл. 2.1.

**Б. Расчетные сопротивления материала  $R$  и  $R_b$  определяют делением нормативного сопротивления на коэффициент надежности по материалу  $\gamma_m$ :**

$$R = R_t^h / \gamma_m; \quad R_b = R_b^h / \gamma_m. \quad (3.9)$$

**Коэффициент надежности по материалам  $\gamma_m$ .** Значение механических свойств металлов проверяется на металлургических заводах выборочными испытаниями. Механические свойства металлов контролируют на малых образцах при кратковременном одноосном растяжении, фактически же металл работает длительное время в большеразмерных конструкциях при сложном напряженном состоянии. В прокатных профилях могут быть минусовые допуски. Возможно попадание в конструкции материала со свойствами ниже установленных в ГОСТе. Влияние этих факторов на снижение несущей способности конструкций учитывают коэффициентом надежности по материалам.

Таблица 3.1. Коэффициенты надежности по материалу для стального проката

Группа стали	ГОСТ или ТУ на сталь	Коэффициент надежности по материалу $\gamma_m$
Обычной и повышенной прочности $\sigma_t \leq 380$ МПа	ГОСТ 23570—79 ТУ 14-1-3023-80	1,025
	ГОСТ 380—71 (с изм.) ГОСТ 19281—73 ГОСТ 19282—73 ГОСТ 14637—79 ГОСТ 10705—80	1,05
Высокой прочности $\sigma_t > 380$ МПа *	ГОСТ 19281—73 ГОСТ 19282—73 ТУ 14-3-829 79	1,1
	ТУ 14-1-1308—75 ТУ 14-1-1772-76	1,15

\* Для стали 14Г2АФ  $\gamma_m = 1,05$ .

Таблица 3.2. Формулы для определения расчетных сопротивлений

Напряженное состояние	Расчетное сопротивление проката и труб
Растяжение, сжатие и изгиб: по пределу текучести, $R$	$R = R_t^H / \gamma_m$
по временному сопротивлению, $R_v$	$R_v = R_b^H / \gamma_m$
Сдвиг, $R_{cp}$	$R_{cp} = 0,58 R_t^H / \gamma_m$
Смятие торцевой поверхности (при наличии пригонки), $R_{cm.t}$	$R_{cm.t} = R_b^H / \gamma_m$
Смятие местное в цилиндрических шарнирах (цапфах) при плотном касании, $R_{cm.m}$	$R_{cm.m} = 0,5 R_b^H / \gamma_m$
Диаметральное сжатие катков (при свободном касании в конструкциях с ограниченной подвижностью), $R_{cm.k}$	$R_{cm.k} = 0,025 R_b^H / \gamma_m$
Растяжение в направлении толщины проката, $R_{p.t}$	$R_{p.t} = 0,5 R_b^H / \gamma_m$

$\gamma_m$  — коэффициент надежности по материалу — следует определять по табл. 3.1.

Возможное снижение механических свойств против нормативных значений устанавливается на основе обработки статистических данных заводских испытаний стали (см. рис. 2.3), а работа ее в конструкциях на основе исследований.

Коэффициент надежности по материалу  $\gamma_m$  установлен на основании анализа кривых распределений результатов испытаний стали и ее работы в конструкции (табл. 3.1).

Значения расчетных сопротивлений основных марок строительных сталей приведены в табл. 51 СНиП II-23-81 и прил. 4.

Расчетные сопротивления срезу установлены умножением значений расчетных сопротивлений растяжению на коэффициент перехода 0,58 согласно энергетической теории прочности (см. § 3, п. 2 данной главы). Формулы определения расчетных сопротивлений приведены в табл. 3.2.

При расчете конструкций с использованием расчетного сопротивления, установленного по временному сопротивлению, вводится дополнительный коэффициент надежности  $\gamma_v = 1,3$ .

#### 4. Коэффициенты надежности по назначению

В зависимости от класса ответственности зданий и сооружений вводится коэффициент надежности по назначению  $\gamma_n$ :

I. Основные здания и сооружения объектов, имеющих особо важное народнохозяйственное и (или) социальное значение (главные корпуса ТЭС, АЭС, центральные узлы доменных печей, дымовые трубы высотой более 200 м, телевизионные башни, сооружения магистральной первичной сети ЕАСС, резервуары для нефти и нефтепродуктов вместимостью более 10 тыс. м<sup>3</sup>, крытые спортивные сооружения с трибунами, здания театров, кинотеатров, цирков, крытых рынков, учебных заведений, детских дошкольных учреждений, больниц, родильных домов, музеев, государственных архивов и т. п.) . . . . .

1

II. Здания и сооружения объектов, имеющих важное народнохозяйственное и (или) социальное значение (объекты промышленного, сельскохозяйственного, жилищно-гражданского назначения и связи, не вошедшие в I и III класс) . . . . .

0,95

III. Здания и сооружения объектов, имеющих ограниченное народнохозяйственное и (или) социальное значение (склады без процессов сортировки и упаковки для хранения сельскохозяйственных продуктов, удобрений, химикатов, угля, торфа и др., теплицы, парники, одноэтажные жилые дома, опоры проводной связи, опоры освещения населенных пунктов, ограды, временные здания и сооружения \* и т. п.) . . . . .

0,9

\* Для временных зданий и сооружений со сроком службы до 5 лет допускается принимать  $\gamma_n = 0,8$ .

На коэффициент надежности по назначению умножается расчетное значение нагрузок, усилий или иных воздействий.

## § 2. ПРЕДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ИХ ЭЛЕМЕНТАХ

В зависимости от свойств материалов, внешних воздействий и условий эксплуатации конструкции по виду работы под нагрузкой и наступлению предельных состояний можно разбить на шесть групп.

1. Конструкции, у которых предельное состояние наступает при работе в упругой или упругопластической стадии. К ним относятся конструкции, выполненные из пластических материалов при  $R_t^h < 0,75 R_b^h$  (рис. 3.3, а) и находящиеся под воздействием статических нагрузок малой повторяемости. Эти конструкции в первой стадии работают упруго (участок о—а на рис. 3.3, б); во второй — по упругопластической схеме (участок а—б) в результате развития деформаций в шарнирах текучести или последовательного образования шарниров текучести в системе; в третьей стадии (участок б—в) происходит резкое нарастание перемещений системы из-за распространения пластического течения. На все наиболее напряженное сечение в статически определимых системах или образования ряда шарниров текучести, превращающих статически неопределенную систему в изменяемую. В последней стадии работы система получает столь большие перемещения, что практически становится непригодной для дальнейшей эксплуатации.

При работе под нагрузкой эксплуатационные качества таких конструкций определяются двумя предельными состояниями — по несущей способности и непригодности к нормальной эксплуатации, предупреждение которых и должно быть обеспечено расчетом.

Первое предельное состояние (см. рис. 3.3, б) может наступать при нарушении нормальных условий эксплуатации и перегрузке конструкции. Расчет в этом случае производится по расчетным нагрузкам.

При перегрузке конструкции и работе ее в упругопластической стадии возможны такие случаи, когда развиваются значительные перемещения  $f_{полн}$  (см. рис. 3.3, б) при сохранении несущей способности. При этом после снятия нагрузки часть перемещений снимается благодаря упругой работе конструкции, а часть  $f_{ост}$  остается из-за развившихся пластических деформаций. Это состояние конструкции также отвечает первому предельному состоянию (второй подгруппы).

Остаточные деформации допустимы только такой величины, при которой не нужен капитальный ремонт и не будет создано препятствий для дальнейшей нормальной эксплуатации конструкций (например, не будет заклинивать мостовой кран, повреждено кровельное покрытие или стеновое ограждение и т. п.). Возможность возникновения полных и остаточных деформаций в допустимых пределах должна проверяться расчетом конструкции при работе ее в упругопластической стадии при воздействии расчетных нагрузок. Размеры допустимых полных и остаточных деформаций при воздействии расчетных нагрузок нормами пока не установлены, и принимать их надо на основе опыта эксплуатации конструкций и анализа их работы под нагрузкой.

В процессе проектирования необходимо обеспечить также соответствующие эксплуатационные качества работы конструкций в упругой стадии при воздействии нормативных нагрузок (без перегрузки). Хотя при этих воздействиях несущая способность конструкции обеспечивается, возникающие упругие перемещения могут препятствовать их нормальной эксплуатации, например, по гибким подкрановым балкам затрудняется проезд мостовых кранов, зыбкое покрытие неприятно скользит на самочувствии людей и т. п. Такое состояние отвечает второму предельному состоянию. Проверка расчетом возможности появления такого состояния производится по упругой стадии работы конструкций при воздействии нормативных нагрузок (без перегрузки).

Рис. 3.3. Работа под нагрузкой при  $\sigma_T \leq 0,75\sigma_B$   
а — стали; б — конструкции;  
I, II — предельные состояния конструкции

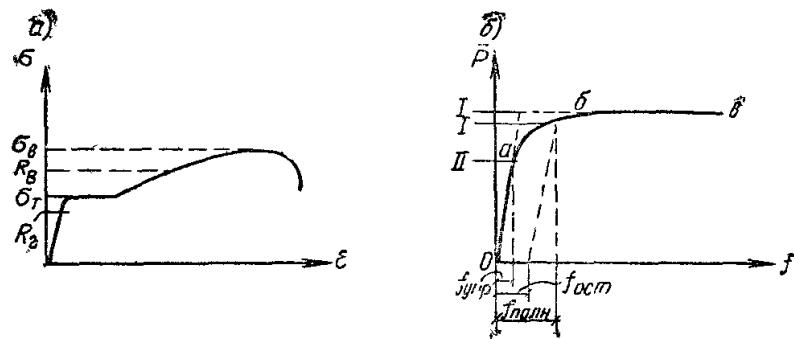


Рис. 3.4. Работа под нагрузкой при  $\sigma_{0,2} \geq 0,75\sigma_B$   
а — стали; б — конструкции

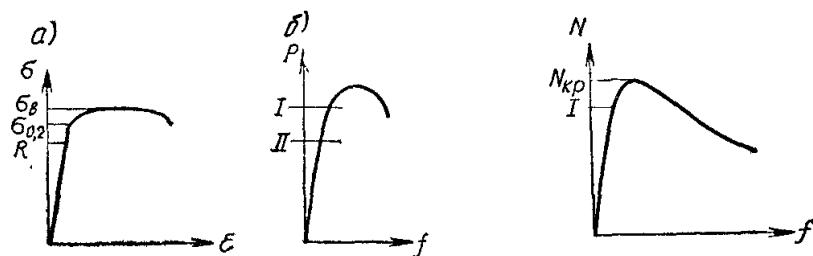


Рис. 3.5. Работа элемента конструкции при потере устойчивости

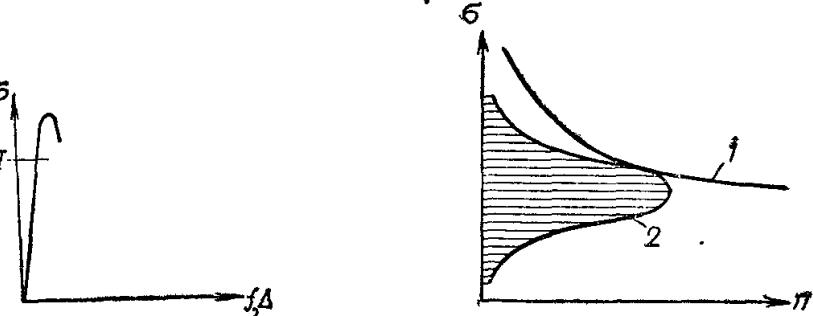


Рис. 3.7. Графики усталостного разрушения конструкций в зависимости от числа циклов нагрузки  
1 — значения  $\sigma$  усталости;  
2 — частота возникновения напряжений



Допустимые перемещения для ряда конструкций при работе их в нормальном режиме установлены СНиП II-23-81 (табл. 3.3).

2. Конструкции, у которых предельное состояние наступает только при упругой стадии работы. К таким конструкциям относятся конструкции, находящиеся под воздействием статических нагрузок малой повторяемости, выполненные из стали высокой прочности. В конструкциях из таких металлов пластические деформации развиваются при напряжениях, близких к временному сопротивлению (рис. 3.4), что делает опасным использование этих напряжений. Поэтому расчет таких конструкций и по первому, и по второму предельным состояниям производят по упругой стадии работы. Неразрушимость конструкций в этих случаях при определении прочности обеспечивается введением дополнительного коэффициента  $\gamma_B$  (по формуле 3.3б).

3. Конструкции, у которых предельное состояние наступает вследствие потери устойчивости. Потеря устойчивости происходит при сравнительно малых перемещениях (рис. 3.5), поэтому эксплуатационные качества конструкции определяются не ее деформациями, а несущей способностью. Проверка устойчивости относится к первому предельному состоянию и производится при воздействии расчетных нагрузок.

4. Конструкции, у которых предельное состояние наступает вследствие хрупкого разрушения. Хрупкое разрушение возможно при применении любых марок стали, и происходит оно при малых деформациях (рис. 3.6) как при расчетных, так и при нормативных нагрузках. Хрупкому разрушению способствуют концентрации напряжений, ударные воздействия, понижение температуры и другие факторы (см. гл. 2, § 2, п. 2). Предельное состояние конструкции в этих случаях относится к первому состоянию, поскольку при этом теряется несущая способность.

5. Конструкции, у которых предельное состояние наступает вследствие усталости. Усталостные разрушения относятся к первому предель-

Таблица 3.3 Допустимые вертикальные прогибы элементов

Элементы конструкций	Относительные прогибы элементов к пролету $f/l$
Балки и фермы крановых путей под краны: среднего режима работы тяжелого режима работы	1/500 1/600
Балки рабочих площадок производственных зданий при отсутствии рельсовых путей и балки междуэтажных перекрытий: главные балки прочие балки стальной настил	1/400 1/250 1/150
Балки и фермы покрытий и чердачных перекрытий: без подвесного оборудования прогоны профилированный настил	1/250 1/200 1/150

Состояние конструкций может быть отнесено к первому или второму предельному состоянию.

ному состоянию, поскольку происходит исчерпание несущей способности конструкции. Такого вида разрушения наступают при многократном нагружении (рис. 3.7), которое возможно только при нормальном режиме эксплуатации конструкции. Поэтому выносливость (усталость конструкции) проверяют при воздействии нормативных или меньших, но часто повторяющихся нагрузках при работе конструкций в упругой стадии (см. гл. 2, § 2, п. 4).

6. Конструкции, предельное состояние которых наступает вследствие колебаний, вызванных динамическим воздействием нагрузок. Колебания конструкций могут возникать при пуске и остановке оборудования, нормальной его работе, ветром воздействии на сооружение и др. и могут неблагоприятно сказаться на самочувствии людей, затруднить или исключить возможность работы с точными приборами и даже привести к разрушению конструкций. Особенно следует отметить возможность разрушения конструкций при землетрясении. В зависимости от вида и характера колебаний

### §3. РАБОТА ПОД НАГРУЗКОЙ И РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ

#### 1. Виды напряжений и их учет при расчете элементов металлических конструкций

Напряжения в зависимости от вида подразделяются на основные, дополнительные, местные и начальные.

**Основные напряжения** — напряжения, определяемые от внешних воздействий методами, излагаемыми в курсе сопротивления материалов. Основные напряжения определяются по усилиям, установленным для принятой идеализированной расчетной схемы (например, в решетчатых конструкциях — фермах и др., исходя из шарнирного вместо практически жесткого сопряжения стержней в узлах, иногда без учета пространственной работы системы в целом и т. п.), без учета местных, дополнительных и внутренних напряжений. Искусственно создаваемые предварительные напряжения также относятся к основным.

Поскольку основные напряжения уравновешивают внешние воздействия и определяют несущую способность элементов конструкций, они и выявляются расчетом и по ним в основном судят о надежности конструкций (за исключением особых случаев).

**Дополнительные напряжения** — напряжения, возникающие в результате дополнительных связей по отношению к принятой идеализированной расчетной схеме (например, из-за жесткости узлов, дополнительных систем связей и т. п.). Дополнительные напряжения, определяемые методами строительной механики, при пластичном материале не оказывают существенного влияния на несущую способность конструкции. Это объясняется тем, что при расчетных нагрузках материал в местах перенапряжения переходит в пластическое состояние, при на-

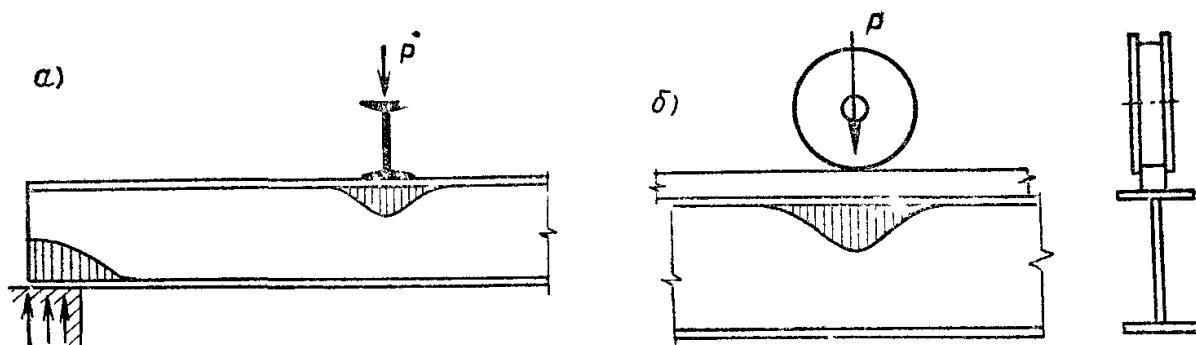


Рис. 3.8. Местные напряжения

*a* — в местах приложения сосредоточенных нагрузок, *б* — под катком крана

ступлении которого дополнительные напряжения или уменьшаются, или снимаются. Например, из-за жесткости узлов в элементе решетчатой конструкции возникают помимо осевой силы моменты, которые вызывают дополнительные напряжения в крайних фибрах. Повышение напряжения приводит к раннему развитию пластических деформаций в фибрах, что, в свою очередь, снижает моменты, а в пределе, при развитии пластических деформаций по всему сечению, узел свободно поворачивается. Благодаря этому предельная нагрузка получается такой же, как и при действии только одной продольной силы. Поэтому дополнительные напряжения не учитываются расчетом (за исключением некоторых специальных случаев).

*Местные напряжения* могут быть двух видов:

в результате внешних воздействий;

в местах резкого изменения или нарушения сплошности сечения, где вследствие искажения силового потока происходит концентрация напряжений.

В первом случае местные напряжения уравновешиваются с внешними воздействиями, во втором — они внутренне уравновешены.

К местным напряжениям, возникающим из-за внешних воздействий, относятся напряжения в местах приложения сосредоточенных нагрузок — на опорах, в местах опирания каких-либо других конструкций (рис. 3.8, *a*), под катками мостовых кранов в подкрановых балках (рис. 3.8, *б*), в местах крепления вспомогательных элементов. Местные напряжения могут привести к развитию чрезмерных пластических деформаций, трещин или к потере устойчивости в тонких элементах сечений (например, стенки двутавра). Местные напряжения этого вида учитывают в расчете.

Концентрация напряжений (см. гл. 2, § 2, п 2) при нормальной температуре и статических воздействиях заметно не сказывается на не-

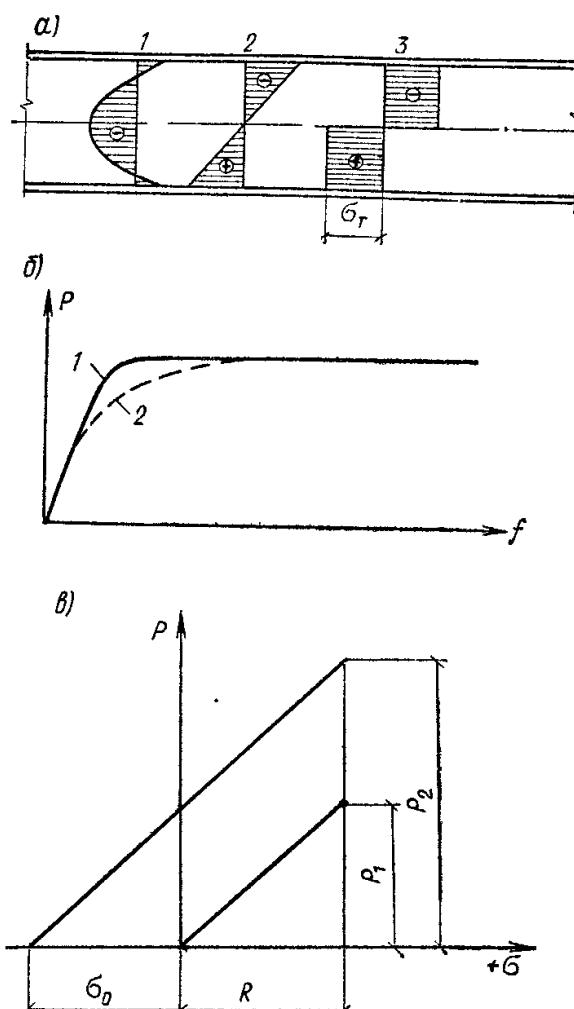


Рис. 3.9. Начальные напряжения

*а* — напряжения в балке двутаврового сечения (*1* — начальные напряжения, *2* — напряжения от внешней нагрузки *3* — суммарные напряжения при образовании шарнира пластичности), *б* — прогибы балки (*1* — при отсутствии начальных напряжений, *2* — при наличии начальных напряжений), *в* — повышение несущей способности балок созданием предварительного напряжения,  $\sigma_0$  — предварительное напряжение;  $R$  — расчетное сопротивление,  $P_1$  — максимальная нагрузка без предварительного напряжения,  $P_2$  — то же, с предварительным напряжением

сущей способности конструкции, поэтому при расчете она не учитывается. При пониженных температурах и особенно при дополнительных динамических воздействиях концентрация напряжений может привести к хрупкому разрушению; это явление должно учитываться при проектировании надлежащим выбором марки стали и конструктивной формы. Концентрация напряжений приводит к снижению вибрационной прочности. Это явление учитывается при расчете конструкции (см. § 3, п. 9 данной главы).

**Начальные напряжения.** Начальными называются напряжения, которые имеются в ненагруженном внешней нагрузкой элементе и которые появились в нем в результате неравномерного остывания после прокатки или сварки или в результате предшествующей работы элемента и его пластической деформации, поэтому они называются также внутренними, собственными или остаточными. Начальные напряжения всегда уравновешены, поэтому эпюры их двузначны (рис. 3.9, а, эпюра 1).

Начальные напряжения, складываясь с напряжениями, вызванными внешней нагрузкой, приводят к тому, что результирующие напряжения в материале существенно отличаются от напряжений, определяемых расчетом. При неблагоприятном распределении напряжений (например, при результирующем поле, плоскостном или объемном с нормальными напряжениями одного знака) развитие пластических деформаций может оказаться затрудненным, в результате чего появится опасность хрупкого разрушения.

Суммирование линейных собственных напряжений с линейными напряжениями, вызванными внешней нагрузкой (например, при простом растяжении или изгибе), может привести к более раннему или позднему переходу в стадию пластичности, что сказывается на деформациях конструкции (например, на прогибе балки — рис. 3.9, б).

Линейные поля собственных напряжений не оказывают существенного влияния на несущую способность элемента, так как результирующие напряжения выравниваются при развитии пластических деформаций (см. рис. 3.9, а). Начальные напряжения приводят к повышению деформации, как бы снижая модуль упругости элемента, что может сказаться неблагоприятно на устойчивости при продольном изгибе. Наконец, возможны случаи, когда возникают и уравновешиваются начальные усилия внутри системы, например, внутри статически неопределенных ферм.

Борьба с начальными напряжениями ведется преимущественно конструктивными мероприятиями и соответствующим ведением технологического процесса при изготовлении металлических конструкций (при сварке и т. п.).

Предварительное напряжение, создаваемое в конструкциях с целью повышения ее эффективности, также является начальным напряжением.

Если в конструкции искусственным путем создать напряжение обратного знака напряжениям от нагрузки, то при действии нагрузки сначала прорабатываются предварительные напряжения, а затем развиваются напряжения от нагрузки (рис. 3.9, в). В результате протяженность упругой работы материала увеличивается и несущая способность конструкции повышается.

Создавая предварительное напряжение, можно повысить несущую способность и жесткость конструкций, уменьшить перемещения, повысить усталостную прочность.

## **2. Условие пластичности. Учет развития пластических деформаций при расчете конструкций**

Известно, что у стали при  $\sigma_t/\sigma_b \leq 0,75$  после упругой работы и небольшого переходного участка наступает пластическое течение, что на-

диаграмме отмечается протяженной площадкой текучести (см. рис. 2.15 и 3.3). При работе конструкций из такой стали в упругопластической области в целях упрощения расчетных предпосылок диаграмму работы стали  $\sigma$  —  $\epsilon$  без большой погрешности и в сторону некоторого запаса можно уподобить работе идеального упругопластического тела, которое совершенно упруго до предела текучести и совершенно пластично после него (рис. 3.10—диаграмма Прандтля).

В этом предположении переход в пластическую стадию при одноосном напряженном состоянии (простом растяжении или сжатии) происходит при достижении нормальным напряжением предела текучести. При многоосном напряженном состоянии переход в пластическую стадию зависит не от одного напряжения, а от функции напряжений, характеризующей так называемое условие пластичности (условие перехода в пластическое состояние). Условие пластичности записывается в зависимости от теории прочности, которая кладется в основу расчета. К работе стали и алюминиевых сплавов наиболее близки III и IV теории прочности. В СНиП II-23-81 для расчетов металлических конструкций принята IV энергетическая теория прочности.

По этой теории пластичность наступает тогда, когда потенциальная энергия (работа) изменения формы тела достигает наибольшей величины<sup>1</sup>.

Из курса сопротивления материалов известно, что на основе IV теории прочности одноосное приведенное напряжение, эквивалентное по переходу материала в пластическое состояние данному сложному напряженному состоянию, определяется в главных напряжениях по формуле

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{пр}} &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)} = \\ &= \sqrt{1/2 [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sqrt{2(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2)} = \sigma_t. \quad (3.10)\end{aligned}$$

Приведенное напряжение может быть выражено в нормальных и касательных напряжениях:

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} = \sigma_t. \quad (3.11)$$

Отсюда при изгибе (вдали от точек приложения нагрузки):

$$\sigma_x \neq 0; \quad \tau_{xy} \neq 0. \quad (3.12)$$

Условие пластичности

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sigma_t. \quad (3.13)$$

При простом сдвиге

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{3\tau_{xy}^2} = \sigma_t$$

или

$$\tau_{xy} = \sigma_t / \sqrt{3} = 0,58\sigma_t. \quad (3.14)$$

По III теории прочности

$$\tau_{xy} = 0,5\sigma_t, \quad (3.15)$$

### 3. Предельные состояния и расчет растянутых элементов

Поведение под нагрузкой центрально растянутого элемента полностью соответствует работе материала при простом растяжении (см. рис. 3.3, a).

<sup>1</sup> Ильюшин А. А. Пластичность. М : АН СССР, 1963. — 270 с.

Ржаницын А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. — М.: Стройиздат, 1954. — 287 с.

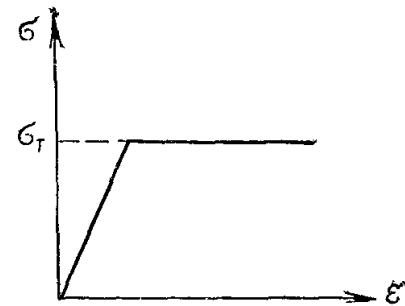


Рис. 3.10. Идеализированная диаграмма работы пластичной стали

Предельные состояния первой группы центрально растянутых элементов проверяются расчетом по прочности и непригодности к эксплуатации.

Прочность проверяется путем сравнения напряжений, вычисленных от расчетных нагрузок, с расчетным сопротивлением, установленным по временному сопротивлению, умноженным на коэффициент условий работы  $\gamma$  и деленным на коэффициент надежности  $\gamma_b^*$ :

$$N/A_{\text{нт}} \leq R_b \gamma / \gamma_b, \quad (3.16)$$

где  $N$  — продольная сила, определяемая от расчетных нагрузок;  $A_{\text{нт}}$  — площадь нетто растянутого элемента;  $R_b$  — расчетное сопротивление, установленное по  $\sigma_b$  (прил. 4)\*;  $\gamma_b$  — коэффициент надежности, обеспечивающий необходимый запас против разрушения стали и принимаемый равным 1,3;  $\gamma$  — коэффициент условий работы растянутого элемента, учитывающий особенности работы различных конструкций. Значения коэффициента приведены в прил. 13.

Пригодность к эксплуатации центрально растянутых элементов устанавливается путем ограничения развития деформаций только упругой областью. При наступлении текучести в растянутом элементе при свободном деформировании удлинение проходит сразу всю площадку текучести (около 2%). Поэтому расчетом производится вторая проверка — упругая работа растянутого элемента путем сравнения продольных напряжений, вычисленных от расчетных нагрузок, с расчетным сопротивлением  $R$ , установленным по пределу текучести и умноженным на коэффициент условий работы  $\gamma$ :

$$N/A_{\text{нт}} \leq R \gamma. \quad (3.17)$$

#### 4. Предельные состояния и расчет изгибаемых элементов

Для изгибаемых элементов в большинстве случаев их работы расчетом проверяются следующие предельные состояния: первой группы — вязкое или усталостное разрушение, потеря устойчивости, а также текучесть материала; второй группы — достижение предельных перемещений.

**Расчет изгибаемых элементов в пределах упругости.** Предельное состояние в этом случае определяется достижением максимальными нормальными или касательными напряжениями значений предела текучести. Прочность изгибаемых элементов, работающих в пределах упругих деформаций, при изгибе в одной из главных плоскостей проверяется по формулам:

$$M/W_{\text{нт},\min} \leq R \gamma; \quad (3.18) \quad Q S / I_t \leq R_{\text{ср}} \gamma, \quad (3.19)$$

где  $M$  и  $Q$  — изгибающий момент и поперечная сила, определенные по расчетным нагрузкам;  $W_{\text{нт},\min}$  — момент сопротивления ослабленного сечения, определенный по упругой стадии работы элемента;  $S$  — статический момент (брутто) сдвигающейся части сечения относительно нейтральной оси;  $R$  — расчетное сопротивление изгибу, определенное по пределу текучести (см. прил. 4);  $R_{\text{ср}}$  — расчетное сопротивление срезу (прил. 4);  $\gamma$  — коэффициент условий работы (см. прил. 13).

Прочность элементов при изгибе их в двух главных плоскостях проверяется по формуле

$$(M_x/I_{x,\text{нт}}) y \pm (M_y/I_{y,\text{нт}}) x \leq R \gamma, \quad (3.20)$$

где  $x$  и  $y$  — координаты рассматриваемой точки сечения относительно главных осей.

При совместном действии нормальных и касательных напряжений согласно принятому условию перехода материала из упругого состояния в пластическое (см. п. 2 настоящего параграфа) текучесть проявляется тогда, когда пределу текучести равняется приведенное напряжение  $\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ , а не только одно нормальное  $\sigma$ . Если касательные напряжения невелики (рис. 3.11, *a*), текучесть материала начинается с крайних фибр сечения. При больших значениях поперечной силы (рис. 3.11, *b*) течение материала у нейтральной оси может наступить раньше, чем в крайних фибрах (при  $\tau = \tau_t = \sigma_t / \sqrt{3}$ ), что может

\* При растяжении элемента в направлении толщины проката за расчетное сопротивление принимается  $R_{\text{пр}} = 0,5 R_b$ .

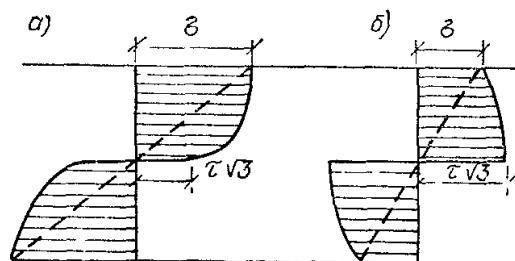


Рис. 3.11. Эпюры приведенных напряжений  
а —  $\sigma > \tau\sqrt{3}$ , б —  $\sigma < \tau, \sqrt{3}$

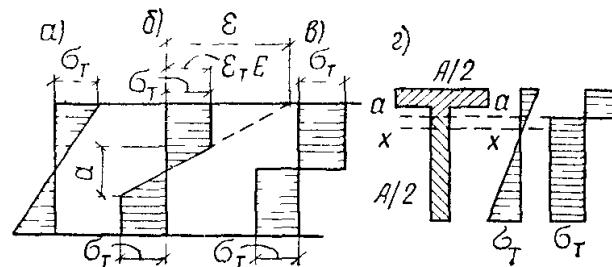


Рис. 3.12. Последовательное изменение эпюры напряжений при изгибе

а — упругое состояние; б — упругопластическое состояние при наличии упругого ядра; в — шарнир пластичности; г — упругая работа и шарнир пластичности несимметричного сечения

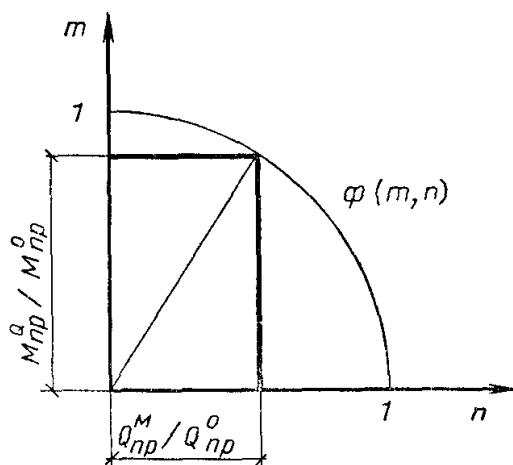


Рис. 3.13. Линия перехода материала балки в пластическое состояние

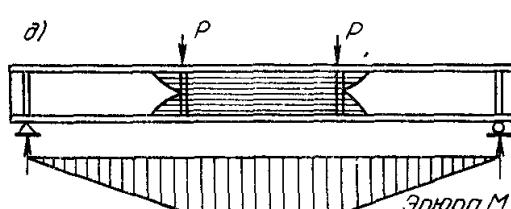
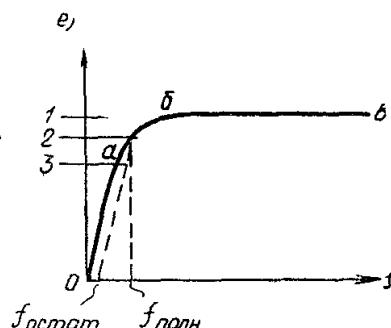
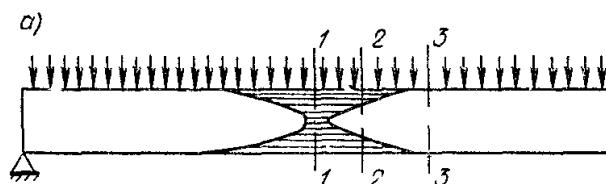


Рис. 3.14. Работа изгибающего элемента под нагрузкой

а — развитие пластических деформаций по длине балки, б-г — напряжения в разных сечениях;  $\delta$  — развитие пластических деформаций в зоне чистого изгиба, е — прогибы балки

привести к более раннему исчерпанию существующей способности изгибающего элемента.

#### Работа и расчет изгибаемых элементов с учетом развития пластических деформаций.

После исчерпания упругой работы (рис. 3.12, а) в сплошных изгибающихся элементах, выполненных из пластичных сталей, пластические деформации начинают распространяться в глубь сечения (рис. 3.12, б) и в предельном состоянии они пронизывают все сечение (рис. 3.12, в), образуя так называемый «шарнир пластичности».

При образовании шарнира пластичности все фибры сечения находятся в стадии текучести и, следовательно, их длина может изменяться при постоянном напряжении, вследствие чего изгибающий элемент может поворачиваться вокруг нейтральной оси, как вокруг оси шарнира.

Работа шарнира пластичности возможна только в направлении действия предельного момента; при действии изгибающего момента в обратном направлении напряжения уменьшаются, материал снова становится упругим и шарнир пластичности замыкается. В отличие от обычного шарнира в пластическом шарнире момент не равен нулю.

Предполагая сталь идеально упругопластическим материалом (см. рис. 3.10) и допуская, что напряжения во всех фибрах достигнут предела текучести, можно определить предельное значение момента шарнира пластичности. Эпюра напряжений такого состояния имеет вид двух прямоугольников с ординатами, равными пределу текучести (см. рис. 3.12, в). Предельный момент внутренних сил определяется из выражения

$$M = \sigma_t \int_A y dA = \sigma_t 2S, \quad (3.21)$$

где  $S$  — статический момент половины сечения относительно нейтральной оси. Для симметричных сечений нейтральная ось проходит через центр тяжести сечения, в несимметричных сечениях нейтральная ось делит сечение на две равновеликие части и не совпадает с центром тяжести (рис. 3.12, г).

Сравнивая формулу (3.21) с обычной формулой  $M = \sigma_t W$ , где  $M$  — предельный момент, определенный по упругой стадии работы материала, видим, что  $2S$  играет роль пластического момента сопротивления;  $W_{\text{пл}} = 2S$ .

Пластический момент сопротивления  $W_{\text{пл}}$  больше упругого момента сопротивления  $W$ , и разница тем больше, чем больше материала расположено около нейтральной оси сечения. Для прямоугольного сечения  $W_{\text{пл}} = 1,5 W$ , для прокатных швеллеров и двутавров при изгибе в плоскости стенки  $W_{\text{пл}} = 1,12 W$ , при изгибе в плоскости, параллельной полкам,  $W_{\text{пл}} = 1,2 W$ .

Фактическая диаграмма работы материала отличается от идеализированной диаграммы Прандтля, однако эти отличия несущественно скзываются на величине предельного пластического момента (не более 1—2 %) и идут в запас прочности.

Совместное действие нормальных и касательных напряжений ускоряет развитие пластичности, и предельный момент  $M_{\text{пр}}^Q$  при наличии поперечной силы будет меньше предельного момента  $M_{\text{пр}}^0$  при  $Q = 0$ , т. е.  $m = (M_{\text{пр}}^Q / M_{\text{пр}}^0) < 1$ . Это же относится и к предельной поперечной силе, т. е.  $n = (Q_{\text{пр}}^M / Q_{\text{пр}}^0) < 1$ , где  $Q_{\text{пр}}^M$  — предельная поперечная сила при одновременном действии момента;  $Q_{\text{пр}}^0$  — предельная поперечная сила при  $M = 0$ .

При совместном действии  $M$  и  $Q$  условие образования шарнира пластичности определяется некоторой функцией  $\Phi$  величин  $m$  и  $n$  (рис. 3.13).

Уравнение граничной линии перехода материала в пластическое состояние для прямоугольных сечений можно задать в виде окружности  $m^2 + n^2 = 1$ . Для других типов сечения Б. М. Броуде предложил привести его к виду

$$\Phi = m^2 + n^2 - amn = 1. \quad (3.22)$$

Для двутавра  $a \approx 0,8 \dots 0,9$ .

Точное решение полученного уравнения получается весьма громоздким, поэтому для упрощения расчета с достаточной для практики точностью (с небольшим запасом), согласно СНиП II-23-81, приведенные напряжения проверяют по текучести в точке  $a$ , распространение пластических деформаций по стенке учитывают эквивалентным повышением расчетного сопротивления на 15 %. В общем случае приведенные напряжения в стенке балок при действии нормальных напряжений в двух направлениях  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  и касательных напряжений  $\tau_{xy}$  проверяют по формуле

$$\sigma_{\text{пр}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \leq 1,15 R_y. \quad (3.23)$$

При этом каждое из напряжений не должно превышать расчетного сопротивления, т. е.:

$$\sigma_x \ll R; \quad \sigma_y \ll R; \quad \tau_{xy} \ll R_{cp}, \quad (3.24)$$

где  $\sigma_x = M_y/I_x$  — нормальное напряжение, параллельное оси балки;  $\sigma_y$  — напряжения, в местах приложения сосредоточенных нагрузок к верхнему поясу, а также в опорных сечениях балки, не укрепленных ребрами жесткости (см. рис. 3.8);  $\tau = QS/It$  — касательное напряжение;  $t$  — толщина стенки;  $S$  — статический момент отсеченной части.

В упругой стадии работы элемента прогибы нарастают пропорционально нагрузке (см. участок  $o-a$  рис. 3.14, *e*), затем при развитии пластических деформаций прогибы быстро растут (участок  $a-b$ ) и, наконец, при образовании шарнира пластичности, если не учитывать работу материала в стадии самоупрочнения, прогибы нарастают беспрепятственно (участок  $b-v$ ).

Для разрезных балок дальнейшее увеличение нагрузки невозможно, т. е. наступает предельное состояние первой группы (по несущей способности и непригодности к эксплуатации) вследствие чрезмерного развития пластических деформаций. Для неразрезных балок образование шарнира пластичности приводит к перераспределению моментов и понижению степени статической неопределенности конструкции.

#### Расчет изгибаемых элементов при ограниченном развитии пластических деформаций.

Как уже отмечалось, при образовании шарнира пластичности в сечении изгибаемого элемента происходят неограниченный рост пластических деформаций и нарастание прогибов.

Эксплуатационные качества конструкции утрачиваются раньше, чем наступает беспрепятственное нарастание деформаций и исчерпание несущей способности, так как остаточные деформации (после снятия нагрузки) получаются столь большими (см. рис. 3.14, *e*), что конструкция становится непригодной к эксплуатации.

В 1952 г. Н. С. Стрелецкий предложил принимать в качестве критерия предельного состояния по непригодности к эксплуатации ограниченную пластическую деформацию в сечении. В настоящее время это регламентировано главой СНиП II-23-81 «Стальные конструкции».

Для практических расчетов принята предельная относительная пластическая деформация в сечении  $\varepsilon_{ost} \leq 3$ , где  $\varepsilon_{ost} = \varepsilon_{ost} E/R$ .

Учет пластической работы стали допускается в балках сплошного сечения, несущих статическую нагрузку при касательных напряжениях  $\tau \leq 0,9 R_{cp}$ .

Проверка прочности таких балок выполняется по формуле

$$M/c_1 W_{ht\ min} \leq R\gamma, \quad (3.25)$$

где  $M$  — изгибающий момент;  $W_{ht\ min}$  — момент сопротивления;  $c_1$  — коэффициент, учитывающий развитие пластических деформаций по сечению.

При  $\tau \leq 0,5 R_{cp}$  влияние касательных напряжений на развитие пластичности несущественно и коэффициент  $c_1 = c$ . При  $0,5 R_{cp} < \tau < 0,9 R_{cp}$  значения коэффициента  $c_1$  принимаются по формуле

$$c_1 = 1,05\beta c = 1,05c \sqrt{\frac{1 - (\tau/R_{cp})^2}{1 - \alpha(\tau/R_{cp})^2}},$$

где  $\alpha$  — коэффициент, равный 0,7 для двутавров, изгибаемых в плоскости стенки (для других типов сечения  $\alpha=0$ );  $\tau = Q/th$  — средние касательные напряжения.

Коэффициент  $c$  зависит от формы сечения и степени развития пластических деформаций. Значения  $c$ , полученные из условия  $\varepsilon_{ost}=3$ , приведены в прил. 5.

При изгибе балки в двух главных плоскостях  $x$  и  $y$  проверка прочности выполняется по формуле

$$M_x/c_x W_{xht\ min} + M_y/c_y W_{yht\ min} \leq R\gamma. \quad (3.26)$$

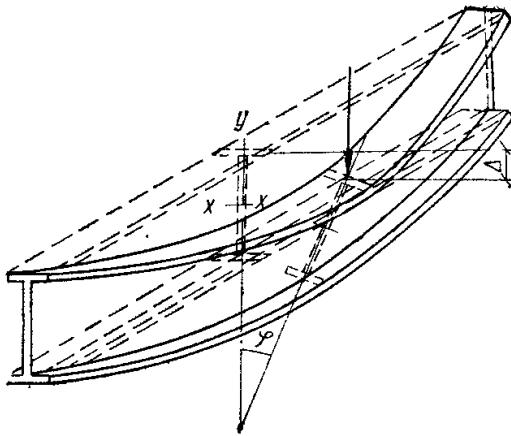


Рис. 3.15. Потеря устойчивости двутавровой балкой при изгибе

значительными, что изгибаемый элемент становится непригодным для эксплуатации раньше, чем пластические деформации в сечении достигнут величины  $\epsilon_{\text{ост}}=3$ .

Поэтому при наличии зоны чистого изгиба в формулах (3.25) и (3.26) вместо коэффициентов  $c_1$ ,  $c_x$  и  $c_y$  следует принимать соответственно  $c_{1m}=0,5(1+c)$ ;  $c_{xm}=0,5(1+c_x)$ ;  $c_{ym}=0,5(1+c_y)$ .

**Проверка общей устойчивости изгибаемых элементов (первое предельное состояние).** Изгибаемые элементы могут выйти из работы вследствие потери ими общей устойчивости. При потере устойчивости изгибаемый элемент (например, балка) при расположении нагрузки в плоскости главной оси инерции сначала изгибается в своей плоскости, затем при достижении нагрузкой критического значения начинает закручиваться и выходить из плоскости изгиба (рис. 3.15).

Приводя действующую нагрузку к одной эквивалентной сосредоточенной силе  $P$ , приложенной к середине пролета, для балок симметричного сечения, у которых центр изгиба совпадает с центром тяжести, можно определить критическое значение нагрузки. Критическое значение силы  $P_{\text{кр}}$  находят из условий равенства приращения работы внешних сил на случайных отклонениях балки из плоскости изгиба и приращения работы получающихся при этом внутренних напряжений:

$$P_{\text{кр}} = \frac{c}{l_0^2} \sqrt{EI_y \left( GI_k + \frac{\pi^2}{l_0^2} EI_\omega \right)} = \frac{c}{l_0^2} \sqrt{EI_y GI_k \left( 1 + \frac{\pi^2}{\alpha} \right)}, \quad (3.27)$$

где  $EI_y$  — жесткость балки в плоскости, перпендикулярной плоскости действия нагрузки;  $GI_k + \frac{\pi^2}{l_0^2} EI_\omega$  — жесткость при стесненном кручении;  $G$  — модуль сдвига;  $I_\omega$  — секториальный момент инерции;  $I_k$  — момент инерции при чистом кручении; для незамкнутых профилей, состоящих из пластин (например, двутавры);  $I_k = \eta \frac{\Sigma t^3 b}{3}$ , где  $\eta$  — коэффициент, зависящий от формы сечения (для двутавра из трех листов  $\eta=1,3$ );  $t$  — толщина пластины;  $b$  — ее ширина;  $c$  — коэффициент, зависящий от расположения нагрузки по верхнему или нижнему поясу балки и от закреплений на опорах;  $l_0$  — свободная длина сжатого пояса (между закреплениями);

$$\alpha = \frac{l_0^2 GI_k}{EI_\omega} \approx \frac{4l_0^2}{h^2} \frac{G}{E} \frac{I_k}{I_y} = \frac{4l_0^2}{h^2} \frac{1}{2(1+\nu)} \frac{I_k}{I_y} \approx 1,54 \left( \frac{l_0}{h} \right)^2 \frac{I_k}{I_y},$$

где  $\nu=0,3$  — коэффициент Пуассона;  $h$  — высота сечения балки.

Отсюда критический момент

$$M_{\text{кр}} = k P_{\text{кр}} l_0 = \frac{k c \sqrt{EI_y GI_k (1 + \pi^2/\alpha)}}{l_0}, \quad (3.28)$$

где  $k$  — коэффициент, зависящий от расположения нагрузки по длине балки.

При этом касательные напряжения не должны превышать  $0,5 R_{\text{ср}}$ .

Значения коэффициентов  $c_x$  и  $c_y$  даны в прил. 5.

Проверка предельного состояния по формулам (3.25) и (3.26) возможна только при распространении пластического течения материала на малой длине изгибаемого элемента (например, при равномерно распределенной нагрузке) (см. рис. 3.14,  $a$ ). При значительной протяженности зоны пластических деформаций, например при наличии зоны чистого изгиба (см. рис. 3.14,  $\delta$ ) общие прогибы получаются столь значительными, что изгибаемый элемент становится непригодным для эксплуатации раньше, чем пластические деформации в сечении достигнут величины  $\epsilon_{\text{ост}}=3$ .

Поэтому при наличии зоны чистого изгиба в формулах (3.25) и (3.26) вместо коэффициентов  $c_1$ ,  $c_x$  и  $c_y$  следует принимать соответственно  $c_{1m}=0,5(1+c)$ ;  $c_{xm}=0,5(1+c_x)$ ;  $c_{ym}=0,5(1+c_y)$ .

**Проверка общей устойчивости изгибаемых элементов (первое предельное состояние).** Изгибаемые элементы могут выйти из работы вследствие потери ими общей устойчивости. При потере устойчивости изгибаемый элемент (например, балка) при расположении нагрузки в плоскости главной оси инерции сначала изгибается в своей плоскости, затем при достижении нагрузкой критического значения начинает закручиваться и выходить из плоскости изгиба (рис. 3.15).

Приводя действующую нагрузку к одной эквивалентной сосредоточенной силе  $P$ , приложенной к середине пролета, для балок симметричного сечения, у которых центр изгиба совпадает с центром тяжести, можно определить критическое значение нагрузки. Критическое значение силы  $P_{\text{кр}}$  находят из условий равенства приращения работы внешних сил на случайных отклонениях балки из плоскости изгиба и приращения работы получающихся при этом внутренних напряжений:

$$P_{\text{кр}} = \frac{c}{l_0^2} \sqrt{EI_y \left( GI_k + \frac{\pi^2}{l_0^2} EI_\omega \right)} = \frac{c}{l_0^2} \sqrt{EI_y GI_k \left( 1 + \frac{\pi^2}{\alpha} \right)}, \quad (3.27)$$

где  $EI_y$  — жесткость балки в плоскости, перпендикулярной плоскости действия нагрузки;  $GI_k + \frac{\pi^2}{l_0^2} EI_\omega$  — жесткость при стесненном кручении;  $G$  — модуль сдвига;  $I_\omega$  — секториальный момент инерции;  $I_k$  — момент инерции при чистом кручении; для незамкнутых профилей, состоящих из пластин (например, двутавры);  $I_k = \eta \frac{\Sigma t^3 b}{3}$ , где  $\eta$  — коэффициент, зависящий от формы сечения (для двутавра из трех листов  $\eta=1,3$ );  $t$  — толщина пластины;  $b$  — ее ширина;  $c$  — коэффициент, зависящий от расположения нагрузки по верхнему или нижнему поясу балки и от закреплений на опорах;  $l_0$  — свободная длина сжатого пояса (между закреплениями);

$$\alpha = \frac{l_0^2 GI_k}{EI_\omega} \approx \frac{4l_0^2}{h^2} \frac{G}{E} \frac{I_k}{I_y} = \frac{4l_0^2}{h^2} \frac{1}{2(1+\nu)} \frac{I_k}{I_y} \approx 1,54 \left( \frac{l_0}{h} \right)^2 \frac{I_k}{I_y},$$

где  $\nu=0,3$  — коэффициент Пуассона;  $h$  — высота сечения балки.

Отсюда критический момент

$$M_{\text{кр}} = k P_{\text{кр}} l_0 = \frac{k c \sqrt{EI_y GI_k (1 + \pi^2/\alpha)}}{l_0}, \quad (3.28)$$

где  $k$  — коэффициент, зависящий от расположения нагрузки по длине балки.

## Критическое напряжение (на сжатой кромке балки)

$$\sigma_{kp} = \frac{M_{kp}}{W_x} = \frac{M_{kp} h}{2I_x} = \frac{kc}{2} \frac{h}{l_0} \frac{\sqrt{\frac{I_y I_k}{I_x}}}{\sqrt{EG \left(1 + \frac{\pi^2}{\alpha}\right)}} = \\ = \frac{kc}{2} \sqrt{\frac{I_k}{I_y}} \sqrt{EG} \frac{l_0}{h} \frac{I_y}{I_x} \left(\frac{h}{l_0}\right)^2 \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\alpha}},$$

или

$$\sigma_{kp} = A \frac{I_y}{I_x} (h/l_0)^2, \quad (3.29)$$

где

$$A = \frac{kc}{2} \sqrt{\frac{I_k}{I_y}} \sqrt{EG} \frac{l_0}{h} \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{\alpha}}.$$

Значения коэффициентов  $\alpha$  для прокатных и составных двутавров даны в гл. 7.

Критическое напряжение  $\sigma_{kp}$  зависит от положения нагрузки на балке; нагрузка, расположенная по верхнему поясу балки, увеличивает скручивание, расположенная по нижнему поясу — уменьшает его. Поэтому расположение нагрузки по верхнему поясу значительно опаснее. Положение нагрузки учитывается коэффициентом  $A$  в соответствии с главой СНиП II-23-81.

В несимметричных двутавровых балках с более развитым верхним поясом центр изгиба не совпадает с центром тяжести, и поэтому они закручиваются сильнее; однако это компенсируется тем, что момент инерции относительно оси  $y$  у сжатого более мощного пояса больше, а поэтому и его поперечная жесткость больше. В результате критические напряжения для несимметричных балок даже с достаточно большой асимметрией ( $I_{вп}/I_{ни} \approx 4$ ) остаются примерно такими же, как для симметричных.

Проверка общей устойчивости балки сводится к сравнению возникающих напряжений с критическими

$$M/\varphi_b W_c \leq R\gamma, \quad (3.30)$$

где  $M$  — изгибающий момент, определенный при действии расчетных нагрузок;  $W_c$  — момент сопротивления для сжатого пояса;  $\gamma = 0,95$ ;  $\varphi_b = \sigma_{kp}/\sigma_r$  — коэффициент перехода от нормативных сопротивлений к критическим напряжениям потери общей устойчивости изгибаемыми элементами (обычно называемый  $\varphi_b$  — балочный).

Следовательно,

$$\varphi_b = \frac{\sigma_{kp}}{\sigma_r} = \psi \frac{I_y}{I_x} \left(\frac{h}{l_0}\right)^2 \frac{E}{R}, \quad (3.31)$$

где  $\psi = A/\sigma_r$ .

Значения коэффициента  $\psi$  вычислены в функции  $\alpha$  при нагрузке, расположенной по верхнему или нижнему поясу, и для случая чистого изгиба (прил. 6); с помощью этих коэффициентов по формуле (3.31) определяется коэффициент  $\varphi_b$ .

При коэффициенте  $\varphi_b = 0,85$  критические напряжения переходят в упругопластическую фазу. В соответствии с этим ввиду уменьшения модуля деформации коэффициенты  $\varphi_b$  должны быть исправлены (см. гл. 7).

Проверку общей устойчивости балки можно не делать, если ее сжатый пояс достаточно закреплен в горизонтальном направлении сплошным жестким настилом или связями.

При учете упругопластической работы балки ее общая устойчивость ухудшается и расстояние между узлами связей, закрепляющими сжатый пояс от горизонтальных смещений, уменьшается умножением на коэффициент  $\delta \leq 1$  (см. гл. 7).

Проверка упругих деформаций, нарушающих нормальные условия эксплуатации (второе предельное состояние). В условиях нормального

режима работы сооружений, как указывалось в § 2, п. 1 данной главы, в балках могут появиться деформации, затрудняющие эксплуатацию конструкций. Эти деформации (прогибы) проверяют по упругой стадии работы конструкций от воздействия нормативных нагрузок, при этом возникающие прогибы  $f$  не должны превышать предельных  $[f]$ :

$$f \ll [f]. \quad (3.32)$$

Значения предельных прогибов приведены в табл. 3.3.

### 5. Предельные состояния и расчет стержней, сжатых осевой силой

Предельные состояния сжатых жестких стержней определяются развитием пластических деформаций при достижении напряжениями предела текучести, а гибких стержней — потерей устойчивости.

**Расчет на прочность.** Расчет на прочность центрально сжатых элементов выполняется так же, как и центрально растянутых, по формулам (3.16) и (3.17). Вместе с тем в этом случае могут быть учтены некоторые отличительные особенности работы материала на сжатие. Например, проверка прочности элементов с соединениями на болтах повышенной прочности может быть выполнена по сечению «брутто», т. е. без учета ослабления сечения отверстиями.

При малой длине выступающей части сжатого элемента (например, опорное ребро балки) его сечение определяется расчетом на местное смятие торцевой поверхности (при наличии пригонки) по формуле (3.17) с заменой в ней расчетного сопротивления  $R$  на  $R_{\text{смт}} = R_b$ .

**Проверка устойчивости гибких стержней, сжатых осевой силой.** Из курса сопротивления материалов известно, что при равенстве работы, совершаемой внешними силами при сближении концов стержня (рис. 3.16, а), работе деформации изгиба сжимаемого стержня сжимающая сила достигает своего критического значения. Прямой стержень при нагрузке его осевой силой до критического состояния имеет прямолинейную форму устойчивого состояния. При достижении силой критического значения его прямолинейная форма перестает быть устойчивой, стержень изгибается в плоскости, меньшей жесткости, и устойчивым состоянием у него будет новая криволинейная форма. Но уже при незначительном увеличении нагрузки искривление стержня начинает быстро нарастать и стержень теряет несущую способность (рис. 3.16, б).

Для упругого стержня, сжатого осевой силой шарнирно закрепленного по концам (основной случай), критическую силу определяют по формуле, выведенной в 1744 г. Л. Эйлером:

$$N_{\text{кр}} = \pi^2 EI / l_o^2. \quad (3.33)$$

Соответственно критические напряжения

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{N_{\text{кр}}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{\text{min}}}{l_o^2 A} = \frac{\pi^2 E i_{\text{min}}^2}{l_o^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l_o}{i_{\text{min}}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (3.34)$$

где  $i_{\text{min}} = \sqrt{I_{\text{min}}/A}$ ;  $A$  — площадь поперечного сечения без учета ослабления отверстиями для заклепок и болтов;

$\lambda = l_o/i_{\text{min}}$  — гибкость стержня, равная отношению расчетной длины стержня к радиусу инерции его сечения;

$l_o = \mu l$  — расчетная длина стержня;  $\mu$  — коэффициент приведения полной длины стержня  $l$  к расчетной, принимаемый в зависимости от условий закрепления стержня и его нагружения.

Формула (3.34) справедлива только при постоянном значении модуля упругости  $E$ , следовательно, только в пределах упругих деформаций, т. е. при напряжениях, не превышающих предел пропорциональности, и  $\lambda \geqslant \lambda_c = \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{пп}}}}$ .

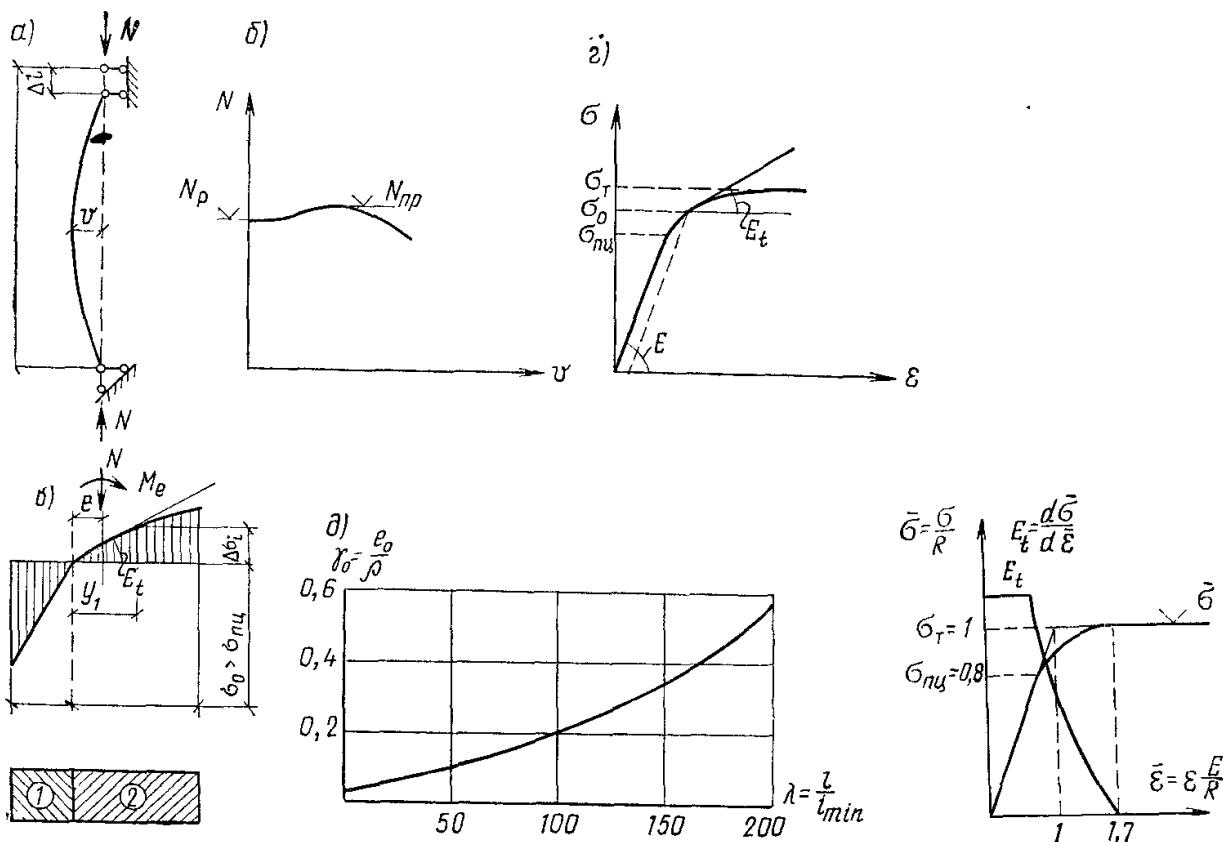


Рис. 3.16. Центрально-сжатый стержень

а — сближение концов сжатого стержня при потере устойчивости; б — зависимость между нагрузкой и прогибом; в — распределение напряжений при потере устойчивости; г — диаграмма работы материала; д — график начальных эксцентрикитетов; внизу справа — унифицированная диаграмма  $\bar{\sigma}$ — $\bar{\varepsilon}$

При средних и малых гибкостях стержня ( $\lambda < \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{пп}}}$ ) потеря его устойчивости происходит в упругопластической стадии работы материала при  $\sigma_{пп} < \sigma_0 < \sigma_t$ . Пока стержень сохраняет прямолинейную форму, напряжения распределяются равномерно по сечению (напряжения  $\sigma_0$  — рис. 3.16, в). При отклонении стержня от прямолинейного состояния на эти напряжения накладываются напряжения изгиба. Со стороны дополнительного сжатия от изгиба материал работает в упругопластической стадии (рис. 3.16, г), со стороны растягивающих напряжений от изгиба материал работает упруго (разгрузка происходит по закону Гука).

Таким образом, часть сечения 1 работает в упругой стадии с модулем деформаций  $E$ , часть сечения 2 — в упругопластической стадии с модулем деформации  $E_t = d\sigma/d\varepsilon$  (рис. 3.16, г).

Эпюра приращений внутренних напряжений  $\Delta\sigma_i$  является самоуравновешенной. Поскольку  $E > E_t$ , нейтральная ось изгиба смещается в сторону растягивающих напряжений, и внешний момент получает приращение  $\Delta M_e = N e'$ . Приращение момента внутренних напряжений от изгиба  $\Delta M_i = \int_A \Delta\sigma_i y_i dA$ .

В критическом состоянии приращение момента внешних сил равно приращению момента внутренних напряжений. Из этого условия можно определить величину критической силы при работе материала в упругопластической стадии.

Формулу Эйлера можно расширить и на этот случай работы стержня, если принять вместо постоянного модуля упругости  $E$  переменный приведенный модуль

$$T = (EI_1 + E_{пп}^{ocp} I_2)/I,$$

где  $I_1$  — момент инерции упругой части сечения 1;  $I_2$  — момент инерции упругопластической части сечения 2;  $I$  — общий момент инерции.

Тогда формула (3.34) запишется в виде

$$\sigma_{kp} = \pi^2 E / \lambda^2. \quad (3.35)$$

Изложенный подход (с учетом разгрузки) позволяет решить задачу об устойчивости центрально сжатого стержня при постоянной нагрузке ( $\Delta N=0$ ) и дает верхнюю оценку критической силы.

В условиях возрастания нагрузки ( $\Delta N > 0$ ) разгрузки сечения по упругому закону не происходит, все сечение работает в упругопластической стадии с переменным модулем деформаций  $E_t$  и критические напряжения можно определить по формуле

$$\sigma_{kp} = -\pi^2 E_t / \lambda^2.$$

Получаемая при этом критическая сила соответствует наименьшему ее значению.

В реальных конструкциях всегда есть причины, вызывающие кроме осевого сжатия еще и изгиб (эксцентрикитеты в приложении нагрузки, начальные искривления и другие причины). Эти эксцентрикитеты и погнутости зависят от многих факторов и являются случайными величинами. Изучение их статистическими методами показывает, что случайные эксцентрикитеты и погнутости увеличиваются при возрастании гибкости (рис. 3.16,  $\partial$ ). Для учета этих неблагоприятных факторов расчет стержней, сжатых осевой силой, производится как внецентренно сжатых (см. § 3, п. 6) с малыми эксцентрикитетами.

Проверка устойчивости стержней, сжатых осевой силой, сводится к сравнению напряжений, полученных от расчетных нагрузок и равномерно распределенных по сечению с критическими, вычисленными с учетом начальных эксцентрикитетов, т. е.

$$\sigma = N/A \ll \sigma_{kpe}.$$

Для удобства расчетов критические напряжения выражают через расчетное сопротивление стали, умноженное на коэффициент продольного изгиба  $\varphi$ ;  $\sigma_{kp} = \varphi R$  и устойчивость стержней, сжатых осевой силой, проверяют по формуле

$$N/A \ll \varphi R \gamma \text{ или } N/A \varphi \ll R \gamma. \quad (3.36)$$

Коэффициент  $\varphi$  зависит от гибкости стержня и величины расчетного сопротивления и определяется по формулам, приведенным в СНиП II-23-81. Численные значения  $\varphi$  приведены в прил. 7.

Величина критических напряжений, а следовательно, и значения коэффициентов  $\varphi$  зависит от вида диаграммы работы материала  $\sigma-\varepsilon$ , которая для разных марок стали различна. Однако при построении диаграмм растяжения сталей в безразмерных параметрах  $\sigma = \sigma/\sigma_t$  и  $\varepsilon = \varepsilon/E/\sigma_t$  (рис. 3.16,  $e$ ) их вид на участке  $0 < \sigma \leq 1$  (до перехода стали в пластическое состояние) приблизительно совпадает. Это дает возможность принять для всех марок стали единую унифицированную диаграмму работы.

Значения всех параметров, связанных с расчетом на устойчивость элементов конструкций, получены в нормах на основе такой унифицированной диаграммы.

## 6. Предельные состояния и расчет внецентренно растянутых и внецентренно сжатых элементов

Предельные состояния внецентренно растянутых и жестких внецентренно сжатых элементов определяются несущей способностью по прочности или развитием пластических деформаций, а гибких внецентренно сжатых — потерей устойчивости.

**Расчет на прочность.** Предельные состояния по прочности внецентренно растянутых (растянуто-изогнутых) и внецентренно сжатых (сжато-изогнутых) элементов конструкций при динамических воздействиях, а также элементов конструкций, выполненных из сталей высокой

прочности с расчетным сопротивлением  $R > 580$  МПа, определяются достижением наибольшими фибральными напряжениями расчетного сопротивления. Их расчет выполняется по упругой стадии работы материала по формуле

$$N/A_{\text{нт}} \pm \frac{M_x}{I_{x\text{нт}}} y \pm \frac{M_y}{I_{y\text{нт}}} x \leq R\gamma. \quad (3.37)$$

Для внецентренно сжатых и внецентренно растянутых элементов из пластичных сталей с пределом текучести до 580 МПа при действии статических нагрузок предельное состояние по прочности определяется с учетом развития пластических деформаций.

Развитие пластических деформаций при наличии момента и продольной силы так же, как и в изгибаемых элементах, приводит к образованию шарнира пластичности, но при этом положение нейтральной оси в процессе развития пластических деформаций смещается (рис. 3.17). При увеличении момента и продольной силы на одной из сторон стержня фибральные напряжения достигают предела текучести и затем останавливаются в своем развитии.

Напряжения в прочих фибрах (угол наклонной части эпюры напряжений) продолжают расти, пока, наконец, напряжения на другой стороне стержня не достигнут предела текучести, после чего пластичность распространяется на все фибры сечения (см. рис. 3.17). Очевидно, что разность площадей эпюр напряжений, умноженная на  $\sigma_t$ , равна предельной продольной силе

$$N_{\text{пр}} = \sigma_t A_1, \quad (3.38)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — площади частей сечения, показанные на рис. 3.17.

Площадь  $A_2$  определяет одну составляющую пары изгибающего момента; такая же площадь на другой стороне сечения должна определять вторую составляющую этой пары. Отсюда предельный момент

$$M_{\text{пр}} = \sigma_t A_2 e, \quad (3.39)$$

где  $e$  — расстояние между центрами площадей  $A_2$ .

Таким образом, в пластической стадии напряжения от продольной силы и момента можно условно разделить. Напряжения от продольной силы занимают среднюю часть — сечения  $A_1 = A - 2A_2$ , а напряжения от момента — края на площадях  $A_2$ .

При развитии шарнира пластичности соотношение предельных продольных сил, отвечающих наличию момента  $N_{\text{пр}}^m$  и его отсутствию  $N_{\text{пр}}^o$ , определяется отношением  $v = N_{\text{пр}}^m / N_{\text{пр}}^o < 1$ , а соотношение предельных моментов, отвечающих наличию продольной силы  $M_{\text{пр}}^N$  и ее отсутствию  $M_{\text{пр}}^o$ , определяется отношением  $\mu = M_{\text{пр}}^N / M_{\text{пр}}^o < 1$ .

Для прямоугольного сечения связь между этими отношениями выражается параболой (рис. 3.18)

$$v^2 + \mu v + \mu = 1. \quad (3.40)$$

Для двутавровых сечений эта зависимость ближе к линейной и может быть выражена

$$v^2 - a\mu v + \mu = 1, \quad (3.41)$$

где  $a$  — коэффициент, определяемый характером распределения материала по сечению двутавра.

Аналогичный подход может быть использован и при работе стержня на совместное действие двух моментов  $M_x$  и  $M_y$  и нормальной силы.

Образование шарнира пластичности приводит к неограниченному росту перемещений. Для обеспечения эксплуатационной пригодности конструкций проверяют прочность элементов при совместном действии изгиба и осевой силы, как и изгибаемых элементов (см. п. 4 настоящего параграфа), по критерию ограниченных пластических деформаций

$$\left( \frac{N}{A_{\text{нт}} R\gamma} \right)^n + \frac{M_x}{c_x M_{x\min} R\gamma} + \frac{M_y}{c_y W_{y\min} R\gamma} \leq 1. \quad (3.42)$$

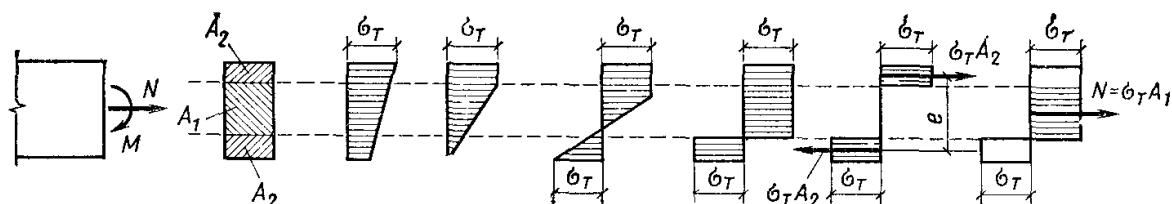


Рис. 3.17. Образование шарнира пластичности при действии  $M$  и  $N$

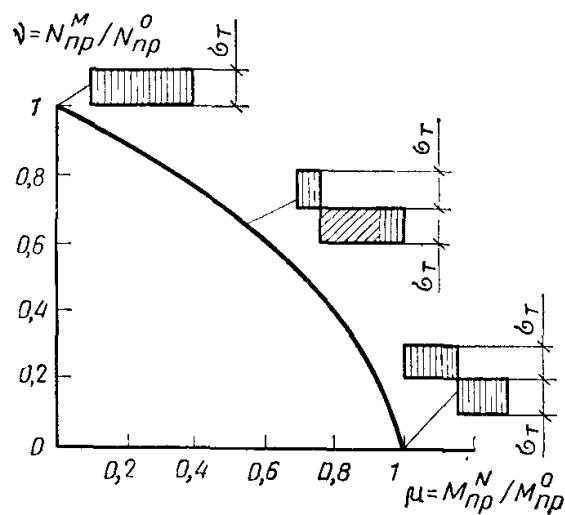
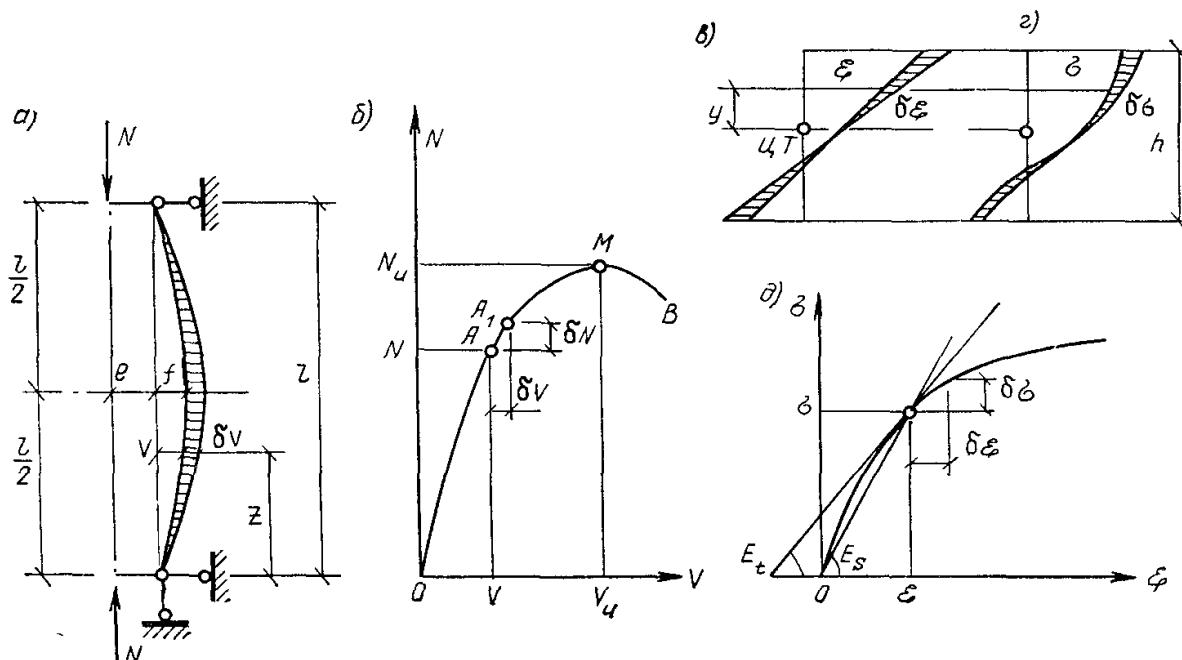


Рис. 3.18. Границная кривая перехода материала в пластическое состояние при совместном действии  $M$  и  $N$

Рис. 3.19. К расчету внецентрико-сжатых стержней при потере устойчивости

*a* — расчетная схема; *b* — кривая состояния равновесия; *в* — эпюра деформаций в сечении; *г* — эпюра напряжений; *д* — диаграмма работы материала



Коэффициенты  $n$ ,  $c_x$  и  $c_y$  учитывают степень развития пластических деформаций и зависят от формы сечения. Численные значения этих коэффициентов при  $\epsilon=3$  для некоторых типов сечения приведены в прил. 5.

**Проверка устойчивости внецентренно сжатых (сжато-изгибаемых) элементов.** При приложении сжимающей силы с эксцентрикитетом стержень работает как внецентренно сжатый. При одновременном приложении продольной осевой силы и поперечной нагрузки, вызывающей изгиб, стержень будет сжато-изгибающимся. Хотя в том и в другом случае по сечению развиваются напряжения одинакового вида, вызванные продольной силой и моментом, работа стержня в этих случаях несколько отличается главным образом в предельном состоянии при малых гибкостях. Однако в целях упрощения практических методов расчета (в небольшой запас) сжато-изгибающие стержни при рассмотрении критического состояния потери устойчивости приравниваются к внецентренно сжатым, имеющим эксцентрикитет  $e=M/N$ .

Напомним, что даже при осевом приложении нагрузки всегда имеют-

ся случайные эксцентрикитеты, и поэтому исследованная выше работа центрально сжатых стержней (п. 5 данного параграфа) является по существу работой сжатых стержней с малыми эксцентрикитетами. Работа же внецентренно сжатых стержней с большими или малыми эксцентрикитетами не имеет принципиальных отличий; только большие значения эксцентрикитетов и моментов сказываются на работе внецентренно сжатых стоек более ярко, процесс же потери устойчивости остается тождественным.

При внецентренном сжатии с самого начала приложения нагрузки помимо продольной деформации возникает изгиб стержня (рис. 3.19, а). Поэтому расчет таких стержней следует проводить по деформированной схеме.

На рис. 3.19, б показана зависимость между сжимающей силой  $N$  и стрелкой прогиба стержня  $v$ . Восходящая ветвь диаграммы характеризует устойчивое состояние стержня, нисходящая — неустойчивое, а несущая способность равна максимальному значению сжимающей силы  $N_u$ , которая может быть воспринята стержнем.

При определении критической (пределной) силы  $N_u$  принимаются следующие основные предпосылки:

перемещения считаются достаточно малыми, что позволяет использовать приближенное выражение для кривизны изогнутой оси

$$\rho \approx -v''; \quad (3.43)$$

относительные деформации в поперечном сечении  $\epsilon$  следуют гипотезе плоских сечений (рис. 3.19, в)

$$\epsilon = \epsilon_0 + \rho y = \epsilon_0 - v'' y; \quad (3.44)$$

связь между нормальными напряжениями  $\sigma$  и относительными деформациями  $\epsilon$  для материала устанавливается зависимостью

$$\sigma = f(\epsilon); \quad (3.45)$$

в процессе возрастания нагрузки и в момент потери устойчивости влияние разгрузки не учитывается, т. е. рассматривается нелинейно упругий материал (см. рис. 3.16, в и 3.19, б) как в условиях дозагрузки, так и разгрузки.

Для определения предельной нагрузки  $N_u$  применим метод бесконечно малых возмущений в окрестностях состояний равновесия стержня. Для этого рассмотрим некоторое исходное состояние равновесия в точке  $A$  (см. рис. 3.19, б). Условия равновесия внешних и внутренних сил и изгибающих моментов в сечениях стержня имеют вид

$$-\int_A \sigma dA + N = 0; \quad -\int_A \sigma y dA + N(v + e) = 0. \quad (3.46)$$

Наряду с этим рассмотрим другое состояние равновесия в точке  $A_1$ , отличающееся от исходного на бесконечно малую величину перемещения  $\delta v$  (см. рис. 3.19, а, б). При этом деформации и напряжения в сечениях получают приращения, равные соответственно  $\delta v$  и  $\delta\sigma$  (см. рис. 3.19, в, г). Условия равновесия внешних и внутренних сил и моментов для нового равновесного состояния в точке  $A_1$  получат следующий вид:

$$-\int_A (\sigma + \delta\sigma) dA + N + \delta N = 0; \quad -\int_A (\sigma + \delta\sigma) y dA + (N + \delta N)(v + \delta v + e) = 0. \quad (3.47)$$

Вычитая почленно из уравнений (3.47) уравнения (3.46) с точностью до бесконечно малых второго порядка, получим условия равновесия для бесконечно малых приращений:

$$-\int_A \delta\sigma dA + \delta N = 0; \quad -\int_A \delta\sigma y dA + N \delta v + \delta N(v + e) = 0. \quad (3.48)$$

Полученные зависимости (3.48) справедливы для любой точки кривой состояний равновесия ОМВ (см. рис. 3.19, б).

Практический интерес представляет решение этих уравнений для точки  $M$  максимума кривой *OMB*. В бесконечно малой окрестности точ-

ки  $M$  сжимающая сила постоянна, в связи с чем имеем  $\delta N = 0$ . При этом из уравнений (3.48) получаем:

$$-\int_A \delta \sigma dA = 0; \quad -\int_A \delta \sigma y dA + N \delta v = 0. \quad (3.49)$$

Из диаграммы работы материала  $\sigma = f(\varepsilon)$  имеем (см. рис. 3.19,  $\partial$ )

$$\delta \sigma = \delta \varepsilon \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E_t \delta \varepsilon, \quad (3.50)$$

где  $E_t$  — касательный модуль для диаграммы работы материала стержня.

С учетом (3.44) находим

$$\delta \varepsilon = \delta \varepsilon_0 + \delta v'' y = \delta \varepsilon_0 - \delta v'' y. \quad (3.51)$$

Подставляя  $\delta \sigma$  из (3.50) в условия равновесия (3.49) с учетом (3.51), получим:

$$-\int_A E_t (\delta \varepsilon_0 - \delta v'' y) dA = 0; \quad -\int_A E_t (\delta \varepsilon_0 - \delta v'' y) y dA + N \delta v = 0. \quad (3.52)$$

Определяя из первого уравнения системы (3.52) величину  $\delta \varepsilon_0$  и подставляя ее во второе уравнение этой системы, получим дифференциальное уравнение для определения  $N_u$  в следующем виде:

$$EI_t \delta v'' + N \delta v = 0, \quad (3.53)$$

где  $I_t$  — момент инерции приведенного с учетом касательного модуля сечения относительно его собственной центральной оси.

При решении практических задач форма изогнутой оси обычно принимается по полуволне синусоиды (см. рис. 3.19,  $a$ )

$$v = f \sin \frac{\pi z}{l}. \quad (3.54)$$

В этом случае условия равновесия достаточно рассмотреть только в наиболее напряженном (срединном) сечении стержня. При этом из решения уравнения (3.53) с учетом (3.54) находим

$$N_u = \pi^2 EI_t / l^2. \quad (3.55)$$

Для определения приведенной жесткости стержня  $EI_t$  необходимо знать эпюру напряжений в наиболее нагруженном сечении стержня. Зависимость (3.45) можно записать в виде

$$\sigma = E_S \varepsilon = E_S (\varepsilon_0 - v'' y),$$

где  $E_S$  — секущий модуль (см. рис. 3.19,  $\partial$ ).

Тогда, рассматривая систему (3.46) с учетом (3.45) получим дифференциальное уравнение изгиба внецентренно сжатого стержня

$$EI_{ef} v'' + N (v + e) = 0, \quad (3.56)$$

где  $I_{ef} = M/E\rho$  — момент инерции приведенного с учетом секущего  $E_S$  модуля сечения относительно его собственной центральной оси.

Из решения уравнения (3.56) с учетом (3.54) для срединного сечения стержня в точке максимума  $M$  кривой его состояний равновесия ( $v=f$ ;  $N=N_u$ ) получаем

$$M = N_u (e + f) = \frac{N_u e}{1 - N_u / N_{ef}}, \quad (3.57)$$

где

$$N_{ef} = \pi^2 EI_{ef} / l^2.$$

Таким образом, значения предельных параметров в точке  $M$  определяются в результате совместного решения двух уравнений (3.55) и (3.57) для срединного сечения стержня.

В соответствии с изложенным разработана методика расчета на устойчивость внецентренно сжатых и сжато-изогнутых элементов, установленная в нормах на проектирование стальных конструкций.

Проверка устойчивости элементов постоянного сечения в плоскости действия момента, совпадающей с плоскостью симметрии (изгибная форма потери устойчивости), производится по формуле

$$N/\Phi_{BH} A \ll R\gamma, \quad (3.58)$$

Рис. 3.20. Графики коэффициентов  $\varphi_{\text{вн}}$

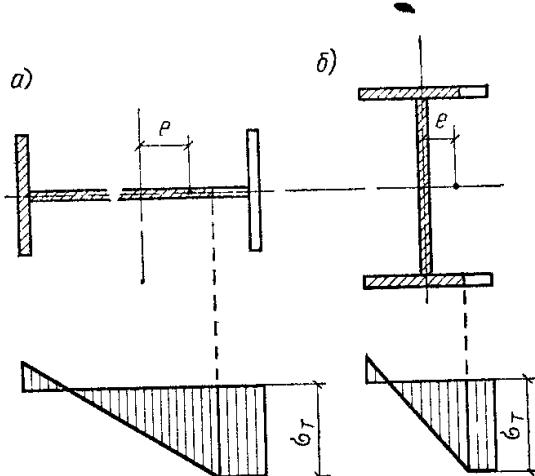
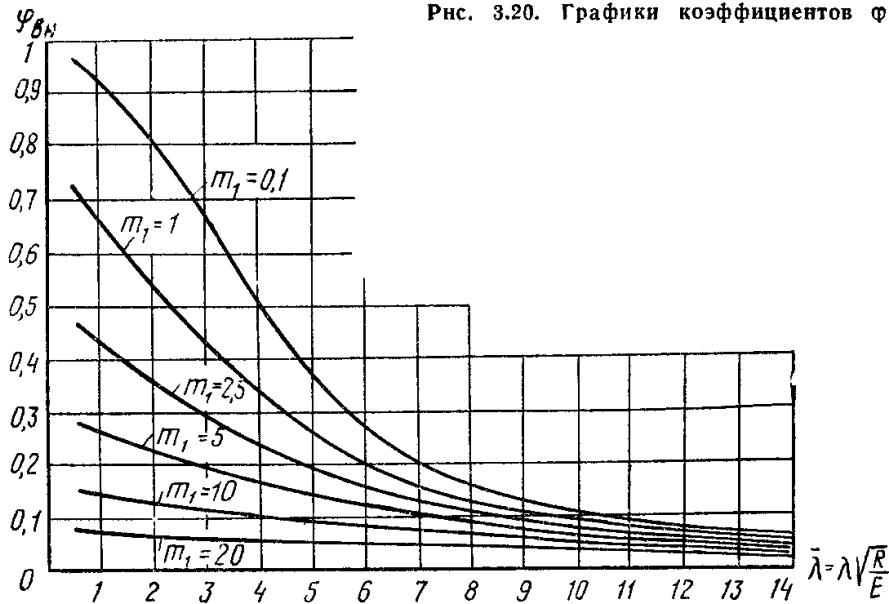


Рис. 3.21. Распространение гибких деформаций в двутавровом сечении  
а — при эксцентриситете в плоскости стенки;  
б — при эксцентриситете перпендикулярно стенке

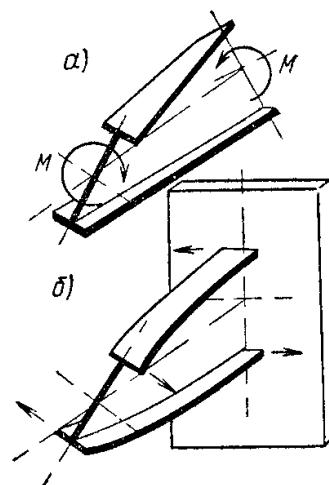


Рис. 3.22 Кручение балки  
а — свободное, б — стесненное

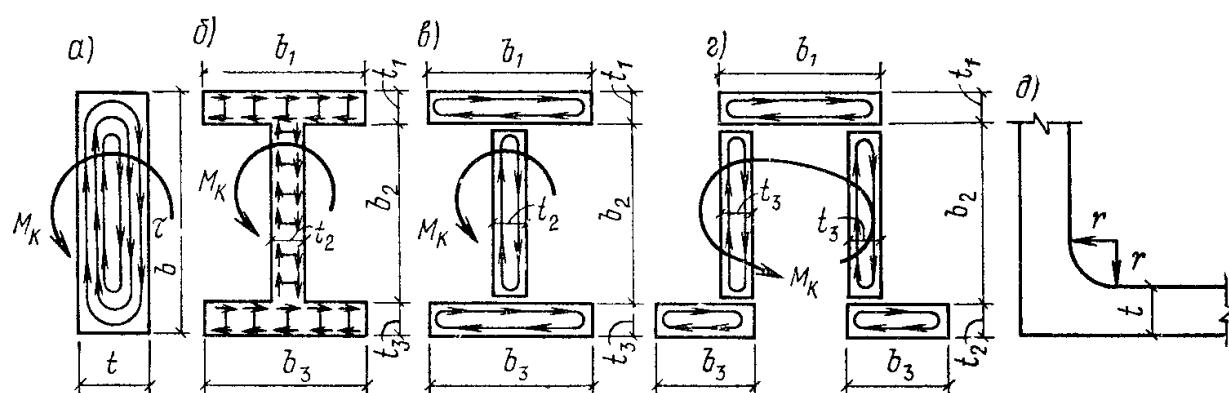


Рис. 3.23. Кручение различных профилей

а — пластины, б — двутавра, в — двутавра, расчлененного на пластины, г — то же, швеллера;  
д — сопряжение пластин

где  $\varphi_{\text{вн}} = \sigma_{\text{ср вн}} / R$  — коэффициент снижения расчетных напряжений при внецентральном сжатии определяется в зависимости от условной гибкости  $\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{R/E}$  и приведенного эксцентриситета  $m_1$ , определяемого по формуле

$$m_1 = \eta m, \quad (3.59)$$

где  $\eta$  — коэффициент влияния формы сечения,  $m = eA/W_c$  — относительный эксцентриситет (отношение эксцентриситета к радиусу ядра сечения);  $W_c$  — момент сопротивления для наиболее сжатого волокна,  $e = M/N$  — эксцентриситет приложения нормальной силы,  $M$  — расчетный момент, принимаемый в зависимости от условий закрепления стержня по концам и вида эпюры моментов

Зависимость коэффициента  $\varphi_{\text{вн}}$  от гибкости и приведенного эксцентрикитета показана на рис. 3.20 (см. прил. 8).

Коэффициент влияния формы сечения учитывает степень ослабления сечения при потере устойчивости пластическими деформациями. При сжатии двутаврового сечения с эксцентрикитетом в плоскости стенки (рис. 3.21, а) текучесть быстро распространяется по толщине полки и сечение превращается в тавровое. Резкое ослабление сечения в этом случае учитывается коэффициентом  $\eta > 1$ . В случае незначительного ослабления сечения пластическими деформациями (рис. 3.21, б) коэффициент  $\eta < 1$ . Для прямоугольного сечения  $\eta = 1$ . В сквозных внецентренно-сжатых стержнях напряжения по сечению ветвей распределяются почти равномерно, т. е. ветви работают на центральное сжатие. Поэтому расчет их на устойчивость ведут по появлению краевой текучести. Коэффициент влияния формы сечения в этом случае не учитывают. Значения коэффициента  $\varphi_{\text{вн}}$  (см. прил. 9) получаются меньше, чем для сплошностенчатых стержней.

Если сжимающая сила приложена не в центре изгиба, то стержень не только изгибается, но и закручивается и теряет устойчивость по изгибо-крутильной форме. Переход части сечения в пластическую стадию работы смешает центр изгиба и также способствует закручиванию стержня. Эта форма потери устойчивости наиболее характерна для тонкостенных незамкнутых сечений, обладающих низкой крутильной жесткостью.

Во внецентренно сжатых элементах, у которых жесткости в обоих главных направлениях различны ( $I_x > I_y$ ) и момент действует в плоскости наибольшей жесткости, возможна потеря устойчивости в плоскости, перпендикулярной действующему моменту. Проверка устойчивости таких стержней из плоскости действия момента согласно СНиП II-23-81 производится по формуле

$$N/c\varphi_y A \leq R\gamma, \quad (3.60)$$

где  $\varphi_y$  — коэффициент продольного изгиба, принимаемый как для центрально сжатого стержня в зависимости от гибкости  $\lambda_y$  (см. прил. 7);  $c$  — коэффициент, учитывающий изгибо-крутильную форму потери устойчивости и зависящий от относительного эксцентрикитета и формы сечения.

Практические рекомендации по проверке устойчивости сжато-изогнутых стержней изложены в гл. 14.

## 7. Кручение, расчет на кручение элементов конструкций

Элементы конструкций при свободном кручении, т. е. когда они по длине и на концах не стеснены и каждое сечение может депланировать (перекаиваться) в зависимости от развивающихся продольных деформаций (рис. 3.22, а), рассчитывают на чистое кручение. Изгибающие моменты в таких элементах равны нулю.

Расчет этих элементов ведется методами, изложенными в курсе сопротивления материалов и теории упругости. По этим методам

$$\tau_{\max} = M_k r / I_k = M_k / W_k, \quad (3.61)$$

где  $M_k$  — крутящий момент;  $r$  — расстояние от центра кручения до точки, в которой касательные напряжения имеют максимальное значение;  $W_k$  — момент сопротивления при кручении;  $I_k$  — момент инерции при кручении.

Момент инерции при кручении сложного профиля, который можно расчленить на ряд пластин, определяют как сумму моментов инерции отдельных пластин (рис. 3.23) :

$$I_k = \alpha (I_{k1} + I_{k2} + \dots + I_{kn}) = \alpha \sum_1^n I_{ki}. \quad (3.62)$$

Например, для двутаврового профиля (см. рис. 3.23, б)

$$I_k = \alpha (I_{k1} + I_{k2} + I_{k3}) = \frac{\alpha}{3} [b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3 + b_3 t_3^3], \quad (3.63)$$

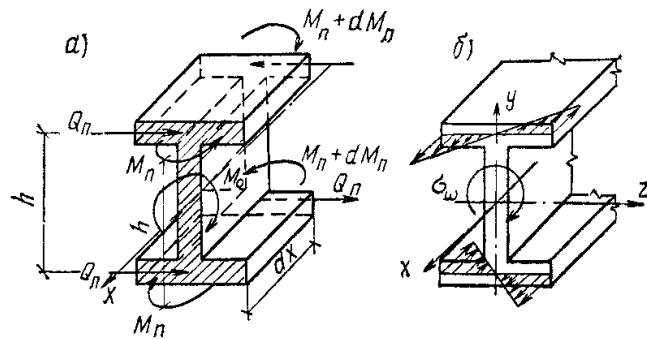


Рис. 3.24. Нормальные напряжения при кручении тонкостенного двутаврового профиля

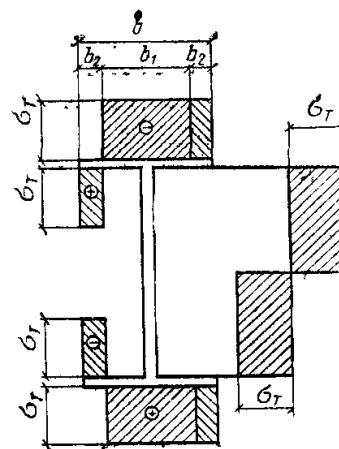


Рис. 3.25. Распределение напряжений в пластической стадии при изгибе и кручении

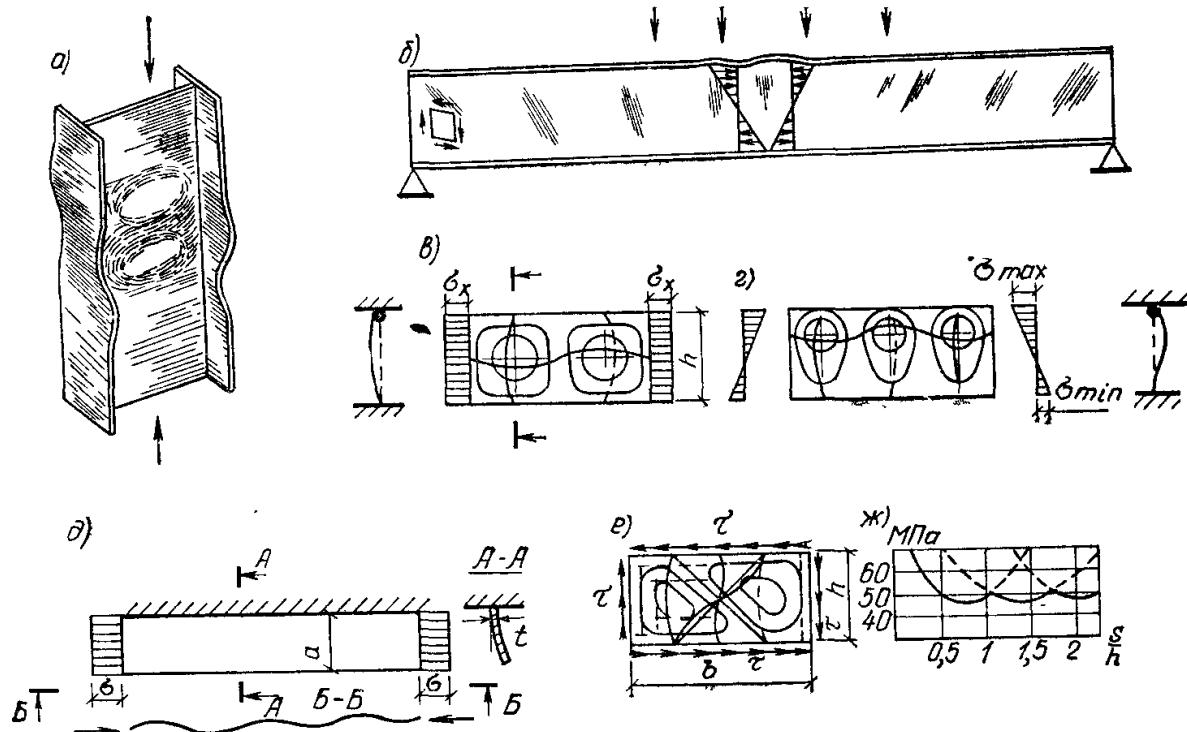


Рис. 3.26. Местная потеря устойчивости поясами и стенкой

*a* — в центрально сжатом элементе; *б* — в изгибаемом элементе; *в* — при равномерном распределении напряжений по сечению; *г* — при иеравномерном распределении напряжений по сечению; *д* — пластиной при защемлении по одной кромке (свес полки); *е* — при действии касательных напряжений; *ж* — изменение критических напряжений изгиба при увеличении  $S/h$  ( $S$  — длина волны)

где  $\alpha$  — коэффициент: для двутавров — 1,3, для швеллеров — 1,12, для уголков — 1, для сварных балок с ребрами жесткости и приваренными к ним поясами — 1,5, для клепанных балок — 0,5.

Этот метод дает достаточно хорошие результаты при определении основных напряжений и при подборе сечений. Однако он не учитывает концентрации касательных напряжений при кручении, возникающей во входящих закругленных углах, которую необходимо учитывать при проверке выносливости конструкций и возможности хрупкого разрушения.

По исследованиям Э. Треффца, наибольшее напряжение в закруглениях (см. рис. 3.23, *д*)

$$\tau_{max} = 1,74 \tau_0 \sqrt[3]{t/r}. \quad (3.64)$$

При стесненном кручении, т. е. когда свободная депланация сечения становится невозможной, кручение сопровождается изгибом отдельных элементов сечения (например, полок двутаврового профиля см. рис. 3.22, *б*); такое кручение называют стесненным или изгибным кручением.

Из курса сопротивления материалов известно, что при стесненном кручении стержень закручивается и происходит изгиб каждой из пла-

стин профиля (например, полок двутаврового профиля, см. рис. 3.22, б). Полки изгибаются в противоположных направлениях поперечными силами, возникающими от действия крутящего момента, в результате чего в них возникают изгибающие моменты и дополнительные секториальные напряжения (рис. 3.24б). Воздействия этих двух противоположных моментов характеризуются дополнительной силовой функцией — бимоментом  $B$ , равным произведению моментов  $M_{\text{п}}$  на расстояние между ними  $h$  (см. рис. 3.24, а); таким образом,  $B = M_{\text{п}}h$ , что эквивалентно моменту внешних сил, умноженному на эксцентрикитет от плоскости приложения этих сил до центра изгиба.

Наибольшие значения этих (секториальных) напряжений

$$\sigma_{\omega} = B/W_{\omega}, \quad (3.65)$$

где  $W_{\omega}$  — секториальный момент сопротивления, равный  $I_{\omega}/\omega_1$ ;  $I_{\omega}$  — секториальный момент инерции сечения.

$$I_{\omega} = \int_A \omega^2 dA, \quad (3.66)$$

$\omega_1$  — секториальная площадь крайней точки сечения.

Для прокатных сечений (швеллеров и двутавров) секториальные характеристики (момент инерции, момент сопротивления) приводятся в справочниках.

Общее выражение напряжения элемента, подвергнутого воздействию продольной силы  $N$ , моментов в двух плоскостях  $M_x$  и  $M_y$  и кручения, имеет вид

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x y}{I_x} + \frac{M_y x}{I_y} + \frac{B\omega_1}{I_{\omega}}. \quad (3.67)$$

После достижения краевыми напряжениями предела текучести по сечению начинают развиваться пластические деформации, и при последующем увеличении нагрузки они пронизывают все сечение (рис. 3.25).

При полном развитии пластических деформаций напряжения от изгиба и закручивания условно можно разделить. Напряжения от изгиба сосредоточиваются в средней части полки шириной  $b_1 = b - 2b_2$  и стенке, а кручение уравновешивается напряжениями, действующими на краевых участках полок. Соответственно с уменьшением ширины полок, активно участвующих в восприятии изгибающего и крутящего моментов, несущая способность изгибаемой балки при наличии закручивания существенно снижается.

## 8. Проверка местной устойчивости элементов

У тонкостенных стержней, особенно небольшой гибкости, стенка или полка могут потерять устойчивость раньше, чем происходит потеря устойчивости стержня в целом (рис. 3.26). Потеря устойчивости каким-либо элементом сечения стержня (местная потеря устойчивости) и выход его из работы (даже частичный) резко ослабляют стержень, часто делая недеформированную часть сечения несимметричной; центр изгиба при этом перемещается, стержень начинает закручиваться и быстро теряет устойчивость.

Потеря устойчивости может произойти от воздействия нормальных, равномерно распределенных по сечению напряжений (стенки и полки центрально сжатых и полки изгибаемых элементов), нормальных неравномерно распределенных напряжений (стенки внецентренно сжатых стержней и изгибаемых элементов), касательных напряжений (стенки изгибаемых элементов) и от совместного воздействия нормальных и касательных напряжений (см. рис. 3.26).

Потеря устойчивости может происходить как при упругой, так и при упругопластической работе элемента.

При решении задачи о местной устойчивости считают, что отдельные элементы, составляющие стержень, работают как пластиинки, соединенные между собой шарнирно, упруго или жестко.

Критическую силу потери устойчивости находят из условия равенства работы внешних сил и напряжений, возникающих в пластине при данной форме деформации. Критическая сила зависит от упругих свойств материала, размеров пластины — ширины, длины (расстояния между окаймлениями пластины), толщины и условий закрепления ее по краям. Длинная пластинка, закрепленная только по продольным краям (см. рис. 3.26, *д*), теряет устойчивость по волнобразной поверхности. Длина волны зависит от силовых воздействий и характера закрепления пластины, в частности при равномерном распределении напряжений длина волны равна ширине пластины (см. рис. 3.26, *в*). При большом числе волн критическая сила потери местной устойчивости при упругой работе материала

$$N_{\text{кр}} = c\pi^2 EI_{\text{ц}}/h^2, \quad (3.68)$$

где  $c$  — функция, зависящая от вида закрепления и распределения напряжений по сечению;  $EI_{\text{ц}}=EI/(1-v^2)=Eht^3/12(1-v^2)$  — цилиндрическая жесткость пластины;  $v$  — коэффициент Пуассона;  $h$  и  $t$  — ширина (высота) и толщина пластины.

Соответственно критическое напряжение

$$\sigma_{\text{кр}} = N_{\text{кр}}/ht = \frac{c\pi^2 E}{12(1-v^2)} (t/h)^2 = k(t/h)^2. \quad (3.69)$$

Для того чтобы местная устойчивость не ограничивала несущей способности элемента, действующие в пластинке напряжения не должны превышать  $\sigma_{\text{кр}}$ . Варьируя размерами пластинки и условиями закрепления, добиваются повышения  $\sigma_{\text{кр}}$  и обеспечения местной устойчивости.

Рассмотрим наиболее распространенные случаи местной устойчивости элементов металлических конструкций.

#### Пояса балок и колонн

Сжатые поясы двутавровых сечений балок и колонн представляют собой длинную пластину, нагруженную равномерно распределенными по сечению пластины нормальными напряжениями, действующими вдоль ее длинной стороны, и прикрепленную длинной стороной к стенке двутаврового сечения. Потеря устойчивости такой пластины происходит путем волнобразного выпучивания ее краев (см. рис. 3.26, *д*), середина же пластины остается прямолинейной, так как стена препятствует ее выпучиванию.

В балках, работающих без учета пластических деформаций, критические напряжения, полученные по формуле (3.69), приравниваются к расчетному сопротивлению материала пояса  $\sigma_{\text{кр}}=R$  и из этого условия получается, что неокаймленный свес пояса (половина ширины пояса) должен быть

$$b_{\text{св}}/t_{\text{п}} \leq 0,5 \sqrt{E/R}, \quad (3.70)$$

где  $b_{\text{св}}$  — неокаймленный свес пояса;  $t_{\text{п}}$  — толщина пояса.

Для малоуглеродистых сталей отношение свеса к толщине пояса составляет около 15.

В случае учета пластических деформаций в работе балки устойчивость пояса ухудшается, и требования для проверки устойчивости поясов двутавровых балок получены из условия одновременной потери устойчивости стенки и пояса.

$$b_{\text{св}}/t_{\text{п}} \leq 0,11h_{\text{ст}}/t_{\text{ст}}, \text{ но не более } 0,5 \sqrt{E/R}, \quad (3.71)$$

где  $h_{\text{ст}}$  — расчетная высота стенки балки;  $t_{\text{ст}}$  — толщина стенки балки.

В колоннах местная устойчивость поясных листов приравнивается к общей устойчивости колонны и принимается  $\sigma_{\text{кр}}=\varphi R$ . Уменьшение  $\sigma_{\text{кр}}$  для полок колонн дает возможность увеличить свес пояса, и поэтому в колоннах свес пояса обычно может быть больше, чем в балках. Неокаймленный свес полки колонны определяется по формуле

$$b_{\text{св}}/t_{\text{п}} \leq (0,36 + 0,10\bar{\lambda}) \sqrt{E/R}, \quad (3.72)$$

где  $0,8 < \bar{\lambda} < 4$  — условная гибкость колонны.

**Стенки центрально сжатых колонн** двутаврового сечения представляют собой длинную пластину, нагруженную равномерно распределенными по сечению пластины нормальными напряжениями, действующими вдоль ее длинной стороны. Эта пластина прикреплена к поясам колонн, которые препятствуют ее выпучиванию по краям. Потеря устойчивости такой пластины может происходить путем волнообразного выпучивания ее середины (см. рис. 3.26, в), причем длина полуволны составляет около 0,7 ширины пластины. Коэффициент  $c$  в формуле (3.69) зависит от условий закрепления поясов и стенки центрально-сжатых колонн.

Устойчивость стенки колонн подобно устойчивости поясов приравнивается к общей устойчивости колонны, но предельные отношения ширины стенки к ее толщине благодаря разным условиям закрепления пластины получаются больше, и для стенок из малоуглеродистой стали при  $\lambda = 2,8$  доходят до 70:

$$h_{ct}/t_{ct} < (0,36 + 0,8 \lambda) \sqrt{E/R}, \text{ но не более } 2,9 \sqrt{E/R}, \quad (3.73)$$

где  $h_{ct}$  и  $t_{ct}$  — ширина и толщина стенки;  $\lambda > 0,8$  — условная гибкость колонны.

**Стенки внецентренно сжатых колонн** двутаврового сечения по условиям закрепления не отличаются от стенок центрально сжатых колонн, но напряженное состояние их более благоприятно, так как момент уменьшает сжимающие нормальные напряжения в части стенки (см. рис. 3.26, г).

Это обстоятельство учитывается коэффициентом  $\alpha$ :

$$\alpha = (\sigma_{max} - \sigma_{min})/\sigma_{max}, \quad (3.74)$$

где  $\sigma_{max}$  — наибольшее сжимающее напряжение у расчетной границы стенки, принимаемое со знаком «плюс» и вычисленное без учета коэффициентов  $\varphi_{\text{вн}}$  или  $\varphi_f$ ;  $\sigma_{min}$  — соответствующее напряжение у противоположной расчетной границы стенки со своим знаком.

Влияние неравномерности сжатия стенки на ее устойчивость удобно проследить по изменению коэффициента  $k$  в формуле (3.69) (см. табл. 7.3).

Из таблицы видно, что устойчивость пластины в зависимости от «полноты эпюры» сжимающих напряжений может изменяться до 3 раз. Однако на внецентренно сжатую колонну почти всегда помимо нормальной силы и момента действует и поперечная сила, вызывающая в стенке колонны касательные напряжения, которые ухудшают устойчивость стенки.

Проверка местной устойчивости стенки внецентренно сжатой колонны может быть осуществлена при  $\alpha \leq 0,5$  по формуле (3.73) как для центрально сжатой колонны, при  $\alpha \geq 1$  — по формуле

$$h_{ct}/t_{ct} = 4,35 \sqrt{\frac{(2\alpha - 1) E}{\sigma_{max} (2 - \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\beta^2})}} \leq 3,8 \sqrt{E/R}, \quad (3.75)$$

где  $\beta = 1,4(2\alpha - 1) \frac{\tau}{\sigma}$ ;  $\tau = Q/t_{ct}h_{ct}$  — среднее касательное напряжение в рассматриваемом сечении;  $\sigma_{max}$  — наибольшее сжимающее напряжение у расчетной границы стенки.

При  $0,5 < \alpha < 1$  отношение

$$h_{ct}/t_{ct}$$

определяется линейной интерполяцией между значениями, вычисленными при  $\alpha = 0,5$  и  $\alpha = 1$ .

**Стенки балок** двутаврового сечения представляют собой пластины, упруго защемленные в поясах, часто дополнительно укрепленные поперечными и продольными ребрами жесткости (подробно см. гл. VII). Они могут испытывать нормальные, касательные и местные напряжения.

**Нормальные напряжения** в стенке балки распределены по высоте сечения неравномерно, обычно  $\alpha = 2$ . Поэтому они играют меньшую роль в устойчивости стенки, чем это имеет место во внецентренно сжатых ко-

лоннах (см. рис. 3.26, г). Определение критического напряжения идет по полученной из (3.69) формуле

$$\sigma_{kp} = c_{kp} R / \lambda_{ct}^2, \quad (3.76)$$

где  $30 < c_{kp} < 35,5$  — коэффициент, зависящий от степени упругого защемления стенки в поясах (см. гл. 7).

Принимая  $\bar{\lambda} = h_{ct}/t_{ct} \sqrt{R/E}$ , минимальное значение  $c_{kp}$  и приравнивая  $c_{kp} = R$ , мы получаем, что стенка может потерять местную устойчивость от действия одних нормальных напряжений при  $\bar{\lambda}_{ct} \geq 5,5$  (что соответствует для малоуглеродистой стали соотношению  $h_{ct}/t_{ct} \geq 160$ ), т. е. будучи очень гибкой.

*Касательные напряжения* в изгибаемых балках играют большую роль, чем во внерадиально сжатых колоннах, и могут вызвать волнобразную потерю устойчивости стенки, показанную на рис. 3.26, е.

Определение критического напряжения потери устойчивости от действия одних касательных напряжений производят по формуле, полученной из (3.69) (см. гл. 7):

$$\tau_{kp} = 10,3 R_{cp} / \bar{\lambda}_{ct}^2. \quad (3.77)$$

Приравнивая  $\tau_{kp} = R_{cp}$ , получаем, что стенка может потерять устойчивость от действия только касательных напряжений при  $\bar{\lambda}_{ct} \geq 3,2$ , что соответствует для малоуглеродистой стали приблизительно  $h_{ct}/t_{ct} \geq 95$ .

В случае укрепления стенки поперечными ребрами жесткости размеры неукрепленной пластины уменьшаются, устойчивость стенки увеличивается и критические напряжения можно определять по формуле

$$\tau_{kp} = 10,3 (1 + 0,76/\mu^2) R_{cp} / \bar{\lambda}_{ct}^2, \quad (3.78)$$

где  $\mu$  — отношение большей стороны пластины, окаймленной поясами и ребрами жесткости, к меньшей.

*Местные напряжения* в стенке возникают в местах приложения нагрузки к сжатому поясу балки, не укрепленному ребрами жесткости (см. гл. 7). Они также способствуют местной потере устойчивости стенки, и их критическое значение напряжения можно определять по формуле

$$\sigma_{m,kp} = c_1 R / \bar{\lambda}_a, \quad (3.79)$$

где  $c_1$  — коэффициент, принимаемый по табл. 7.5;  $\bar{\lambda}_a = a/t_{ct} \sqrt{R/E}$  — условная гибкость отсека стенки балки, в котором приложена местная нагрузка;  $a$  — расстояние между поперечными ребрами жесткости, ограничивающими рассматриваемый отсек балки.

*Совместное действие* нормальных, касательных и местных напряжений ухудшает устойчивость стенки балки. Критические напряжения при совместном действии нормальных, касательных и местных напряжений будут меньше, чем при действии каждого из них порознь. Поэтому, обозначив через  $\sigma_{kp}^\sigma$ ,  $\tau_{kp}^\sigma$ ,  $\sigma_{m,kp}^{\sigma,\tau}$  критические напряжения при их совместном действии, будем иметь:

$$\sigma_{kp}^\sigma / \sigma_{kp} < 1; \quad \tau_{kp}^\sigma / \tau_{kp} < 1; \quad \sigma_{m,kp}^{\sigma,\tau} / \sigma_{m,kp} < 1,$$

где  $\sigma_{kp}$ ,  $\tau_{kp}$  и  $\sigma_{m,kp}$  — критические напряжения при раздельном действии  $\sigma$ ,  $\tau$  и  $\sigma_m$ .

Исследования С. П. Тимошенко, П. Ф. Папковича и Б. М. Броуде показали, что область устойчивости стенки при совместном действии  $\sigma$  и  $\tau$  ограничивается дугой окружности, т. е.

$$(\sigma_{kp}^\sigma / \sigma_{kp})^2 + (\tau_{kp}^\sigma / \tau_{kp})^2 = 1.$$

Фактические напряжения  $\sigma$ ,  $\tau$  и  $\sigma_m$  определяются в предположении упругой работы материала по сечению брута по формулам:

$$\sigma = (M/I_x) y; \quad \tau = Q/t_{ct} h_{ct}; \quad \sigma_m = F/t_{ct} l_o, \quad (3.80)$$

где  $M$  и  $Q$  — средние значения соответственно момента и поперечной силы в пределах отсека (см. гл. 7);  $F$  — расчетное значение нагрузки, вызывающей местные напряжения;  $l_o$  — условная длина распределения этой нагрузки;  $y$  — расстояние от нейтральной оси до края сжатой части стенки.

Фактические напряжения не должны превышать критических, т. е.  $\sigma \leq \sigma_{kp}^c$ ,  $\tau \leq \tau_{kp}^c$ ,  $\sigma_m \leq \sigma_{m,kp}^{c,\tau}$ .

Заменяя в уравнении границы устойчивой области критические напряжения  $\sigma_{kp}^c$ ,  $\tau_{kp}^c$  и  $\sigma_{m,kp}^{c,\tau}$  на фактические, получим формулу проверки устойчивости стенки при совместном действии нормальных, касательных и местных напряжений.

$$\sqrt{(\sigma/\sigma_{kp})^2 + (\tau/\tau_{kp})^2} \leq \gamma, \quad (3.81)$$

где  $\gamma$  — коэффициент условий работы балки.

Устойчивость стенок балок симметричного сечения в зоне развития пластических деформаций при отсутствии местного напряжения  $\sigma_m = 0$ , и при соблюдении условий  $A_p/A_{ct} > 0,25$ ;  $2,2 < \lambda_{ct} < 6$  и  $\tau \leq 0,9R_{cp}$  может быть определена из условия одновременной потери устойчивости стенкой и поясом и проверена по формуле

$$M \leq R\gamma h_{ct}^2 t_{ct} (A_p/A_{ct} + \alpha), \quad (3.82)$$

где  $\alpha = 0,24 - 0,15(\tau/R_{cp})^2 - 8,5 \cdot 10^{-3}(\lambda_{ct} - 2,2)^2$ ;  $A_p$  и  $A_{ct}$  — площади поперечного сечения пояса и стенки балки;  $\tau = Q/h_{ct}t_{ct}$  — среднее касательное напряжение в рассматриваемом сечении балки.

## 9. Предельные состояния и расчет элементов металлических конструкций при воздействии переменных нагрузок [проверка усталости]

При многократно повторяющихся воздействиях нагрузки (в таких конструкциях, например, как подкрановые балки, балки рабочих площадок при проезде по ним подвижного состава и грузоподъемного оборудования, элементы бункерных и разгрузочных эстакад и т. п.) разрушение может произойти при напряжениях (предел выносливости) значительно ниже предела текучести. Поэтому за предельное принимают такое состояние конструкции, при котором в ней от многократно повторяющейся нагрузки возникают напряжения, равные пределу выносливости. Такое состояние относится к первой подгруппе первой группы предельных состояний.

Предельное состояние проверяют расчетом, сравнивая возникающие в конструкции напряжения с пределом выносливости по формуле

$$\sigma_{max} \leq \alpha R_{vb} \gamma_{vb}, \text{ но не более } R_b / \gamma_b, \quad (3.83)$$

где  $R_{vb}$  — расчетное сопротивление усталости, принимаемое в зависимости от временного сопротивления стали по табл. 32 СНиП II-23-81 и групп элементов конструкции по табл. 83 СНиП II-23-81;  $\alpha$  — коэффициент, учитывающий число циклов нагружения  $n$  и вычисляемый при  $n < 3,9 \cdot 10^6$  по формулам:

для групп элементов 1 и 2

$$\alpha = 0,064(n/10^6)^2 - 0,5(n/10^6) + 1,75; \quad (3.84)$$

для групп элементов 3—8

$$\alpha = 0,07(n/10^6)^2 - 0,64(n/10^6) + 2,2; \quad (3.85)$$

при  $n > 3,9 \cdot 10^6$ ;  $\alpha = 0,77$ ;

$\gamma_{vb}$  — коэффициент, определяемый в зависимости от вида напряженного состояния и коэффициента асимметрии напряжений;  $\rho = \sigma_{min}/\sigma_{max}$  (см. табл. 33, СНиП II-23-81);  $\sigma_{max}$  и  $\sigma_{min}$  — соответственно наибольшее и наименьшее по абсолютному значению напряжения в рассчитываемом элементе, вычисленные по сечению нетто без учета коэффициента динамичности и коэффициентов  $\Phi$ ,  $\Phi_b$ ,  $\Phi_{vb}$ . При разнозначных напряжениях коэффициент асимметрии напряжений следует принимать со знаком «минус».

При количестве циклов нагружения менее  $10^5$  проверяется малоцикловая прочность.

## 10. Расчет элементов стальных конструкций на прочность с учетом хрупкого разрушения

На основе теоретических и экспериментальных исследований стальных конструкций согласно СНиП II-23-81 центрально- и внецентренно-растянутые элементы, а также зоны растяжения изгибаемых элементов конструкций, возводимых в климатических районах с температурой от

—30 до —65 °C, следует проверять на прочность с учетом сопротивления хрупкому разрушению по формуле

$$\sigma_{max} \leq \beta R_b / \gamma_b, \quad (3.86)$$

где  $\sigma_{max}$  — наибольшее растягивающее напряжение в расчетном сечении элемента, вычисленное по сечению нетто без учета коэффициентов динамичности и  $\varphi_b$ ;  $\beta$  — коэффициент, учитывающий конструктивную форму, марку стали и расчетную температуру при эксплуатации, принимаемый по табл. 84 СНиП II-23-81.

## Глава 4. СОРТАМЕНТ

### § 1. ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ ПРОФИЛЕЙ СОРТАМЕНТА

Первичным элементом стальных конструкций является прокатная сталь, которая выплавляется на металлургических заводах. Прокатная сталь, применяемая в стальных конструкциях, делится на две группы: *сталь листовая* (рис. 4.1, а) — толстая, тонкая и универсальная; *сталь профильная* (рис. 4.1, б, в, г, д, ж, з) — уголки, швеллеры, двутавры, тавры, трубы и т. п. Изготовленные на заводах металлических конструкций различные элементы конструкции (балки, колонны, фермы и т. п.) собираются на строительных площадках в конструктивные комплексы — сооружения. Наличие готовых прокатных элементов и машинная их обработка на заводах обеспечивают индустриальное изготовление конструкций.

Перечень прокатных профилей с указанием формы, геометрических характеристик, массы единицы длины, допусков и условий поставки называется *сортаментом* (см. прил. 14). Разнообразие видов профилей, входящих в сортамент, а также достаточно частая градация размеров одного вида профиля обеспечивают экономичное проектирование конструкций при возможности создания разнообразных конструктивных форм. Коэффициент градации (отношение площади сечения данного профиля  $F_n$  к площади сечения ближайшего меньшего  $F_{n-1}$ ) в каждом сортаменте имеет переменное значение. В области наиболее применяемых профилей коэффициент градации меньше.

Стоимость разных профилей различна. Наиболее дешевыми являются листовая сталь, прокатные двутавры и швеллеры, что стимулирует их широкое применение. Применение при проектировании большого разнообразия профилей увеличивает объем работы на заводах металлоконструкций по сортировке, складированию, транспортировке, правке профилей и т. п. С целью уменьшения объема работ при изготовлении конструкций введены сокращенные сортаменты, составленные для проектирования строительных конструкций из наиболее употребительных и экономичных профилей.

Первый сортамент прокатной стали в России был составлен в 1900 г. под руководством известного мостостроителя проф. Н. А. Белелюбского.

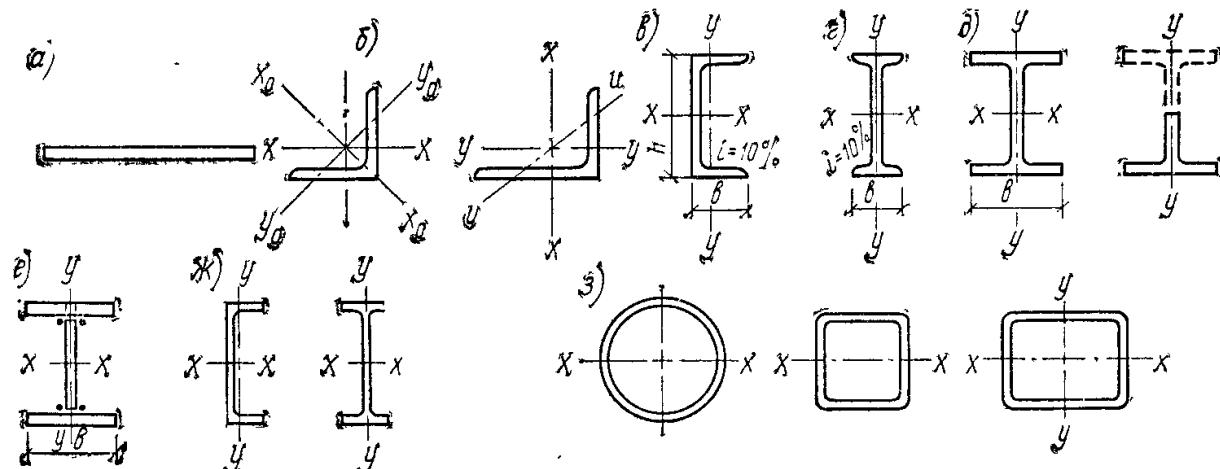


Рис. 4.1. Основные виды прокатных профилей