Расчетно-графическая работа №1
«Элементы линейной и векторной алгебры»

Задание 1. Даны матрицы A, B, C (табл. 1).
Найдите матрицу $D = 3BA + CB$.

Таблица 1. Исходные данные для решения задачи

Номер варианта	Матрица A	Матрица B	Матрица C
1	2	3	4
1	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 7 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \\ -5 & 4 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
4	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$
5	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
6	$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -5 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$
7	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 7 & -4 & 3 \\ -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$
8	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 5 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$

Номер варианта	Матрица A	Матрица B	Матрица C
1	2	3	4
9	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & 7 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$
10	$\begin{pmatrix} 7 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ -5 & 9 & 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
11	$\begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$
12	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 7 & 5 \\ -5 & -4 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$
13	$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
14	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 9 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$
15	$\begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ 3 & -4 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$
16	$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ -5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$
17	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -5 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$
18	$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 3 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4
19	$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 7 & 9 & 3 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$
20	$\begin{pmatrix} 6 & -5 & 3 \\ -1 & 7 & 5 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$

Задание 2. Решить систему линейных уравнений (табл. 2):

1) по правилу Крамера, при этом два определителя вычислить по правилу треугольников, один — разложением по элементам любой строки, один — разложением по элементам любого столбца;
2) матричным методом, при этом сделать проверку правильности нахождения обратной матрицы;
3) методом Гаусса.

Таблица 2. Исходные данные для решения задачи

Номер варианта	Система	Номер варианта	Система
1	2	3	4
1	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \end{cases}$	11	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 2x_1 - x_3 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -7, \\ x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 12 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$	13	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12, \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -9 \end{cases}$
4	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$

1	2	3	4
5	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \end{cases}$	15	$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33 \end{cases}$
6	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19 \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -37, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 76 \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 23, \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -10 \end{cases}$	17	$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = -6, \\ 4x_1 + 11x_3 = 8, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16 \end{cases}$
8	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -8 \end{cases}$	18	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = -9, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12 \end{cases}$	19	$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = -1, \\ 4x_1 + 11x_3 = 52, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 29 \end{cases}$
10	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22 \end{cases}$	20	$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36 \end{cases}$

Задание 3. Даны координаты вершин пирамиды A, B, C, D (табл. 3). Найти:

1) координаты векторов $\overline{a} = \overline{AB}$, $\overline{b} = \overline{AC}$, $\overline{c} = \overline{AD}$, записать их разложение по базису $\overline{i}$, $\overline{j}$, $\overline{k}$;
2) модуль вектора $\overline{d} = 3\overline{a} - \overline{b} + \overline{c}$ и его направляющие косинусы;
3) косинус угла BAC;
3) площадь грани ABC;
4) объем пирамиды $ABCD$.

Таблица 3. Исходные данные для решения задачи

Номер варианта	Координаты точек			
	A	B	C	D
1	2	3	4	5
1	$(3; -1; 2)$	$(4; -1; -1)$	$(2; 0; 2)$	$(1; 2; 4)$

Номер варианта	Координаты точек			
	A	B	C	D
2	$(2;-1;2)$	$(3;-1;-1)$	$(1;0;2)$	$(0;2;4)$
3	$(3;0;2)$	$(4;0;-1)$	$(2;1;2)$	$(1;3;4)$
4	$(2;-1;3)$	$(3;-1;0)$	$(1;0;3)$	$(0;2;5)$
5	$(3;1;2)$	$(4;1;-1)$	$(2;2;2)$	$(1;4;4)$
6	$(2;1;2)$	$(3;1;-1)$	$(1;2;2)$	$(0;4;4)$
7	$(1;1;2)$	$(2;1;-1)$	$(0;2;2)$	$(-1;4;4)$
8	$(0;1;2)$	$(1;1;-1)$	$(-1;2;2)$	$(-2;4;4)$
9	$(0;2;2)$	$(1;2;-1)$	$(-1;3;2)$	$(-2;5;4)$
10	$(0;2;1)$	$(1;2;-2)$	$(-1;3;1)$	$(-2;5;3)$
11	$(2;1;0)$	$(5;3;1)$	$(0;1;2)$	$(4;3;1)$
12	$(1;1;0)$	$(2;3;1)$	$(1;-1;2)$	$(3;2;1)$
13	$(1;1;0)$	$(3;4;5)$	$(2;3;1)$	$(4;5;1)$
14	$(2;-1;0)$	$(-1;3;4)$	$(1;1;1)$	$(0;3;5)$
15	$(3;-1;2)$	$(7;9;1)$	$(5;1;2)$	$(1;2;0)$
16	$(2;4;-3)$	$(3;5;-4)$	$(4;5;-1)$	$(3;4;0)$
17	$(1;3;-1)$	$(2;0;7)$	$(-2;0;7)$	$(5;5;2)$
18	$(1;-1;1)$	$(4;1;2)$	$(2;0;1)$	$(5;2;8)$
19	$(1;4;-2)$	$(-2;5;0)$	$(3;4;0)$	$(2;5;-1)$
20	$(2;-1;1)$	$(4;-4;1)$	$(1;0;1)$	$(3;4;6)$

***Задание 4** (повышенный уровень)*. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса (табл. 4).

Таблица 4. Исходные данные для решения задачи

Номер варианта	Система	Номер варианта	Система
1	2	3	4
1	$\begin{cases} 2x_1-10x_2-3x_3-x_4=33, \\ 3x_2+5x_3-7x_4=-4, \\ 8x_1-x_3+9x_4=23, \\ 5x_1+2x_2-6x_3=3 \end{cases}$	11	$\begin{cases} x_1-3x_2-5x_3-7x_4=-55, \\ 9x_1-2x_2-6x_3=0, \\ -8x_3+x_4=-18, \\ -3x_1+2x_2-5x_3-x_4=-27 \end{cases}$
2	$\begin{cases} x_1-5x_2-3x_3+2x_4=-28, \\ 4x_1+x_2+x_3-7x_4=21, \\ -2x_2-3x_3+x_4=-14, \\ 3x_1+5x_2-4x_4=35 \end{cases}$	12	$\begin{cases} -x_1-3x_2+5x_3+2x_4=22, \\ 5x_1+3x_2-2x_3-4x_4=-33, \\ 2x_1-7x_2=12, \\ 8x_2+4x_3-x_4=-17 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 3x_1-3x_2+2x_3+x_4=-10, \\ 7x_1-3x_3-2x_4=-8, \\ 9x_1+7x_2-5x_3=25, \\ -4x_3+7x_4=-1 \end{cases}$	13	$\begin{cases} 8x_1+x_2+3x_3=-17, \\ 5x_1-3x_2-x_3+2x_4=-13, \\ 9x_1-6x_2+5x_3-x_4=-36, \\ x_1-3x_2+2x_3+4x_4=-6 \end{cases}$
4	$\begin{cases} -x_1+5x_2-2x_3+8x_4=9, \\ 3x_1-x_2+9x_3=-17, \\ 5x_1-3x_2-2x_3+x_4=14, \\ 2x_2+9x_3=-26 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 2x_1+4x_2+4x_3+6x_4=18, \\ 4x_1+2x_2+5x_3+7x_4=24, \\ 3x_1+2x_2+8x_3+5x_4=13, \\ 2x_1+8x_2+7x_3+3x_4=6 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 5x_1+2x_2-7x_3+3x_4=59, \\ x_1-3x_2-x_3+4x_4=20, \\ -7x_1-x_2+x_3-5x_4=-38, \\ 2x_1-9x_2-2x_3-6x_4=-53. \end{cases}$	15	$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=8, \\ x_2+3x_3+x_4=15, \\ 4x_1+x_3+x_4=11, \\ x_1+x_2+5x_4=23 \end{cases}$
6	$\begin{cases} 9x_1+8x_2=79, \\ 7x_1-x_2+5x_3=67, \\ x_1-x_2+5x_3+4x_4=29, \\ 3x_2+5x_3+7x_4=33 \end{cases}$	16	$\begin{cases} x_1-x_2+x_3-x_4=-2, \\ x_1+2x_2-2x_3-x_4=-5, \\ 2x_1-x_2-3x_3+2x_4=-1, \\ x_1+2x_2+3x_3-3x_4=-10 \end{cases}$

Номер варианта	Система	Номер варианта	Система
1	2	3	4
7	$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 41, \\ 9x_1 - 7x_2 - 2x_3 + 14x_4 = 93, \\ -x_2 + 5x_3 = 11, \\ x_2 - 3x_3 - 5x_4 = -19 \end{cases}$	17	$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 18, \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 24, \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 + 5x_4 = 13, \\ 2x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 6 \end{cases}$
8	$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 18, \\ 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 24, \\ 5x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 13, \\ 3x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$	18	$\begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_4 = -4, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12, \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 6x_4 = 18, \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 = 24, \\ 2x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 13, \\ 8x_1 + 7x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 6 \end{cases}$	19	$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 12, \\ 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 - 7x_2 + x_3 - 3x_4 = 4, \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 16 \end{cases}$
10	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 15, \\ x_1 + x_2 + 4x_4 = 11, \\ 5x_2 + x_3 + x_4 = 23 \end{cases}$	20	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 5, \\ 6x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = -11 \end{cases}$