

Прочитайте вступление к учебной лекции.

Если читали ранее – можно пропустить этот блок информации.

Учебная лекция в ДО – это учебный материал для конспектирования

Инструкция для работы с учебным материалом (для конспектирования):

1. Первый раз прочитайте всю лекцию, ничего не записывая.
2. Ответьте мысленно на вопрос, что главное в лекции, из скольких основных частей лекция состоит (*на сколько частей ее можно мысленно разбить*), придумайте название для каждой части – это будет план конспекта.
3. Откройте тетрадь для лекций и запишите в тетради тему, дату лекции и план конспекта.
4. Второй раз начинайте читать лекцию и приступайте к конспектированию: в соответствии с планом – в каждой части плана пишите определения величин, формулы законов, формулировки законов, делайте рисунки к разбираемым примерам или другому. Чем больше будет ваших записей, поясняющих о чем идет речь, тем лучше вы поймете и запомните учебный материал.

Внимание! Важно обращать внимание на то, что вы описываете – явление, закон, величину или другое понятие (например, модель объекта).

Руководствуйтесь правилами:

А) если описываете явление – запишите особенности рассматриваемого явления (*в чем заключается явление, каковы условия его возникновения, какие законы и величины используются для исследования явления*)

В) если описываете величину – запишите определение величины (*укажите физическая скалярная или векторная величина, формулу/ы для определения величины, единицу величины, поясните, что характеризует и, если векторная величина, то она как направлена*),

С) если описываете понятие (не величину) – запишите одно предложение, которое раскрывает смысл понятия (*для примера см. система отсчета, материальная точка, система материальных точек и др.*),

Д) если описываете закон – название, формулу, формулировку, физический смысл запишите закона. **Помните, что при записи формулы надо расшифровать названия величин, входящих в данную формулу.**

ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Принцип суперпозиции для электрических полей. Теорема Гаусса. Теорема о циркуляции вектора напряженности электрического поля. Связь между напряженностью и потенциалом электрического поля.

Введение

Электрические явления находят широкое применение в технических системах, в различных электронных устройствах, в элементах линий электропередач и др. Все электрические явления существуют благодаря двум ключевым объектам – заряженному телу и электрическому полю.

Какие закономерности обнаруживают электрические заряды? Алгебраическая сумма зарядов в электрически изолированной системе остается неизменной (сохраняется). Эта закономерность была названа *закон сохранения заряда*. Точечные заряды могут притягиваться друг к другу или отталкиваться. Эта закономерность была названа *закон Кулона*.

А какие закономерности обнаруживаются в электрическом поле? Свойства электрического поля, можно считать, являются закономерностями электрического поля. Какие свойства проявляет электрическое поле? Оно создается электрическими зарядами, это свойство отражается в *теореме Гаусса* (поток вектора напряженности поля зависит от величины заряда). Электрическое поле неподвижных зарядов (такое поле называют электростатическим) является потенциальным, то есть во всех его точках существует потенциальная сила, при этом работа этих сил по замкнутой траектории равна нулю, это свойство отражается в *теореме о циркуляции вектора напряженности электрического поля*. Заметим, что электростатическое поле самостоятельно не способно заставить заряды двигаться по замкнутой траектории. Кроме этих двух основных законов электрического поля существуют *принцип суперпозиции*, который отражает независимость действия полей, и уравнения связи между характеристиками поля, первые важные уравнения связи – это *уравнения связи между напряженностью и потенциалом электрического поля*.

Закон сохранения электрического заряда

Закон сохранения заряда: алгебраическая сумма электрических зарядов в электрически изолированной системе не изменяется с течением времени (сохраняется).

$$\sum_{i=1}^N q_i = const$$

Закон Кулона для точечных зарядов

Закон Кулона: два точечных электрических заряда взаимодействуют с силой, прямо пропорциональной произведению этих зарядов и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot \vec{r} \quad \text{или} \quad F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Здесь $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая постоянная.

Разноименные заряды притягиваются, одноименные – отталкиваются.

Нарисуйте два заряда дважды, но первый раз изобразите положительный и отрицательный заряд и укажите, как направлены кулоновские силы, а второй раз изобразите два одноименных заряда и укажите, как направлены кулоновские силы.

Закон Кулона позволяет найти формулу для расчета напряженности. Чтобы найти эту формулу необходимо подставить закон Кулона

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

в формулу для определения напряженности ЭП в исследуемой точке

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

если учесть, что сила и напряженность направлены коллинеарно, то можно использовать эту формулу в скалярном виде.

При подстановке кулоновской силы

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

в уравнение для напряженности

$$E = \frac{F}{q}$$

один заряд сокращается и остается

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

– эта формула определяет напряженность поля точечного заряда в любой исследуемой точке ЭП на расстоянии r от точечного заряда q .

Нарисуйте график зависимости напряженности E от этого расстояния r и ответьте на вопрос, что происходит с напряженностью ЭП, если удаляться от заряда.

Кроме напряженности можно определить таким же образом и потенциал точечного заряда (см. ниже).

Принцип суперпозиции для электрических полей

Принцип суперпозиции - принцип независимости действия полей.

Этот принцип можно применить к расчету напряженности электрического поля (далее ЭП): если электрическое поле создается несколькими неподвижными точечными зарядами или зарядом, распределенным по физическому объекту (линии, поверхности, объему), то в исследуемой точке напряженность ЭП есть результат векторного сложения напряженности ЭП каждого отдельного точечного заряда.

Этот принцип можно применить к расчету потенциала ЭП: потенциал в исследуемой точке ЭП определяется как алгебраическая сумма потенциалов ЭП каждого отдельного заряда.

Принцип суперпозиции	
$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$ <p>Напряженность ЭП точечных зарядов</p>	$\vec{E} = \int d\vec{E}$ <p>Напряженность ЭП распределенного заряда</p>
$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i$ <p>Потенциал ЭП точечных зарядов</p>	$\varphi = \int d\varphi$ <p>Потенциал ЭП распределенного заряда</p>

Теорема Гаусса для электрического поля

Теорема Гаусса: поток вектора напряженности \vec{E} сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых данной поверхностью:

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{\text{охв.}}}{\epsilon_0}$$

Физический смысл: электрические заряды создают ЭП.

Теорема Гаусса позволяет измерять заряды, не вступая в контакт с ними и определять поток вектора напряженности сквозь поверхность, которая охватывает эти заряды.

Применение теоремы Гаусса к расчету поля

Рассмотрим ЭП заряженной нити, силовые линии от нее расходятся по радиусу, то есть силовые линии располагаются радиально, при этом l - длина нити. Алгоритм применения теоремы Гаусса следующий.

1. Записать теорему Гаусса в общем виде

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{\text{охв.}}}{\epsilon_0}$$

2. Проанализировать характер симметричного распределения силовых линий и выбрать гауссову поверхность таким образом, чтобы на отдельных частях этой поверхности вектор \vec{E} совпадал с нормалью к ней, а на других поверхностях был бы перпендикулярен (ортогонален) нормали. Гауссова поверхность будет в этом случае представлять собой цилиндр.

3. Представить интеграл через всю замкнутую поверхность потока вектора \vec{E} как сумму интегралов через части этой поверхности (верхний диск 1, боковая поверхность, нижний диск 2)

$$\int_{S_1} \vec{E} d\vec{S} + \int_{S_{\text{бок}}} \vec{E} d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

4. Проанализировать результат скалярного произведения $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ каждого члена суммы (то есть на каждой из трех поверхностей), обнаружим, что через верхний и нижний диски это произведение дает ноль:

$$\int_{S_1} \vec{E} d\vec{S} = \int_{S_1} E dS \cdot \cos \alpha = 0 \quad \text{т.к. } \cos \pi/2 = 0.$$

А через боковую поверхность с учетом того, что вектор E и вектор S направлены одинаково (косинус нуля равен единице) и что $E = \text{const}$ в каждой точке боковой поверхности (можно вынести из-под знака интеграла) получим

$$\int_{S_{\text{бок.}}} \vec{E} d\vec{S} = \int_{S_{\text{бок.}}} E dS = E \int_{S_{\text{бок.}}} dS = E \cdot S = E \cdot 2\pi R \cdot h = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{т.к.}$$

$$E = \frac{q}{2\pi R \epsilon_0 h} \quad E = \frac{\tau}{2\pi \epsilon_0 R} \quad - \text{ напряженность ЭП нити}$$

Т.о. теорема Гаусса позволяет рассчитывать электрические поля, и особенно успешно, если существует симметрия распределения силовых линий.

Теорема о циркуляции вектора напряженности электрического поля

Электростатическое поле – это поле неподвижных зарядов.

Рассмотрим работу сил ЭСП, создаваемого зарядом q_+ по перемещению заряда q_0 из т.1 в т.2.

$$A = \int \vec{F} d\vec{r}$$

Сила, действующая на заряд, может быть найдена из формулы для определения напряженности ЭП:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Из этой формулы получаем одну из самых замечательных формул, отражающих следующее свойство поля (созданного любым зарядом, точечным или распределенным) – ЭП действует с силой на электрический заряд, помещенный в исследуемую точку с напряженностью E :

$$\boxed{\vec{F} = q_0 \vec{E}}$$

Используем последнюю формулу для определения работы сил ЭП.

$A = q_0 \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} d\vec{r}$ – определение работы сил ЭП, которое не зависит от вида

заряженного тела, главное знать напряженность в исследуемой точке поля.

Можно получить формулу для работы сил ЭП, если использовать закон Кулона, то есть подставить кулоновскую силу в формулу для работы. В этом случае получим работу сил ЭП в случае взаимодействия точечных зарядов:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}$$
$$A = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \right) = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 r_2}$$

Заметим, работа сил ЭП не зависит от траектории движения, а определяется только начальным и конечным положением зарядов, которые указываются с помощью r_1 и r_2 . Это означает, что силы ЭП – потенциальные. В случае, если поле содержит потенциальные силы его называют потенциальным.

$$\oint_L \vec{F} d\vec{r} = 0 \text{ - условие потенциальности сил для любого силового поля.}$$

Физический смысл условия потенциальности: работа сил потенциального поля по замкнутой траектории равна нулю.

$$\boxed{\oint_L \vec{E} d\vec{r} = 0} \text{ - условие потенциальности сил для электрического поля}$$

Условие потенциальности сил для электрического поля получило название *теорема о циркуляции вектора \vec{E}* : циркуляция вектора \vec{E} вдоль произвольной замкнутой траектории L равна нулю, если электрическое поле потенциально.

Физический смысл теоремы о циркуляции вектора \vec{E} : работа сил потенциального поля по замкнутой траектории равна нулю, то есть поле не способно самостоятельно передвигать заряды по замкнутой траектории.

Потенциальная энергия электрических зарядов и работа поля

Потенциальная энергия взаимодействия двух точечных зарядов определяется отношением

$$W_n = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 r} + C$$

Она определяется с точностью до некоторой постоянной, и *только разность потенциальных энергий будет давать всегда одно точное значение.*

Найдем потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0} \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + C \quad - \text{ потенциал поля точечного заряда.}$$

Потенциал поля зависит от выбора уровня его нулевого значения и потому определяется с точностью до некоторой постоянной C , и только разность потенциалов для двух точек поля остается величиной постоянной, не зависящей от выбора уровня. Заметим, что часто одному уровню приписывают нулевое значение потенциала $\varphi=0$.

Используя формулу $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$, нарисуйте график зависимости напряженности φ от расстояния r и ответьте на вопрос, что происходит с напряженностью ЭП, если удаляться от заряда.

Из формулы потенциала ЭП точечного заряда

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0}$$

Можно получить формулу, которая позволяет определить потенциал любого точечного заряда, помещенного в исследуемую точку поля с потенциалом φ .

$$W_n = q_0 \cdot \varphi$$

А, т.к. работа равна убыли потенциальной энергии, можно использовать последнюю формулу для определения работы ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ по перемещению заряда из одной точки поля в другую:

$$A = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Разности потенциалов φ_1 и φ_2 получило название *напряжение* (разность потенциалов между точками поля 1 и 2).

$$A = q_0 U$$

Т.о. потенциал ЭП численно равен работе сил ЭП по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля в ту точку, где потенциал равен нулю.

$$\varphi = \frac{A}{q_0}, \varphi = 0$$

Связь между напряженностью и потенциалом

Формула элементарной работы

$$\delta A = q \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \delta A = -q d\varphi \quad \vec{E} d\vec{r} = -d\varphi \quad \text{проинтегрируем}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} d\vec{r} \Leftrightarrow E dr \cdot \cos \alpha = E_r \cdot dr$$

Связь между разностью потенциалов и напряженностью ЭП, можно получить, если не интегрировать выражение $\vec{E} d\vec{r} = -d\varphi$, а выразить из него напряженность в проекции на направление r

$$\boxed{E_r = -\frac{d\varphi}{dr}}$$

Здесь отражено еще одно свойство характеристик поля: проекция вектора напряженности на любое произвольное направление r всегда равна убыли потенциалов вдоль этого направления. В проекциях на три оси это будет выглядеть так:

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx} \quad \vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k}$$

$$E_y = -\frac{d\varphi}{dy} \quad \vec{E} = -\left(\frac{d\varphi}{dx} \vec{i} + \frac{d\varphi}{dy} \vec{j} + \frac{d\varphi}{dz} \vec{k} \right)$$

$$E_z = -\frac{d\varphi}{dz}$$

Выражение в скобках исследует, как изменяется потенциал по координатам, оно получает название градиент φ ($\text{grad } \varphi$). Если использовать

градиент, то связь между напряженностью и потенциалом в исследуемой точке поля можно представить в виде $\vec{E} = -grad\phi$.

$grad \phi$ - это вектор, который указывает направление наиболее быстрого изменения потенциала в пространстве.

На основании формулы $\vec{E} = -grad\phi$ можно сделать выводы:

1. Вектор напряженности всегда направлен по нормали к эквипотенциальной линии или поверхности.
2. Вектор напряженности указывает направление наиболее быстрой убыли потенциалов в пространстве.

Основные выводы об электрическом поле и электрических зарядах.

1. Основные свойства электрических зарядов: электрические заряды притягиваются или отталкиваются, взаимодействие двух точечных зарядов отражает закон Кулона. Электрический заряд в электрически изолированной системе не изменяется, что находит отражение в законе сохранения зарядов.
2. ЭП – один из видов материи, данная материя отличается от вещества тем, что она распределена в пространстве.
3. Основные характеристики ЭП в каждой его точке – напряженность и потенциал, а в некоторой области пространства – поток вектора напряженности \vec{E} ($\Phi_E = \int \vec{E}d\vec{S}$). То есть Для описания ЭП необходимо применить характеристики, описывающие его в каждой точке или характеризующие поток вектора напряженности через поверхность – поток вектора напряженности.
4. Основные свойства ЭП: создается зарядами и действует на заряды с силой, а также создается переменным магнитным полем (об этом поговорим позже).
5. Свойства ЭП отражаются в законах: создается электрическими зарядами (*теорема Гаусса*); действует с силой на электрические

заряды, помещенные в него ($\vec{F} = q\vec{E}$, закон Кулона, формула для определения работы кулоновской силы $A = q_0 \int \vec{E} d\vec{r}$). Работа сил потенциального поля по замкнутой траектории равна нулю, то есть поле не способно самостоятельно передвигать заряды по замкнутой траектории (*теорема о циркуляции вектора напряженности ЭП*).

6. Дополнительные свойства ЭП: ЭП неподвижных зарядов потенциально ($\oint_L \vec{E} d\vec{r} = 0$); вектор напряженности ЭП указывает направление наиболее быстрой убыли потенциала в пространстве ($\vec{E} = -grad\phi$).

7. *Теорема Гаусса* – фундаментальный закон теории электрического поля. Также, как и *теорема о циркуляции вектора напряженности ЭП*. *Теорема Гаусса* используется для нахождения формул напряженности в случаях, когда электрическое поле создается заряженными телами разной геометрической конфигурации.