

В примере решения задания К3 показан способ определения скоростей точек механизма с помощью МЦС. Здесь рассмотрим способ определения скоростей точек механизма с помощью плана скоростей.

Для заданного положения кривошипно-шатунного механизма определить скорости точек А, С, В и угловую скорость звена АВ (шатун).

ДАНО:

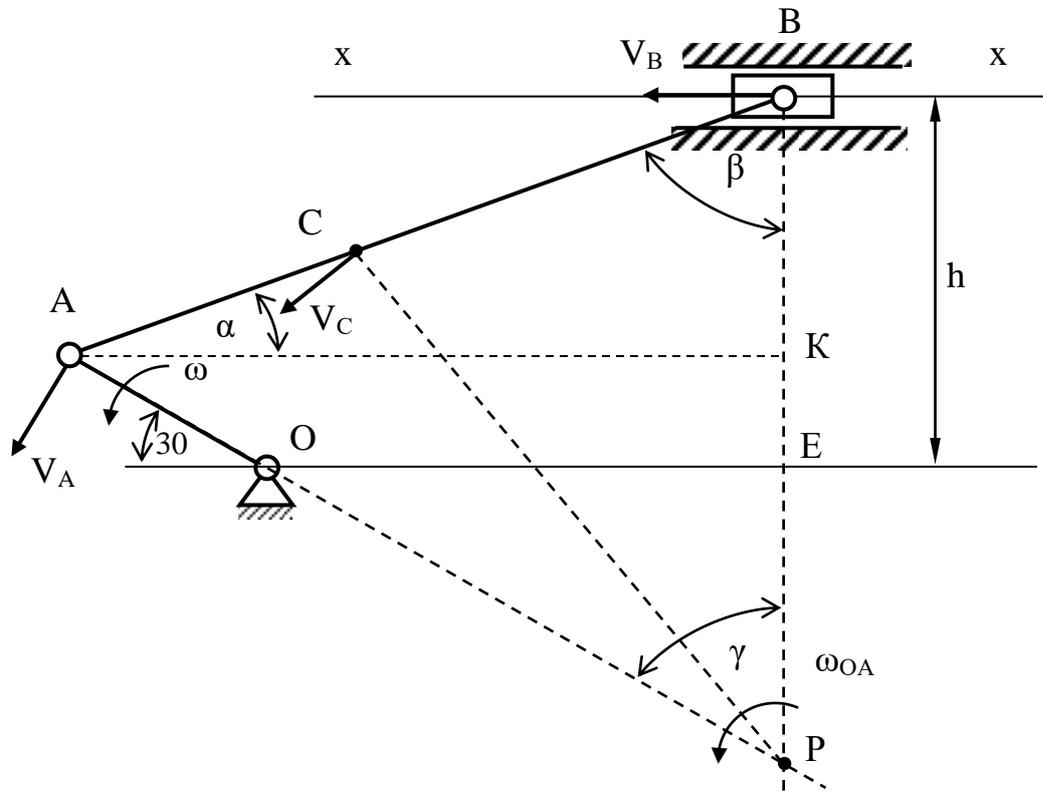
$$OA = 30 \text{ см}$$

$$AC = 40 \text{ см}$$

$$AB = 100 \text{ см}$$

$$h = 49 \text{ см}$$

$$\omega = 5 \text{ с}^{-1}$$



Вначале решим задачу аналитически, с помощью МЦС.

Находим скорость точки А. $V_A = \omega \cdot OA = 5 \cdot 30 = 150 \text{ см/с}$

Поскольку точка А движется по окружности радиуса ОА, а ее скорость направлена по касательной к траектории, то \vec{V}_A перпендикулярна ОА. (см. рис. 1).

Скорость точки В направлена по горизонтали (вдоль направляющих, // x-x).

Учитывая, что МЦС тела находится на пересечении перпендикуляров к скоростям двух его точек, получим, что МЦС звена АВ находится в точке Р.

При определении скоростей точек В и С, а так же угловой скорости звена АВ можно считать, что звено АВ вращается вокруг МЦС. Направление вращения показывает вектор V_A .

Теперь можно найти $\omega_{AB} = V_A / AP$, а затем $V_B = \omega_{AB} \cdot BP$ и $V_C = \omega_{AB} \cdot CP$. (*)

Определим расстояния АР, ВР, СР.

Из рис.1 имеем: $KE = OA \sin 30 = 15 \text{ см}$, тогда $BK = h - KE = 49 - 15 = 34 \text{ см}$.

$\sin \alpha = BK / AB = 34 / 100 = 0,34$. Тогда $\alpha = \arcsin 0,34 = 19,9^\circ$, а $\beta = 90 - \alpha = 70,1^\circ$ (из $\triangle АКВ$),

тогда из $\triangle АВР$: $\gamma = 180 - \alpha - 30 - \beta = 60^\circ$

Искомые отрезки найдем используя теорему синусов: $\frac{AB}{\sin \gamma} = \frac{AP}{\sin \beta} = \frac{BP}{\sin(\alpha + 30)}$.

Отсюда находим

$$AP = \frac{\sin \beta \cdot AB}{\sin \gamma} = \frac{0,94 \cdot 100}{0,866} = 108,5 \text{ см}, \quad BP = \frac{\sin(\alpha + 30) \cdot AB}{\sin \gamma} = \frac{0,765 \cdot 100}{0,866} = 88,3 \text{ см}$$

Окончательно, по формулам (*) находим: $\omega_{AB} = 150/108,5 = 1,38 \text{ c}^{-1}$

$$V_B = 1,38 \cdot 88,3 = 121,9 \text{ см/с} , \quad V_C = 1,38 \cdot 88,3 = 121,9 \text{ см/с}$$

так как по теореме косинусов

$$CP = \sqrt{BC^2 + BP^2 - 2BC \cdot BP \cdot \cos \beta} = \sqrt{60^2 + 88,3^2 - 2 \cdot 60 \cdot 88,3 \cdot \cos 70,1} = 88,3 \text{ см}$$

Скорости точек В и С направлены перпендикулярно отрезкам ВР и СР соответственно (см. рис.1) в направлении ω_{AB} .

ЗАМЕЧАНИЕ.

Если схему механизма построить в масштабе, то расстояния АР, СР и ВР можно найти с помощью линейки. Можете проверить правильность аналитического определения расстояний

АР, СР и ВР, поскольку схема механизма мной построена в масштабе $\mu_l = 1 \frac{\text{см}}{\text{мм}}$.

Недостатком такого способа являются погрешности, возникающие при построении схемы и измерении расстояний.

ВТОРОЙ СПОСОБ (графический).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ ПЛАНА СКОРОСТЕЙ.

Находим скорость точки А. $V_A = \omega \cdot OA = 5 \cdot 30 = 150 \text{ см/с}$

План скоростей строим в масштабе $\mu_v = 2 \frac{\text{см/с}}{\text{мм}}$. В этом случае длина вектора V_A будет

$$pa = \frac{V_A}{\mu_v} = 75 \text{ мм} . \text{ Учитывая, что он направлен перпендикулярно } OA, \text{ изображаем его на плане}$$

скоростей (рис.2). На конце вектора скорости т. А ставим a .

Для определения ω_{AB} и скоростей точек В и С воспользуемся теоремой о сложении скоростей при плоском движении: $(// x-x)\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA}(\perp AB)$. Из конца вектора V_A (точка a) проводим линию параллельную \bar{V}_{BA} то есть $\perp AB$, а через полюс p проводим линию $// \bar{V}_B$, то есть $// x-x$. Точку пересечения этих линий обозначим b .

Для определения \bar{V}_B измеряем отрезок $bp = 60\text{мм}$, тогда

$$V_B = \mu_v \cdot bp = 2 \cdot 61 = 122 \text{ см/с}$$

Для определения \bar{V}_C делим отрезок av в том же отношении в котором точка С делит отрезок АВ. $\frac{AC}{AB} = \frac{ac}{av}$, отсюда $ac = av \frac{AC}{AB} = 69 \frac{40}{100} = 27,6\text{мм}$. Изобразив точку c на плане

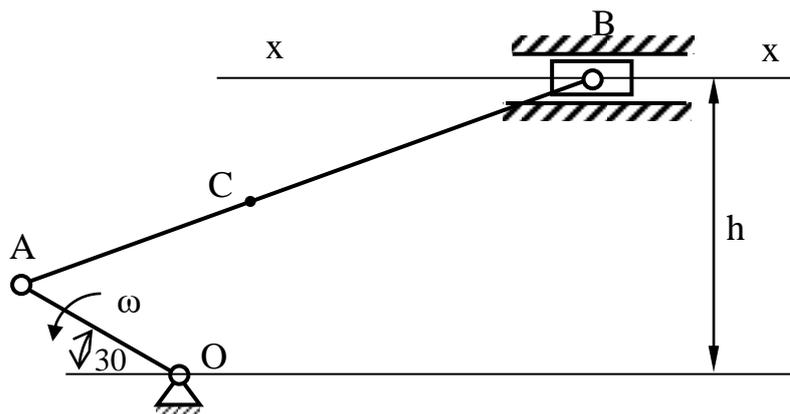
скоростей находим: $V_C = \mu_v \cdot cp = 2 \cdot 61 = 122 \text{ см/с}$.

Для определения ω_{AB} на плане скоростей измеряем отрезок av соответствующий вектору \bar{V}_{BA} . $av = 69 \text{ мм}$, тогда $V_{BA} = \mu_v \cdot av = 138 \text{ см/с}$.

V_{BA} - это скорость вращения точки В вокруг точки А, тогда $\omega_{AB} = V_{BA} / AB = 1,38 \text{ c}^{-1}$.

Для определения направления ω_{AB} следует снять с плана скоростей вектор V_{BA} и приложить его в точке В плана механизма. Видим, что направление совпадает с найденным ранее.

Видим, что угловая скорость получилась такой же как и ранее. Скорости точек В и С отличаются от найденных ранее на 0,1 см/с, что соответствует погрешности менее 0,1%.



ПЛАН СКОРОСТЕЙ $\mu_v = 2 \frac{\text{см/с}}{\text{мм}}$

