

Биномиальное распределение.

Дискретная случайная величина X имеет биномиальный закон распределения с параметрами n и p , если она принимает значения $0, 1, 2, \dots, m, \dots, n$ с вероятностями $P(X = m) = C_n^m p^m q^{n-m}$, где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$.

Биномиальный закон распределения представляет собой закон распределения числа $X = m$ наступлений события A в n независимых испытаниях, в каждой из которых оно может произойти с одной и той же вероятностью p .

Ряд распределения биномиального закона имеет вид:

x_i	0	1	2	...	m	...	n
p_i	q^n	$C_n^1 p q^{n-1}$	$C_n^2 p^2 q^{n-2}$...	$C_n^m p^m q^{n-m}$...	p^n

Определение биномиального закона корректно, так как основное свойство ряда распределения $\sum_{i=0}^n p_i = 1$ выполнено.

Теорема: Математическое ожидание случайной величины X , распределенной по биномиальному закону, $M(X) = np$, а ее дисперсия $D(X) = npq$.

Биномиальный закон распределения широко используется в теории и практике статистического контроля качества продукции, при описании функционирования систем массового обслуживания, при моделировании цен активов, в теории стрельбы и в других областях.

Пример: В магазин поступила обувь с двух фабрик в соотношении 2:3. Куплено 4 пары обуви. Найти закон распределения числа купленных пар обуви, изготовленной первой фабрикой. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Решение: Вероятность того, что случайно выбранная пара обуви изготовлена первой фабрикой, равна $p=2/(2+3)=0,4$. Случайная величина X – число пар обуви среди четырех, изготовленных первой фабрикой, имеет биномиальный закон распределения с параметрами $n=4$, $p=0,4$. Ряд распределения имеет вид:

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,1296	0,3456	0,3456	0,1536	0,0256

$$M(X)=np=4 \cdot 0,4=1,6; D(X)=4 \cdot 0,4 \cdot 0,6=0,96.$$