

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ  
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ  
ФГБОУ ВПО КОСТРОМСКАЯ ГСХА

Кафедра информационных технологий  
в электроэнергетике

# **И Н Ф О Р М А Т И К А**

учебно-методическое пособие  
по выполнению расчетно-графических работ  
для студентов 1 курса направления подготовки 13.03.02  
«Электроэнергетика и электротехника»  
очной формы обучения

КАРАВАЕВО  
Костромская ГСХА  
2015

УДК 681.3  
ББК 73  
И 74

*Составители:* сотрудники кафедры информационных технологий в электроэнергетике Костромской ГСХА доцент Т.А. Ермашова, старший преподаватель Т.М. Богданова.

*Рецензент:* к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики Костромской ГСХА Л.Ю. Головина.

*Рекомендовано к изданию методической комиссией факультета электрификации и автоматизации сельского хозяйства, протокол № 7 от 20.05.2015 г.*

**И 74 Информатика:** учебно-методическое пособие по выполнению расчетно-графических работ для студентов 1 курса направления подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» очной формы обучения / сост. Т.А. Ермашова, Т.М. Богданова — Караваево : Костромская ГСХА, 2015. — 42 с.

Издание содержит краткие теоретические сведения по математическим основам информатики и использованию при решении задач математического пакета MathCAD, даны примеры и задания для выполнения расчетно-графических работ.

Предназначено для студентов 1 курса направления подготовки 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» очной формы обучения

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Общие методические указания по выполнению расчетно-графических работ.....	5
1.1. Структура расчетно-графической работы.....	6
1.2. Требования к оформлению текста.....	7
2. Расчетно-графическая работа № 1. Тема «Математические основы информатики».....	9
2.1. Арифметические основы ЭВМ.....	9
2.1.1. Системы счисления.....	9
2.2. Логические основы ЭВМ.....	13
2.2.1. Алгебра логики и логические основы компьютера.....	13
2.2.2. Таблицы истинности.....	14
2.2.3. Основные логические операции.....	14
2.2.4. Дополнительные логические операции.....	17
2.2.5. равносильные логические выражения.....	18
2.2.6. Построение таблиц истинности.....	19
2.3. Законы алгебры логики.....	20
2.4. Задания для выполнения расчетно-графической работы № 1.....	22
2.4.1. Системы счисления.....	22
2.4.2. Алгебра логики.....	23
3. Расчетно-графическая работа № 2. Тема «Решение задач с использованием математического пакета MathCAD».....	25
3.1. Решение алгебраических уравнений. Построение графиков функций.....	25
3.2. Задачи линейной алгебры. Решение систем линейных уравнений ...	27
3.3. Решение систем нелинейных уравнений.....	28
3.4. Исследование функций.....	29
3.5. Определение площадей фигур, ограниченных непрерывными линиями.....	30
3.6. Построение кривых по заданным точкам.....	31
3.7. Задания для выполнения расчетно-графической работы № 2.....	33
Список использованных источников.....	41
Приложение.....	42

## ВВЕДЕНИЕ

Целью выполнения расчетно-графической работы является расширение, систематизация и закрепление теоретических знаний и практических навыков студента.

Расчетно-графические работы являются неотъемлемой частью учебного процесса. Они призваны углубить теоретические и прикладные знания, полученные студентами в лекционных курсах и на практических занятиях. В процессе выполнения расчетно-графической работы студент должен проявить способность к самостоятельной работе с учебной и научно-технической литературой, делать обоснованные выводы, продемонстрировать навыки владения персональным компьютером и пакетами прикладных программ.

Теоретическая информатика — наука в значительной степени математизированная. Она базируется на ряде разделов математики: теории автоматов и алгоритмов, математической логике, реляционной алгебре, теории информации и др. Теоретическая информатика старается методами точного анализа ответить на основные вопросы, возникающие при хранении и обработке информации: количество информации, информационная система, алгоритмы преобразования информации.

Системы счисления — одна из традиционных тем курса информатики, так как кодирование информации широко используется в разделах программирования, а знание систем счисления полезно для понимания представления данных в памяти ЭВМ.

Понимание логических основ работы ЭВМ является существенным для подготовки специалиста в области теоретической информатики, так как достигается понимание процессов, происходящих на уровне архитектуры ЭВМ. Логические принципы необходимо знать при разработке логических элементов цифровых устройств

Во многих областях науки и техники используются различные способы построения моделей. При подготовке задачи к решению с помощью компьютера ее представляют в формальном виде, т.е. математической форме. Задача записывается в виде системы математических соотношений, отражающих существенные свойства предмета, явления или процесса.

Для решения задач на компьютере применяются специальный программный пакет MathCAD. Изучение математического пакета, в частности построение алгоритмов решения задач и их реализация на компьютере, требуют от студента концентрации внимания, логичности и развитого воображения; это должно способствовать развитию четкости и лаконичности мышления.

Цель данного учебно-методического пособия — усвоение и закрепление студентами системы знаний, полученных при изучении курса высшей математики, и овладение навыками решения математических задач с помощью компьютера.

## **1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ**

Данное учебно-методическое пособие предназначено в помощь студентам для самостоятельного выполнения расчетно-графических работ. Работа с учебным пособием потребует от студентов определенных математических знаний. Для решения задачи ее нужно четко реализовать в алгоритме для компьютера, абсолютно точно записать этот алгоритм на бумаге и безошибочно ввести его с клавиатуры.

Структура учебно-методического пособия следующая: темы с краткой аннотацией о необходимости знания и повторения некоторых вопросов из курса математики; алгоритмы решения задач и задания для выполнения расчетно-графических работ.

Студенты в течение учебного года выполняют две расчетно-графические работы:

РГР № 1. Тема: «Математические основы информатики».

РГР № 2. Тема: «Решение задач с использованием математического пакета MathCAD».

Успешное выполнение расчетно-графической работы во многом зависит от правильной организации студентом своей деятельности, от выполнения в установленные сроки определенных этапов работы.

Защита расчетно-графической работы происходит после устранения замечаний преподавателя и окончательного оформления материала.

Отметку за расчетно-графическую работу выставляет преподаватель в соответствии с общепринятыми критериями оценки работ.

### **Критерии оценки расчетно-графической работы**

- Соответствие выполненных заданий своему варианту.
- Степень самостоятельности.
- Правильность и полнота разработки предложенных заданий.
- Результативность выполненного практического задания.
- Уровень грамотности (общий и специальный).
- Соответствие оформления работы стандартам.
- Соблюдение графика выполнения работы.

### **Требования к содержанию расчетно-графической работы**

Расчетно-графическая работа должна быть выполнена в соответствии со стандартами.

Номера заданий выбираются из таблиц (Таблица 1 для РГР № 1 и таблица 2 для РГР № 2) в соответствии с двумя последними цифрами номера студенческого билета.

Вариант и соответствующие ему задания должны строго соответствовать друг другу; в случае несоответствия работа возвращается студенту для исправления.

## 1.1. Структура расчетно-графической работы

Расчетно-графическая работа должна иметь следующую структуру:

1. Титульный лист.
2. Оглавление.
3. Введение.
4. Основная часть.
5. Заключение.
6. Список использованных источников.
7. Приложения.

*Титульный лист* является первой страницей расчетно-графической работы и заполняется по определенным правилам. Образец оформления титульного листа приведен в приложении.

В *оглавлении* приводятся все заголовки работы с указанием страниц, с которых они начинаются. Заголовки оглавления должны точно повторять заголовки в тексте.

*Введение* должно содержать общие теоретические сведения по тематике расчетно-графической работы.

*Основная часть* — студент показывает уровень разработанности темы. При оформлении желательно привести иллюстративный материал (блок-схемы, аналитические таблицы, рисунки). Здесь излагаются методы, ход и решение практических задач, а также описание этапов разработки электронного продукта. Алгоритм решения задачи может быть представлен в виде модели с подробным описанием математических формул, блок-схемы или с использованием словесного описания логических и арифметических действий.

В *заключении* содержатся итоги работы, выводы, к которым пришел автор, рекомендации относительно возможностей практического применения материалов работы. Заключение должно быть кратким, обстоятельным и соответствовать поставленным задачам. В данном разделе следует привести основные результаты работы, сделать свои умозаключения о целесообразности и эффективности использования на практике, а так же дать ряд предложений по применению с учетом новых информационных технологий.

*Список использованных источников* представляет собой перечень использованных книг, статей, электронных ресурсов. Фамилии авторов приводятся в алфавитном порядке, при этом все источники даются под общей нумерацией. При подготовке расчетно-графической работы рекомендуется использовать: учебники и учебные пособия; электронные ресурсы, в том числе ресурсы, опубликованные в сети Интернет.

В *приложениях* помещают вспомогательные или дополнительные материалы, которые иллюстрируют текст основной части работы.

## 1.2. Требования к оформлению текста

При оформлении расчетно-графической работы необходимо руководствоваться следующим.

1. Расчетно-графическая работа выполняется на компьютере с использованием текстового процессора (РГР № 1) и математического пакета (РГР № 2). Формат листа — А4, печатается на одной стороне листа.

2. Основной текст документа должен иметь стиль: шрифт Times New Roman, начертание — обычный, кегль 14, межстрочный интервал — полуторный. Параметры абзаца: первая строка — 1,25; выравнивание по ширине.

3. Поля оставлять в размерах, регламентированных стандартом (левое — 30 мм, верхнее и нижнее — 20 мм, правое — 10 мм).

4. Страницы должны быть пронумерованы. Размер шрифта номера страницы — 12 пунктов. Нумерация страниц арабскими цифрами посередине нижнего колонтитула. Титульный лист не номеруется, но принимается за первую страницу.

5. В тексте перед знаком препинания пробелы не ставятся, после знака препинания ставится один пробел.

6. Главы должны быть пронумерованы. Заголовки должны иметь стиль: начертание — полужирный, кегль 14, без абзацного отступа, без подчеркивания, выравнивание по центру. Перенос слов в заголовках не допускается. Если заголовок состоит из двух и более предложений, их разделяют точками. В заголовки не включают сокращённые слова и аббревиатуры. Расстояние между заголовком и текстом при выполнении документа на компьютере должно быть равно 1-2 интервалам. Номер подраздела или пункта включает номер раздела и порядковый номер подраздела или пункта, разделенные точкой, например: 1.1, 1.2, 1.3, 1.1.2 и т.д.

7. Оглавление должно быть сформировано автоматически с использованием возможностей текстового процессора.

8. Таблицы набирают шрифтом, кегль которого на два пункта ниже кегля шрифта основного текста. Таблицы должны иметь название. Таблицы оформляются по следующим правилам: таблица выравнивается по центру; над таблицей располагается заголовок.

### Оформление формул

1. При наборе формул применяют:

- гарнитуру основного шрифта;
- числа и дроби в формулах набирают прямым шрифтом;
- математические символы набирают курсивом, греческие и латинские символы — прямым начертанием;
- формулы, следующие одна за другой и не разделенные текстом, разделяют запятой;
- переносить формулы на следующую строку допускается только на знаках выполняемых операций, причем знак в начале следующей строки повторяют;

– формулы должны нумероваться сквозной нумерацией арабскими цифрами, которые записывают на уровне формулы справа в круглых скобках — (1). Ссылки в тексте на порядковые номера формул дают в скобках, например, «... в формуле (1)».

Формула включается в предложение как его равноправный элемент, поэтому в конце формул и в тексте перед ними знаки препинания ставят в соответствии с правилами пунктуации.

Символы и числовые коэффициенты, используемые в формуле, должны быть расшифрованы последовательно под формулой в том порядке, в каком они представлены в формуле. Пояснение символов физических величин дается с указанием единиц, в которых они измеряются. Пояснение каждого символа следует давать с новой строки.

Первая строка пояснения должна начинаться со слова «где», помещенного от нулевой позиции без двоеточия после него. После формулы ставится запятая. В конце каждой расшифровки ставится точка с запятой, а в конце последней расшифровки — точка.

Например:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2,$$

где  $x_0, y_0$  — координаты центра окружности;  
 $R$  — радиус окружности.

### Оформление иллюстраций

Приводимые в работе иллюстрации должны быть выполнены четко, аккуратно, разборчиво и иметь номер и подрисуючную подпись, которая набирается шрифтом меньшим, чем основной текст.

Иллюстрация может иметь наименование и поясняющие данные (подрисуючный текст), разделённые точкой с запятой. Например:

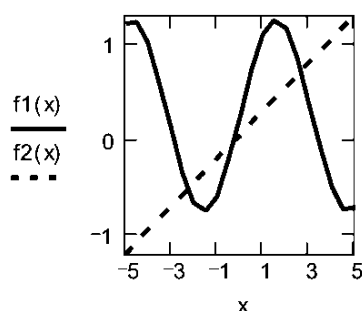


Рис. 1. График для определения площади фигуры:  
 $f1(x)$  — синусоида;  $f2(x)$  — прямая

Иллюстрации следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией. Если рисунок в тексте один, то он обозначается «Рисунок 1».

Допускается не нумеровать мелкие рисунки, размещенные непосредственно в тексте и на которые в дальнейшем нет ссылок.



## 2. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

### ТЕМА «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ»

Тема имеет прямое отношение к математической теории чисел. Необходимость изучения темы связана с тем фактом, что числа в памяти компьютера представлены в двоичной системе счисления, а для внешнего представления содержимого памяти, адресов памяти используют восьмеричную или шестнадцатеричную системы счисления.

Для выполнения задания студент должен знать следующие темы: что такое «система счисления»; в чем различие между позиционными и непозиционными системами счисления; алгоритмы перевода чисел из одной системы счисления в другую; особенности двоичной арифметики; связь между системами счисления; основные понятия логики и основные логические операции; алгоритм построения таблиц истинности; законы логики и правила преобразования логических выражений.

#### 2.1. Арифметические основы ЭВМ

*Язык* — это определенная система символического представления информации. Языки можно подразделить на две группы: естественные и формальные.

*Естественные* — это исторически сложившиеся языки национальной речи. *Формальные* — это искусственно созданные языки для профессионального применения (математика, нотная грамота).

Информацию, циркулирующую в компьютере, можно разделить на два вида: а) обрабатываемая информация (данные); б) информация, управляющая работой компьютера (команды, программы, операторы).

Способ представления данных в компьютере называется *языком представления данных*.

Внешнее представление данных ориентировано на человека и определяет вид данных на устройствах вывода: на экране, при печати. Внутреннее представление данных — это представление на носителях информации в компьютере, т.е. в памяти, линиях передачи информации.

##### 2.1.1. Системы счисления

Одним из языков представления чисел в ЭВМ является система счисления.

*Система счисления* — это определенный способ представления чисел и соответствующие ему правила действия над числами.

Если значение, описываемое цифрой, зависит от ее положения в записи числа, система счисления называется *позиционной*, если не зависит — *непозиционной*. Римский способ записи чисел является примером непозиционной системы счисления, а арабский — позиционной.

Размер алфавита (число цифр) называется *основанием системы счисления*.



Любое число  $N_b$  в любой системе счисления с основанием  $b$  можно представить в виде:

$$N_b = k_n b^n + k_{n-1} b^{n-1} + \dots + k_1 b^1 + k_0 b^0 + k_{-1} b^{-1} + \dots + k_{-m} b^{-m} = \sum_{i=-m}^n k_i b^i,$$

где  $b$  — основание системы счисления;

$k_i$  — цифры или символы числа ( $0 \leq k_i \leq b - 1$ );

$n, m$  — соответственно количество целых и дробных разрядов;

$i$  — номер разряда.

**Пример 2.** Перевод числа  $1101_2$  в десятичную систему счисления.

$$1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13_{10}$$

**Пример 3.** Перевод числа  $2357_8$  в десятичную систему счисления.

$$2357_8 = 2 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 1024 + 192 + 40 + 7 = 1263_{10}$$

**Пример 4.** Перевод числа  $С6E_{16}$  в десятичную систему счисления.

$$С6E_{16} = 12 \cdot 16^2 + 6 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^0 = 3072 + 96 + 14 = 3182_{10}$$

Перевод чисел из восьмеричной и шестнадцатеричной в двоичную систему счисления. Для осуществления подобного перевода можно руководствоваться общим правилом перевода. Однако между двоичной и восьмеричной (шестнадцатеричной) системами счисления существует простая и важная зависимость, которая позволит более удобным способом переводить числа из восьмеричной системы счисления в двоичную и обратно.

Суть способа заключается в замене восьмеричной цифры эквивалентным ей трёхразрядным двоичным числом (триадой), а шестнадцатеричной цифры — эквивалентным ей четырехразрядным двоичным числом (тетрадой).

**Пример 5.** Перевод восьмеричного числа  $764_8$  и шестнадцатеричного числа  $АС1_{16}$  в их двоичный эквивалент.

Каждую восьмеричную цифру заменим ее двоичной триадой, а шестнадцатеричную — тетрадой.

7	6	4	А	С	1
↓	↓	↓	↓	↓	↓
111	110	100	1010	1100	0001

Следовательно:  $764_8 = 111110100_2$ ,  $АС1_{16} = 101011000001_2$ .

Перевод чисел из двоичной в восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. При переводе двоичного числа в восьмеричную систему счисления необходимо разбить двоичное число на триады справа налево. В начале целой части числа следует дописать столько нулей, чтобы количество двоичных цифр было кратно трём. Затем каждую из триад заменяют одной эквивалентной ей восьмеричной цифрой.

Перевод из двоичной в шестнадцатеричную систему счисления производится с разбиением по четыре разряда (тетрада) справа налево.

**Пример 6.** Перевод числа  $0101111_2$  в восьмеричный и в шестнадцатеричный аналоги.

Разбиваем число на триады (тетрады) справа налево:

$$\begin{array}{ccccc} 000 & 101 & 111 & 0010 & 1111 \\ \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ 0 & 5 & 7 & 2 & F \end{array}$$

Следовательно:  $0101111_2 = 57_8 = 2F_{16}$ .

Перевод чисел из шестнадцатеричной в восьмеричную и из восьмеричной в шестнадцатеричную системы счисления. Такой перевод целесообразно производить через двоичную систему счисления.

**Пример 7.** Перевод шестнадцатеричного числа  $2E_{16}$  в восьмеричный аналог.

Для этого преобразования переводим число сначала в двоичную систему счисления, применяя двоичные тетрады, а затем полученное число подразделяем на триады справа налево:

$$\begin{array}{cccc} 2E_{16} = 0010 & 1110_2 = & 101 & 110_2 = 56_8 \\ & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ & 2 & E & 5 & 6 \end{array}$$

Следовательно:  $2E_{16} = 56_8$ .

### Арифметические действия в двоичной системе счисления

Простота двоичной арифметики оказалась важным фактором, способствовавшим выбору двоичной системы счисления для компьютерного представления чисел.

При сложении необходимо учитывать возможность переноса значения из предыдущего разряда и появление переноса в следующий разряд.

Таблица сложения однозначных чисел:

$$\begin{array}{l} 0 + 0 = 0 \\ 0 + 1 = 1 \\ 1 + 1 = 10_2 \end{array}$$

Таблица вычитания однозначных чисел:

$$\begin{array}{l} 0 - 0 = 0 \\ 1 - 0 = 1 \\ 1 - 1 = 0 \\ 10_2 - 1 = 1 \end{array}$$

**Пример 8.** Выполнить сложение двух двоичных чисел.

$$\begin{array}{r} \phantom{+} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{0_2} \\ \phantom{+} (1 \phantom{0} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{0_2} \\ \phantom{+} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{1_2} \\ + \phantom{1} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{0_2} \\ \hline 1 \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{0_2} \end{array}$$

Таким образом,  $1101_2 + 101_2 = 10010_2$

**Пример 9.** Выполнить вычитание двух двоичных чисел

$$\begin{array}{r} \phantom{-} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{0_2} \\ \phantom{-} (1 \phantom{0} \phantom{1} \phantom{0_2} \\ \phantom{-} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{0_2} \\ - \phantom{1} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{1_2} \\ \hline \phantom{1} \phantom{0} \phantom{1} \phantom{0_2} \end{array}$$

Таким образом,  $1010_2 - 101_2 = 101_2$

## 2.2. Логические основы ЭВМ

В ЭВМ используются различные устройства, работу которых прекрасно описывает алгебра логики. К таким устройствам относятся группы переключателей, триггеры, сумматоры.

Кроме того, связь между булевой алгеброй и компьютерами лежит и в используемой в ЭВМ системе счисления. Как известно она двоичная. Поэтому в устройствах компьютера можно хранить и преобразовывать как числа, так и значения логических переменных.

### 2.2.1. Алгебра логики и логические основы компьютера

*Логика* (от греч. *logos* – слово, понятие, рассуждение, разум) — это наука о законах и операциях правильного мышления.

*Алгебра логики* — раздел математики, изучающий высказывания с точки зрения их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.

Алгебру логику называют двоичной логикой, или алгеброй Буля, или булевой алгеброй по имени английского математика Джорджа Буля, разработавшего в XIX веке ее основные положения.

Для удобства записи используют обозначение результата через  $F$ , а логические высказывания — через  $A$  ( $X$ ),  $B$  ( $Y$ ) и т.д. Так как возможных вариантов значений всего два, их можно обозначить через 0 (ложь, нет, false, no) и 1 (истина, да, true, yes).

Основным объектом в математической логике является высказывание. *Высказывание* — форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов и отношениях между ними. Высказывание может принимать 2 значения: быть либо истинно, либо ложно.

Простые высказывания содержат только *одно утверждение*, а сложные высказывания содержат *несколько утверждений*.

Простое логическое выражение состоит из одного высказывания и не содержит логические операции. В простом логическом выражении возможно только два результата — либо «истина», либо «ложь».

Сложное логическое выражение содержит высказывания, объединенные логическими операциями. По аналогии с понятием функции в алгебре сложное логическое выражение содержит аргументы, которыми являются высказывания.

### 2.2.2. Таблицы истинности

*Логическое выражение* — это формула, в которую входят логические переменные и знаки логических операций.

Все действия, выполняемые процессором компьютера, можно моделировать при помощи логических операций. Двоичные цифры 0 и 1 можно рассматривать как логические значения.

Для каждого логического выражения можно построить таблицу истинности.

*Таблица истинности* — это таблица, которая определяет истинность или ложность логических выражений при всех возможных вариантах исходных данных.

Все операции алгебры логики определяются таблицами истинности значений. Таблица истинности определяет результат выполнения операции для всех возможных логических значений исходных высказываний. Количество вариантов, отражающих результат применения операций, будет зависеть от количества высказываний в логическом выражении.

Если число высказываний в логическом выражении  $N$ , то таблица истинности будет содержать  $2^N$  строк, так как существует  $2^N$  различных комбинаций возможных значений аргументов.

Таким образом, для таблицы истинности необходимо указать количество столбцов и количество строк:

*Количество столбцов = количество переменных + количество логических операций.*

*Количество строк =  $2^N$  (где  $N$  — это количество переменных).*

### 2.2.3. Основные логические операции

В алгебре логики определены действия над высказываниями, выполняющие которые получают новые высказывания.

В качестве основных логических операций в сложных логических выражениях используются следующие (в порядке приоритета):

- НЕ (логическое отрицание, инверсия);
- И (логическое умножение, конъюнкция);
- ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция).

Все прочие действия можно выразить через эти три операции.

## Логическая операция НЕ

Применяется к одному аргументу, в качестве которого может быть и простое, и сложное логическое выражение.

Логическое отрицание (инверсия) образуется из высказывания с помощью добавления частицы «не» к сказуемому или использования оборота речи «неверно, что...».

Отрицание обозначают знаком  $\neg$  или чертой над переменной.

Следующие обозначения эквивалентны:

$$\neg A, \bar{A}$$

Читается: «не  $A$ ».

Союз в естественном языке: *не; неверно, что...*

Например:

1. Высказывание «4 — простое число» ложно. Высказывание «4 — не простое число» истинно.

2. Принцип работы переключателя настольной лампы таков: если лампа горела, переключатель выключает ее, если лампа не горела — включает ее. Такой переключатель можно считать электрическим аналогом операции отрицания.

3.  $A$  — «Сегодня светит солнце»

$\neg A$  или  $\bar{A}$  — «Неверно, что сегодня светит солнце» или «Сегодня не светит солнце».

Результат операции отрицания *НЕ* определяется таблицей истинности (рис. 1):

Смысл высказывания $A$	$\bar{A}$
Солнца нет	Истина
Солнце есть	Ложь

*a)*

$A$	$\bar{A}$
0	1
1	0

*б)*

*Рис. 1. Таблица истинности операции отрицания НЕ:  
a — на естественном языке; б — на формальном языке*

*Инверсия* высказывания *истинна*, если высказывание *ложно*, и *ложна*, когда высказывание *истинно*.

## Логическая операция И

Логическое умножение (конъюнкция) образуется соединением двух (или более) высказываний в одно с помощью союза «и».

Конъюнкцию обозначают знаком  $\wedge$ , символом  $\&$  или знаком умножения. Как в математике знак умножения можно опускать.

*Примечание.* При практическом наборе на компьютере можно использовать знаки прямого и обратного деления без пробела:  $\wedge$ .

Следующие обозначения эквивалентны:  $A \wedge B, A \& B, A \cdot B, AB$

Читается: « $A$  и  $B$ ».

Например:

1. Логическую операцию  $I$  можно сравнить с последовательным соединением лампочек в гирлянде. При наличии хотя бы одной неработающей лампочки электрическая цепь оказывается разомкнутой, то есть гирлянда не работает. Ток протекает только при одном условии — все составляющие цепи должны быть исправны.

2.  $A$  — «Сегодня светит солнце»;

$B$  — «Сегодня нет дождя»;

$A \wedge B$  — «Сегодня светит солнце и нет дождя»

Таблицы истинности операции  $I$  приведены на рисунке 2.

Смысл высказываний $A$ и $B$ для указанных значений		$A \wedge B$
Солнца нет	Дождь идет	Ложь
Солнца нет	Дождя нет	Ложь
Солнца светит	Дождь идет	Ложь
Солнце светит	Дождя нет	Истина

а)

$A$	$B$	$F = A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

б)

Рис. 2. Таблицы истинности операции  $I$ :  
а — на естественном языке; б — на формальном языке

**Конъюнкция** двух высказываний *истинна* тогда и только тогда, когда *оба* высказывания *истинны*, и *ложна*, когда хотя бы одно из высказываний *ложно*.

### Логическая операция ИЛИ

Логическое сложение (дизъюнкция) образуется соединением двух (или более) высказываний в одно с помощью союза «или».

Дизъюнкцию обозначают знаком  $\vee$  или знаком сложения. Следующие обозначения эквивалентны:

$$A \vee B, A + B$$

Читается: « $A$  или  $B$ ».

*Примечание.* При практическом наборе на компьютере часто используют знаки обратного и прямого деления без пробела:  $\setminus$ .

Например:

1. Если использовать елочную гирлянду с параллельным соединением лампочек, то следует знать, что гирлянда будет светить до тех пор, пока цела хотя бы одна лампочка.

2.  $A$  — «На стоянке находится автомобиль «Мерседес»;

$B$  — «На стоянке находится автомобиль «Лада»;

$A \vee B$  — «На стоянке находится «Мерседес» или «Лада».



Таблицы истинности операции *ИЛИ* приведены на рисунке 3.

Смысл высказываний $A$ и $B$ для указанных значений		$A \vee B$	$A$	$B$	$F = A \vee B$
«Мерседеса» нет	«Лады» нет	Ложь	0	0	0
«Мерседеса» нет	«Лада» есть	Истина	0	1	1
«Мерседес» есть	«Лады» нет	Истина	1	0	1
«Мерседес» есть	«Лада» есть	Истина	1	1	1

Рис. 3. Таблицы истинности операции *ИЛИ*:  
а — на естественном языке; б — на формальном языке

*Дизъюнкция* двух высказываний *истинна*, когда *хотя бы одно* из высказываний истинно; *ложна* тогда и только тогда, когда оба высказывания *ложны*.

## 2.2.4. Дополнительные логические операции

### Импликация

Логическое следование (импликация) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «*если... , то...*».

Применяют обозначения:

если  $A$ , то  $B$ ;  $A$  влечет  $B$ ; if  $A$  then  $B$ ;  $A \rightarrow B$ .

Союз в естественном языке: *если ... , то ...*

Например:

1. Рассмотрим два высказывания:  $A$  { $X$  делится на 9},  $B$  { $X$  делится на 3}. Операция  $A \rightarrow B$  означает следующее: «Если число делится на 9, то оно делится и на 3».

2.  $A$  – «На улице идет дождь»;  $B$  – «Асфальт мокрый»;

$A \rightarrow B$  – «Если на улице идет дождь, то асфальт мокрый».

Таблицы истинности операции *ИМПЛИКАЦИЯ* приведены на рисунке 4.

Смысл высказываний $A$ и $B$ для указанных значений		$A \rightarrow B$	$A$	$B$	$F = A \rightarrow B$
Дождя нет	Асфальт сухой	Истина	0	0	1
Дождя нет	Асфальт мокрый	Истина	0	1	1
Дождь идет	Асфальт сухой	Ложь	1	0	0
Дождь идет	Асфальт мокрый	Истина	1	1	1

Рис. 4. Таблицы истинности операции *ИМПЛИКАЦИЯ*:  
а — на естественном языке; б — на формальном языке

*Импликация* двух высказываний *ложна* тогда и только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное.

## Эквивалентность

Логическое равенство (эквивалентность) образуется соединением двух высказываний в одно при помощи оборота речи «... тогда и только тогда, когда...».

Применяемое обозначение:  $A \leftrightarrow B, A \sim B$ .

Союз в естественном языке: *тогда и только тогда, когда...*

Например:

1. День сменяет ночь тогда и только тогда, когда солнце скрывается за горизонтом.

2. Добиться результата в спорте можно тогда и только тогда, когда приложено максимум усилий.

3. Число  $A$  — четное тогда и только тогда, когда число  $A$  делится нацело на 2.

Таблицы истинности операции **ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ** приведены на рисунке 5.

Смысл высказываний $A$ и $B$ для указанных значений		$A \leftrightarrow B$
Число нечетное	Число не кратно 2	Истина
Число нечетное	Число кратно 2	Ложь
Число четное	Число не кратно 2	Ложь
Число четное	Число кратно 2	Истина

$A$	$B$	$F = A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Рис. 5. Таблицы истинности операции **ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ**:  
а — на естественном языке; б — на формальном языке

Эквивалентность двух высказываний *истинна* тогда и только тогда, когда *оба* высказывания истинны или *оба* ложны.

Импликацию можно выразить через дизъюнкцию и отрицание:

$$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$$

Эквивалентность можно выразить через отрицание, дизъюнкцию и конъюнкцию:

$$A \leftrightarrow B = (\bar{A} \vee B) \wedge (A \vee \bar{B})$$

Таким образом, операций отрицания, дизъюнкции и конъюнкции достаточно, чтобы описывать и обрабатывать многие логические высказывания.

### 2.2.5. Равносильные логические выражения

Равносильности формул логики высказываний часто называют *законами логики*. *Равносильность* — это одинаковый результат при всех возможных наборах исходных данных.

Логические выражения, у которых *последние столбцы* таблиц истинности *совпадают*, называются *равносильными*.

Для обозначения равносильных логических выражений используется знак равенства (=). Например:  $\bar{A} \& \bar{B} = \overline{A \vee B}$

$A$	$B$	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$\bar{A} \& \bar{B}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

$A$	$B$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Последние столбцы таблиц истинности совпадают, выражения равносильны.

### 2.2.6. Построение таблиц истинности

Чтобы решить логическое выражение, необходимо построить таблицу истинности, описывающую ВСЕ возможные варианты значений переменных величин. В связи с тем, что мы используем булевы переменные (то есть имеющие только два значения: 0 и 1), количество вариантов легко сосчитать по формуле

$$M = 2^N,$$

где  $N$  – число переменных, а  $M$  – число строк в результирующей таблице.

Заполнение же значений фактически является последовательным вписыванием в каждой строке двоичных чисел. Для первой строки это будет 0 (00, 000...), для второй — 1 (01, 001...), а для последней — числа, состоящие из всех единиц. Выполнение этого несложного правила позволит не только избежать ошибок, но и облегчит решение, так как значения 0/1 будут подчиняться определенному порядку для каждой переменной.

При построении таблиц истинности надо руководствоваться определенной последовательностью действий:

- 1) записать выражение и определить порядок выполнения операций;
- 2) определить количество строк;
- 3) количество столбцов;

4) *построить таблицу истинности*: обозначить столбцы (именами переменных и обозначениями логических операций в порядке их выполнения) и внести в таблицу все возможные наборы исходных значений логических переменных;

5) *заполнить* таблицу истинности, выполняя базовые логические операции в необходимой последовательности и в соответствии с их таблицами истинности. В первую очередь вычисляется отрицание, затем конъюнкция, дизъюнкция, импликация. Порядок выполнения операций может быть задан при помощи скобок.

**Пример 10.** Построение таблицы истинности для логической функции:

$$F(A, B, C) = \bar{A} \& (B \vee C)$$

1. Определяем порядок выполнения операций: сначала выполняется отрицание  $\bar{A}$ , затем сложение  $(B \vee C)$ , т.к. оно в скобках, и только затем умножение  $\bar{A} \& (B \vee C)$ .

2. Количество входных переменных в заданном выражении равно трем ( $A, B, C$ ), следовательно, количество входных наборов (а значит и строк) —  $Q = 2^3 = 8$ .

3. Количество столбцов равно 6 (3 переменные + 3 операции).

4. Строим таблицу истинности, используя *все* возможные наборы исходных данных:

$A$	$B$	$C$	$\bar{A}$	$B \vee C$	$\bar{A} \& (B \vee C)$
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

5. Заполняем таблицу истинности, выполняя операции в нужной последовательности:

$A$	$B$	$C$	$\bar{A}$	$B \vee C$	$\bar{A} \& (B \vee C)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

### 2.3. Законы алгебры логики

Основу математической логики составляет алгебра логики, в которой используется язык формул, характерный для математики.

Законы алгебры логики базируются на аксиомах и позволяют преобразовывать логические функции. Логические функции преобразуются с целью их упрощения, а это ведет к упрощению цифровой схемы.

Законы логики отражают наиболее важные закономерности логического мышления. В алгебре высказываний законы логики записываются в виде формул, которые позволяют проводить эквивалентные преобразования логических выражений в соответствие с законами логики.

Знание законов логики позволяет проверять правильность рассуждений и доказательств. Ниже представлены аксиомы и законы алгебры логики.

*Примечание.* Некоторые знаки алгебры логики заменены на математические знаки сложения и умножения.

**Аксиомы:**

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$1 + 1 = 1$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1 + 0 = 1$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

$$0 + 0 = 0$$

**Законы алгебры логики:**

1) нулевого множества

$$A \cdot 0 = 0, A \vee 0 = A;$$

2) универсального множества

$$A \cdot 1 = A, A \vee 1 = 1;$$

3) исключенного третьего

$$A \vee \bar{A} = 1;$$

4) дополнительности

$$A \cdot \bar{A} = 0;$$

5) двойного отрицания (двойной инверсии)

$$\neg(\neg A) = A \text{ или } \overline{\bar{A}} = A;$$

6) повторения

$$A \cdot A = A, A \vee A = A;$$

7) коммутативности (переместительный)

$$A \cdot B = B \cdot A, A \vee B = B \vee A;$$

8) ассоциативности (сочетательный)

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C),$$

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C);$$

9) дистрибутивности (распределительный)

$$(A \cdot B) \vee (A \cdot C) = A \cdot (B \vee C),$$

$$(A \vee B) \cdot (A \vee C) = A \vee (B \cdot C);$$

10) законы де Моргана

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \cdot \bar{B},$$

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} \vee \bar{B}.$$

## 2.4. Задания для выполнения расчетно-графической работы № 1

### 2.4.1. Системы счисления

#### Задания для вариантов 1-15

1. Переведите данное число из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления.
2. Переведите данное число в десятичную систему счисления.
3. Выполните сложение чисел (сделайте проверку).
4. Выполните вычитание чисел (сделайте проверку).

№ варианта	№ задания			
	1	2	3	4
1	860 <sub>10</sub>	а) 1001010 <sub>2</sub> б) 775 <sub>8</sub> в) 294 <sub>16</sub>	110110000 <sub>2</sub> + 10110110 <sub>2</sub>	101101001 <sub>2</sub> – 100111 <sub>2</sub>
2	757 <sub>10</sub>	а) 100111100 <sub>2</sub> б) 1233 <sub>8</sub> в) 2B3 <sub>16</sub>	1111011101 <sub>2</sub> + 1011010 <sub>2</sub>	1101101100 <sub>2</sub> – 1101010 <sub>2</sub>
3	265 <sub>10</sub>	а) 111010001 <sub>2</sub> б) 1461 <sub>8</sub> в) 9D <sub>16</sub>	1001101110 <sub>2</sub> + 101100111 <sub>2</sub>	110001100 <sub>2</sub> – 1000111 <sub>2</sub>
4	336 <sub>10</sub>	а) 1011010 <sub>2</sub> б) 1537 <sub>8</sub> в) 2D9 <sub>16</sub>	10111110 <sub>2</sub> + 100011100 <sub>2</sub>	101001111 <sub>2</sub> – 10010111 <sub>2</sub>
5	237 <sub>10</sub>	а) 1011110100 <sub>2</sub> б) 1317 <sub>8</sub> в) 2F4 <sub>16</sub>	10111010 <sub>2</sub> + 1010110100 <sub>2</sub>	110110100 <sub>2</sub> – 110010100 <sub>2</sub>
6	85 <sub>10</sub>	а) 1000010011 <sub>2</sub> б) 176 <sub>8</sub> в) 3D2 <sub>16</sub>	100000001 <sub>2</sub> + 100011001 <sub>2</sub>	101101000 <sub>2</sub> – 10010000 <sub>2</sub>
7	220 <sub>10</sub>	а) 1110010100 <sub>2</sub> б) 1714 <sub>8</sub> в) DD <sub>16</sub>	1000110 <sub>2</sub> + 1001101111 <sub>2</sub>	111000110 <sub>2</sub> – 100001011 <sub>2</sub>
8	970 <sub>10</sub>	а) 1111001110 <sub>2</sub> б) 721 <sub>8</sub> в) 3C9 <sub>16</sub>	111010010 <sub>2</sub> + 110010111 <sub>2</sub>	101010101 <sub>2</sub> – 110011001 <sub>2</sub>
9	485 <sub>10</sub>	а) 1001100001 <sub>2</sub> б) 1046 <sub>8</sub> в) 388 <sub>16</sub>	1011001010 <sub>2</sub> + 101011010 <sub>2</sub>	101000111 <sub>2</sub> – 10100000 <sub>2</sub>
10	556 <sub>10</sub>	а) 1011100111 <sub>2</sub> б) 675 <sub>8</sub> в) 94 <sub>16</sub>	1011010 <sub>2</sub> + 1001111001 <sub>2</sub>	100011000 <sub>2</sub> – 10010011 <sub>2</sub>
11	71 <sub>10</sub>	а) 1001001101 <sub>2</sub> б) 1022 <sub>8</sub> в) 53 <sub>16</sub>	101111010 <sub>2</sub> + 100011110 <sub>2</sub>	100010010 <sub>2</sub> – 1101010 <sub>2</sub>
12	243 <sub>10</sub>	а) 111110011 <sub>2</sub> б) 1634 <sub>8</sub> в) C23 <sub>16</sub>	1111001001 <sub>2</sub> + 100110011 <sub>2</sub>	101000011 <sub>2</sub> – 100110 <sub>2</sub>
13	767 <sub>10</sub>	а) 10110000101 <sub>2</sub> б) 1071 <sub>8</sub> в) 18B <sub>16</sub>	101110011 <sub>2</sub> + 11111010 <sub>2</sub>	1110010111 <sub>2</sub> – 1011100 <sub>2</sub>

№ варианта	№ задания			
	1	2	3	4
14	$898_{10}$	а) $10111101001_2$ б) $744_8$ в) $1EE_{16}$	$11000010_2 + 1001110100_2$	$11110011_2 - 100001_2$
15	$730_{10}$	а) $10001101011_2$ б) $147_8$ в) $1CA_{16}$	$110101101_2 + 1010111_2$	$11001101_2 - 100100_2$

### 2.4.2. Алгебра логики

#### Задания для вариантов 16-30

- Доказать сочетательный закон.
- Вычислить выражение.
- Построить таблицу истинности логической функции, а затем упростить.

№ варианта	№ задания		
	1	2	3
16	$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$	$(1 \vee 0 \wedge 1) \wedge (1 \vee A)$	$(X \wedge Y) \vee (\bar{Y} \wedge (X \vee Y))$
17	$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$	$((1 \wedge 0) \vee A) \wedge (0 \vee A)$	$((X \vee Y) \wedge \bar{X}) \vee (X \wedge Y)$
18	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$	$(A \wedge 0) \wedge (1 \vee A) \vee 1$	$((A \vee B) \wedge \bar{B}) \vee (A \wedge B)$
19	$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$	$(1 \wedge 0) \vee (A \vee 1 \wedge 0)$	$(A \wedge B) \vee ((A \vee B) \wedge \bar{A})$
20	$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$	$(1 \vee 0 \wedge 1) \wedge (1 \vee A)$	$(X \wedge Y) \vee (\bar{Y} \wedge (X \vee Y))$
21	$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$	$((1 \wedge 0) \vee A) \wedge (0 \vee A)$	$((X \vee Y) \wedge \bar{X}) \vee (X \wedge Y)$
22	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$	$(A \wedge 0) \wedge (1 \vee A) \vee 1$	$((A \vee B) \wedge \bar{B}) \vee (A \wedge B)$
23	$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$	$(1 \wedge 0) \vee (A \vee 1 \wedge 0)$	$(A \wedge B) \vee ((A \vee B) \wedge \bar{A})$
24	$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$	$(1 \vee 0 \wedge 1) \wedge (1 \vee A)$	$(X \wedge Y) \vee (\bar{Y} \wedge (X \vee Y))$
25	$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$	$((1 \wedge 0) \vee A) \wedge (0 \vee A)$	$((X \vee Y) \wedge \bar{X}) \vee (X \wedge Y)$
26	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$	$(A \wedge 0) \wedge (1 \vee A) \vee 1$	$((A \vee B) \wedge \bar{B}) \vee (A \wedge B)$
27	$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$	$(1 \wedge 0) \vee (A \vee 1 \wedge 0)$	$(A \wedge B) \vee ((A \vee B) \wedge \bar{A})$
28	$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$	$(1 \vee 0 \wedge 1) \wedge (1 \vee A)$	$(X \wedge Y) \vee (\bar{Y} \wedge (X \vee Y))$
29	$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$	$((1 \wedge 0) \vee A) \wedge (0 \vee A)$	$((X \vee Y) \wedge \bar{X}) \vee (X \wedge Y)$
30	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$	$(A \wedge 0) \wedge (1 \vee A) \vee 1$	$((A \vee B) \wedge \bar{B}) \vee (A \wedge B)$

Таблица 1. Варианты заданий для выполнения расчетно-графической работы № 1

Предпоследняя цифра номера студенческого билета	Последняя цифра номера студенческого билета										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	0	1, 16	3, 17	5, 18	4, 19	9, 20	2, 21	4, 22	6, 23	8, 24	10, 25
	1	11, 26	13, 27	15, 28	12, 29	14, 30	1, 20	2, 21	3, 22	4, 23	5, 24
	2	6, 25	7, 16	8, 17	9, 18	10, 19	11, 30	12, 26	13, 28	14, 27	15, 29
	3	1, 30	2, 29	3, 28	4, 27	5, 26	6, 24	7, 25	8, 23	9, 22	10, 21
	4	11, 20	12, 19	13, 18	14, 17	15, 16	1, 25	2, 26	3, 27	4, 28	5, 29
	5	6, 30	7, 20	8, 21	9, 22	10, 23	11, 24	12, 16	13, 17	14, 18	15, 19
	6	1, 17	5, 19	9, 21	13, 23	2, 25	3, 27	4, 29	5, 16	6, 18	7, 20
	7	2, 22	6, 24	10, 26	14, 28	8, 24	9, 27	10, 30	11, 27	12, 24	13, 21
8	3, 16	7, 18	11, 20	15, 22	14, 25	15, 28	1, 29	2, 26	3, 23	4, 20	
9	4, 17	8, 19	12, 21	1, 23	5, 26	6, 29	7, 28	8, 25	9, 22	10, 19	



### 3. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

#### ТЕМА «РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MATHCAD»

Математический пакет MathCAD является мощной системой компьютерной математики, сочетающей в себе визуально ориентированный входной язык, удобный редактор текста и формул, численный и символьный процессоры. Пакет достаточно прост в изучении, а наличие большого числа электронных книг и «быстрых шпаргалок» существенно упрощают его применение для решения конкретных научно-технических задач.

##### 3.1. Решение алгебраических уравнений. Построение графиков функций

Для выполнения задания студент должен знать следующие разделы математики.

Понятия независимых и зависимых переменных, функции. Обозначение функции. Нули функции. Способы задания функции: графический, табличный, аналитический. Графики в декартовой системе координат. Полярная система координат. Составление таблицы — табулирование. Область определения функций, область значений функций. Возрастающая и убывающая функции. Непрерывная и разрывная функции. Точки разрыва. Периодичность. Пересечение с осями координат. Аналитические выражения элементарных функций и вид их графиков: многочлены, алгебраические (линейные, квадратичные, третьей степени), целые рациональные  $n$ -ой степени, степенные. Дробно-рациональные, иррациональные. Трансцендентные (тригонометрические и обратные к ним, показательные, логарифмические, гиперболические). Область определения, область значений и периодичность тригонометрических функций.

Для построения графиков функций необходимо знать понятия: область определения функции, интервал, вид графика. Понятие графического задания функции. Расположение графиков четных и нечетных функций относительно осей координат и начала координат.

##### Решение одного уравнения с одним неизвестным

Для решения одного уравнения с одним неизвестным используется функция **root**, имеющая конструкцию **root(f(x),x)**. Ищется значение переменной, при котором выражение обращается в ноль.

Первый аргумент есть или функция, определенная где-либо в документе, или выражение. Второй аргумент — это имя переменной, используемой в выражении, значение которой надо найти функцией **root**. Этой переменной предварительно нужно присвоить числовое значение, которое система использует в качестве начального приближения при поиске корня.

### **Алгоритм решения одного уравнения с одним неизвестным**

1. Задать начальное значение переменной  $x$  (начальное приближение к корню).

2. При помощи встроенной функции **root** найти решение:

$$\text{root}(f(x), x) =$$

3. При необходимости произвести проверку решения как аналитически (подстановкой значения  $x$  в уравнение), так и графически.

Если уравнение имеет несколько решений, т.е. точек пересечения с осью  $Ox$ , а диапазон для поиска не задан, то следует построить график функции и подобрать диапазон  $x$  таким, чтобы было видно хоть одно решение; затем, задав начальное приближение  $x$ , найти это решение.

### **Уравнения с несколькими неизвестными**

При решении уравнений с несколькими неизвестными используются функции **Find** (Найти) и **Minerr** (Минимальное отклонение), работающие в связке с ключевым словом **Given** (Дано). Конструкция **Given–Find** использует расчетную методику, основанную на поиске корня вблизи точки начального приближения, заданной пользователем.

Вычислительный блок **Given–Find** имеет следующую структуру:

**Given**  $\Rightarrow$  Ключевое слово, отмечающее начало блока  
Уравнения  
Ограничительные условия  
Выражения с функциями **Find** или **Minerr**

Результатом решения уравнения или системы уравнений будет численное значение искомых корней. При необходимости можно произвести проверку решения.

### **Алгоритм решения уравнения с несколькими неизвестными:**

1. Задать начальные значения переменным  $x$  и  $y$ .
2. Составить блок уравнений и, если необходимо, ввести ограничительные условия.
3. Решение поместить в вектор-столбец, размер которого равен числу переменных.
4. Вывести результаты решения.

**Примечание.** Конструкция **Given–Find** используется также и для решения уравнения с одним неизвестным, при этом функция **Find** имеет только один аргумент (найденный корень зависит от начального приближения).

### **Решение квадратного уравнения**

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

где  $a, b, c$  — некоторые числа;

$x$  — переменная.



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix},$$

где  $A$  — матрица системы;  
 $x$  — вектор-столбец неизвестных;  
 $b$  — столбец свободных членов.

Теория систем линейных уравнений может быть наглядно и просто описана при помощи матриц.

Систему линейных уравнений (1) можно записать в матричной форме  $Ax = b$ , и для решения необходимо обратить матрицу  $A$ , откуда  $x = A^{-1} \cdot b$ .

Для решения систем линейных уравнений на ПЭВМ используются два способа:

- метод обращения матрицы системы  $A^{-1}$ ;
- при помощи блока **Given–Find** (хотя первый метод предпочтителен с точки зрения количества вычислений).

**Алгоритм решения системы линейных уравнений матричным методом** (метод обращения матрицы):

1. Формируется матрица коэффициентов при неизвестных.
2. Формируется вектор-столбец свободных членов.
3. Решается система методом обращения матрицы коэффициентов.
4. Выводится найденное значение.

**Алгоритм решения системы линейных уравнений при помощи блока Given–Find:**

1. Задать начальные значения переменным.
2. Составить блок уравнений.
3. Если необходимо, то ввести ограничительные условия.
4. Решение поместить в вектор-столбец, размер которого равен числу переменных.
5. Вывести результаты решения.

### 3.3. Решение систем нелинейных уравнений

Для выполнения задания необходимо повторить следующие разделы математики. Аналитические выражения элементарных функций и вид их графиков: алгебраические, целые рациональные  $n$ -ой степени, степенные; дробно-рациональные; тригонометрические и обратные к ним; показательные, логарифмические, гиперболические. Область определения, область значений и периодичность тригонометрических функций. Пересечение с осями координат.

Решение систем нелинейных уравнений сводится к нахождению точек пересечений заданных функций, поэтому решение необходимо начать с построения графиков.

*Алгоритм решения нелинейных уравнений* (имеющего, например, два решения):

1. Задать пределы изменения переменной  $x$  с учетом области определения функций.
2. Присвоить функциям  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  значения уравнений.
3. Построить графики функций в одной системе координат.
4. Найти первое решение. Для этого задать начальные приближения значениям переменных  $x$  и  $y$ , которые определяются по графику (ближайшие к первой точке).
5. Составить блок **Given–Find**. Найти первое решение.
6. Найти второе решение, задав начальные приближения значениям переменных  $x$  и  $y$  по графику (ближайшие ко второй точке).
7. Составить блок **Given–Find** и найти второе решение.

### 3.4. Исследование функций

Для выполнения задания необходимо повторить следующие разделы математики.

Определение нулей функции  $f$  (решение уравнения вида  $f(x) = 0$ ), четности, нечетности и периодичности. Определение локальных экстремумов и точек перегиба. Определение интервалов монотонности и выпуклости/вогнутости. Точки разрыва. Асимптоты графика функции. Пределы функций. Односторонние пределы. Вычисление соответствующих значений функции. Построение графиков функции. Необходимое условие существования экстремума. Достаточное условие существования экстремума. Нахождение максимума и минимума функции. Нахождение экстремумов функции с помощью первой и второй производной (два способа).

#### Нахождение экстремумов функций

Необходимое условие экстремума (максимума и/или минимума) непрерывной функции — экстремумы могут иметь место только в тех точках, где производная или равна нулю, или не существует. Для нахождения экстремумов непрерывной функции сначала находят точки, удовлетворяющие необходимому условию  $\frac{df(x)}{dx} = 0$ , и находят все действительные корни уравнения. Если построен график функции, то можно сразу увидеть — максимум или минимум достигается в данной точке  $x$ .

Если графика нет, то каждый из найденных корней исследуют одним из следующих способов.

1. **Способ сравнения знаков производной.** Определяют знак производной  $\frac{df(x)}{dx}$  в точках, отстоящих от экстремума функции по разные стороны на небольших расстояниях. Если знак производной при этом меняется с «+» на «-», то при данном  $x$  функция имеет максимум. Если знак меняется с «-» на «+», то при данном значении  $x$  функция имеет минимум. Если знак производной не меняется, то экстремумов нет.

2. **Способ вычисления второй производной.** В этом случае вычисляется вторая производная  $\frac{d^2f(x)}{dx^2}$ . Если она меньше нуля, то при данном значении  $x$  функция имеет максимум, если она больше нуля, то — минимум. Если вторая производная равна нулю, то этот способ ничего не дает, и для исследования применяют первый способ.

**Алгоритм нахождения экстремумов функции:**

1. Построить график функции  $f(x)$ .
2. Найти все действительные корни уравнения  $\frac{df(x)}{dx} = 0$
3. Исследовать на экстремум каждую найденную точку первым или вторым способом.

### **Нахождение наибольшего (наименьшего) значения функций**

Чтобы найти наибольшее значение функции в промежутке  $[a, b]$ , надо определить все максимумы и значения функции на концах промежутка  $f(a)$  и  $f(b)$ ; наибольшее из этих чисел будет наибольшим значением функции  $f(x)$  в указанном промежутке. Наименьшее значение функции находится аналогично.

### **3.5. Определение площадей фигур, ограниченных непрерывными линиями**

Для выполнения задания необходимо повторить следующие разделы математики.

Геометрический смысл определенного интеграла. Криволинейная трапеция. Пределы интегрирования. Вычисление площадей фигур в декартовой и полярной системе координат. Пределы интегрирования относительно оси  $Ox$  или  $Oy$ .

Согласно формуле криволинейных трапеций можно вычислить площадь любой фигуры, ограниченной непрерывной линией самой функции  $y=f(x)$ , отрезком по оси  $X$  ( $a \leq x \leq b$ ) и двумя вертикалями  $x = a$  и  $x = b$ .

Площадь находится с помощью определенного интеграла. Если искомая площадь находится между двумя линиями, то она ищется как разность криволинейных трапеций, ограниченных первой и второй кривой. При этом может оказаться, что сама функция или разность функций меньше нуля. Чтобы избежать ошибок при вычислении площади, функцию или

разность функций надо брать по модулю, тогда площадь будет всегда положительной величиной.

**Алгоритм определения площадей фигур, имеющих три точки пересечения:**

1. Задать пределы изменения переменной  $x$  и выражения переменным  $f1(x)$  и  $f2(x)$ .
2. Построить графики функций  $f1(x)$  и  $f2(x)$  в одной системе координат.
3. Определить по графику начальное приближение для значения  $x$ , соответствующее первой точке пересечения двух графиков. Найти точку  $x1$ .
4. Определить по графику начальное приближение для значения  $x$ , соответствующее второй точке пересечения двух графиков. Найти точку  $x2$ .
5. Определить по графику начальное приближение для значения  $x$ , соответствующее третьей точке пересечения двух графиков. Найти точку  $x3$ .
6. Найти площадь первой области, ограниченной заданными линиями на отрезке  $[x1; x2]$ , используя разность функций под интегралом по модулю.
7. Найти площадь второй области, ограниченной заданными линиями на отрезке  $[x2, x3]$ , используя разность функций под интегралом по модулю.
8. Найти общую площадь фигуры как сумму площадей обеих областей.

### **3.6. Построение кривых по заданным точкам**

Для решения задач по данной теме необходимо повторить следующие вопросы математики: нахождение расстояния между двумя точками на плоскости; деление отрезка пополам; площадь треугольника; уравнение прямой; уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении; график квадратного трехчлена; уравнение окружности.

#### **Построение прямой, проходящей через две точки**

Для составления уравнения прямой, проходящей через две точки  $A(x0,y0)$  и  $B(x1,y1)$  предлагается следующий алгоритм:

1. Прямая задается уравнением:

$$y = ax + b,$$

где  $a$  и  $b$  — коэффициенты прямой.

Подставив в уравнение прямой заданные координаты точек, получаем систему из двух уравнений с двумя неизвестными  $a$  и  $b$ :

$$y0 = a \cdot x0 + b$$

$$y1 = a \cdot x1 + b$$

2. Данная система уравнений является линейной. Для ее решения можно использовать матричный метод.

3. Найденные коэффициенты  $a$  и  $b$  подставляем в уравнение прямой и строим график.

### Построение параболы, проходящей через три заданные точки

Для составления уравнения параболы, проходящей через три точки  $A(x_0, y_0)$ ,  $B(x_1, y_1)$  и  $C(x_2, y_2)$ , алгоритм решения следующий.

1. Парабола задается уравнением:

$$y = ax^2 + bx + c,$$

где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — коэффициенты параболы, которые нам требуется найти.

Подставим в это уравнение заданные координаты точек и получим систему из трех уравнений с тремя неизвестными  $a$ ,  $b$  и  $c$ :

$$y_0 = a \cdot x_0^2 + b \cdot x_0 + c$$

$$y_1 = a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + c$$

$$y_2 = a \cdot x_2^2 + b \cdot x_2 + c$$

2. Полученная система уравнений является линейной. Для ее решения можно применить матричный метод.

3. Найденные коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  подставляем в уравнение параболы и строим график.

### Построение окружности, проходящей через три точки

Для составления уравнения окружности, проходящей через три точки  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  и  $C(x_3, y_3)$ , можно воспользоваться следующим алгоритмом:

1. Окружность задается уравнением:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2,$$

где  $x_0$ ,  $y_0$  — координаты центра окружности;

$R$  — радиус окружности.

Для нахождения координат центра окружности  $(x_0, y_0)$  и радиуса окружности  $R$  подставим в уравнение заданные координаты точек и получим систему из трех уравнений:

$$(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = R^2$$

$$(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 = R^2$$

$$(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 = R^2$$

2. Полученная система уравнений является нелинейной. В ней три неизвестные переменные:  $x_0$ ,  $y_0$  и  $R$ . Система решается с применением вычислительного блока **Given-Find**.

3. Найденные переменные  $x_0$ ,  $y_0$  и  $R$  подставляем в уравнение окружности и строим график.



### 3.7. Задания для выполнения расчетно-графической работы № 2

Задания 1-15. Решить уравнения и построить графики функций.

№	Задание	№	Задание
1	$\frac{x^2+x+2}{x^2+x+1} + \frac{x^2+x+6}{x^2+x+3} = 4$	9	$\frac{1}{x^2+4} + \frac{1}{x^2+5} = \frac{11}{30}$
2	$(x^2-5x)^2 - 30(x^2-5x) - 216 = 0$	10	$(x+2)^2 + \frac{24}{x^2+4x} = 18$
3	$\left(\frac{x^2+6}{x^2-4}\right)^2 = \left(\frac{5x}{4-x^2}\right)^2$	11	$(x^2+x+1)^2 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$
4	$\frac{1}{x^2+2x+4} - \frac{1}{x^2+2x+5} = \frac{1}{12}$	12	$\frac{x^4-1}{x^2-1} - \frac{x^2-1}{x+1} = 4$
5	$2\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) + 3\left(x - \frac{2}{x}\right) - 13 = 0$	13	$\frac{5}{x^3-7} - \frac{4}{x^3-6} = 3$
6	$\frac{5}{x(x+4)} + \frac{8}{(x+1)(x+3)} = 2$	14	$\frac{5}{x(x+4)} + \frac{8}{(x+1)(x+3)} = 2$
7	$(x^2+x+1)^2 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$	15	$\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -2,5$
8	$x^3 + 4x^2 + 4x + 1 = 0$		

Задания 16-30. Решить систему линейных уравнений.

Для системы линейных уравнений:

1. Вычислить определитель.
2. Произвести транспонирование матрицы.
3. Вычислить обратную матрицу.
4. Определить след матрицы.

№	Задание	№	Задание
16	$2x + y - z = 6$ $3x - y + 2z = 5$ $4x + 2y - 5z = 9$	24	$-47x_1 + 47x_2 + 22x_3 + 31x_4 = 38$ $-49x_1 + x_2 + 16x_3 - 57x_4 = 23$ $+54x_1 + 53x_2 - 5x_3 + 41x_4 = 55$ $+40x_1 + 47x_2 - 33x_3 - 59x_4 = 4$
17	$-29x_1 - 26x_2 + 30x_3 = 12$ $-151x_1 - 50x_2 - 49x_3 = 10$ $+31x_1 + 40x_2 - 48x_3 = 1$	25	$-13x_1 - 54x_2 + 12x_3 + 7x_4 = 19$ $-25x_1 - 34x_2 - 46x_3 + 55x_4 = 40$ $+58x_1 + 24x_2 - 45x_3 + 6x_4 = 1$ $+44x_1 - 7x_2 - 56x_3 - 45x_4 = 59$
18	$10x_1 + x_2 + x_3 = 12$ $2x_1 + 10x_2 + x_3 = 13$ $2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 14$	26	$-29x_1 - 26x_2 + 30x_3 + 18x_4 = 12$ $-151x_1 - 50x_2 - 49x_3 - 45x_4 = 10$ $+31x_1 + 40x_2 - 48x_3 - 58x_4 = 1$ $+11x_1 - 41x_2 - 57x_3 - 44x_4 = 19$
19	$6x + 2y - z = 2$ $4x - y + 3z = -3$ $+3x + 2y - 2z = 3$	27	$+12x_1 - 7x_3 + 43x_4 = 26$ $+6x_1 + 33x_2 + 20x_3 - 24x_4 = 51$ $-50x_1 + 43x_2 + 51x_3 + 1x_4 = 40$ $+40x_1 + 47x_2 - 33x_3 - 59x_4 = 4$
20	$2x + y + 3z = 0$ $x - 2y + 2z = 7$ $4x - 3y - z = 5$	28	$+12x_1 + 0x_2 - 7x_3 + 43x_4 = 26$ $+6x_1 + 33x_2 + 20x_3 - 24x_4 = 51$ $-50x_1 + 43x_2 + 51x_3 + 1x_4 = 40$ $+40x_1 + 47x_2 - 33x_3 - 59x_4 = 4$
21	$2x - y - 3z = 4$ $3x + 4y - 2z = 11$ $3x - 2y + 4z = 11$	29	$-13x_1 - 54x_2 + 12x_3 + 7x_4 = 19$ $-25x_1 - 34x_2 - 46x_3 + 55x_4 = 40$ $+58x_1 + 24x_2 - 45x_3 + 6x_4 = 1$ $+44x_1 - 7x_2 - 56x_3 - 45x_4 = 59$
22	$+50x_1 - 55x_2 + 8x_3 - 50x_4 = 32$ $+16x_1 - 36x_2 + 29x_3 + 23x_4 = 45$ $-34x_1 - 10x_2 - 17x_3 + 32x_4 = 34$ $-38x_1 + 42x_2 + 19x_3 + 57x_4 = 30$	30	$2x + y + 3z = 13$ $x + y + z = 6$ $3x + y + z = 8$
23	$-19x_1 + 12x_2 + 30x_3 + 33x_4 = 25$ $+14x_1 + 37x_2 + 57x_3 + 17x_4 = 1$ $-30x_1 + 28x_2 - 24x_3 - 3x_4 = 19$ $-17x_1 + 47x_2 + 33x_3 + 21x_4 = 13$		

**Задания 31-38.** Решить систему уравнений, построить графики функций.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
31	$\begin{cases} y = \frac{8x}{(x-2)^2} \\ y = x - \ln(x+2) \end{cases}$	34	$\begin{cases} 4x + \frac{9}{y} = 21 \\ y = 17 - 3x \end{cases}$	37	$\begin{cases} x + y = 3 \\ xy + x^2 = 3 \end{cases}$
32	$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$	35	$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{3}{11y - 27} \\ \frac{x+3}{5} = \frac{y+8}{11} \end{cases}$	38	$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ \frac{5}{3-2x} = \frac{2,5}{1-y} \end{cases}$
33	$\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ \frac{y}{x} = 0,75 \end{cases}$	36	$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2} \end{cases}$		

**Задания 39-45.** Решить нелинейные уравнения, построить графики функций.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
39	$y = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$	42	$y = -2\operatorname{tg}(-x)$	44	$y = \sin 3x + 4\sin^3 x$
40	$y = \frac{1}{3} \arcsin(-x) + \frac{\pi}{2}$	43	$y = \frac{3}{x^2} - \frac{x}{x^3} - 2x$	45	$y = 2\sqrt{x} - 8$
41	$y = \log_2 x^3 + \log_4 x$				

**Задания 46-51.** Найти экстремумы функции  $y = f(x)$  на отрезке  $x \in [\alpha; \beta]$

№	Задание	№	Задание
46	$y = x^3 + 9x^2 + 24x + 17$ $x \in [-5; -1]$	49	$y = 0,33x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ $x \in [0; 3]$
47	$y = 3x^3 + 4,5x^2 - 4x + 1$ $x \in [-2; 1]$	50	$y = x^3 - 3x^2 - x + 3,5$ $x \in [-1; 4]$
48	$y = x^3 - 9x^2 - 24x - 18$ $x \in [1; 4]$	51	$y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 5$ $x \in [-5; 2]$

**Задания 52-53.** Найти наименьшее значение функции на заданных отрезках. Построить график.

№	Задание		№	Задание	
52	$y = \frac{48}{5}x^5 - 3x + 5$	$x \in [-1; 1]$	53	$y = \frac{27}{4}x^4 - x + 2$	$x \in [0; 2]$

**Задания 54-58.** Найти наибольшее значение функции. Построить график.

№	Задание	№	Задание	№	Задание
54	$y = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x$	56	$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x$	58	$y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - 5x + 2$
55	$y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + 71\frac{13}{15}$	57	$y = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - x^2 + 3$		

**Задания 59-60.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке. Построить график.

№	Задание		№	Задание	
59	$y = x^4 - 2x + 3$	$x \in [-4; 3]$	60	$y = x^2 + 2x + 3$	$x \in [-2; 4]$

**Задания 61-80.** Определить площади фигур, ограниченных непрерывными линиями. Построить графики.

**61.** Найти площадь фигуры, заключенной между осью  $Ox$  и кривой  $y = x^2 - 4x - 5$ .

**62.** Найти площадь фигуры, заключенной между осью  $Ox$  и кривой  $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 3$ .

**63.** Определить площадь фигуры, образованной стороной треугольника  $3x - 2y + 4 = 0$  и кривой  $y = -2x^2 + 3$ .

**64.** Найти точки пересечения параболы  $y^2 = 9x$  с прямыми:  $y = 2x + 1$ ;  $2y - 3x - 3 = 0$ .

**65.** Определить площадь фигуры, образованной параболой  $y = x^2 - 4x$  с осью  $Ox$ .

**66.** Найти площадь фигуры, заключенной между кривой  $y = x^3$ , прямыми  $x = -1$ ;  $x = 2$  и осью  $Ox$ .

**67.** Определить площадь фигуры, образованной кривыми  $\cos(x)$  и  $\sin(x)$ , если  $x$  изменяется от  $-3$  до  $2$ .

68. Определить площадь треугольника, заключенного между осями координат и прямой  $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1$ .

69. Определить площадь фигуры, заключенной между осью  $Ox$  и кривой  $s = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 1$ .

70. Определить площадь фигуры, заключенной между осью  $Ox$  и кривой  $y = t^2 - t - 2$ .

71. Определить площадь фигуры, образованной параболой  $y = 0,5x^2 + 2x + 2,5$  и осью  $Ox$ .

72. Определить площадь фигуры, образованной кривой  $y = x^3 + 4,5x^2 - 15$  и прямой  $y = x - 4$ .

73. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой  $y = -1,307x - 2,0343$  и кубической параболой  $y = (0,37x^3 - 494,2x^2 - 18580,6x + 883,9) \cdot 10^{-4}$ .

74. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой  $y = -2,879x - 2,8443$  и кубической параболой  $y = (1,02x^3 - 1225,2x^2 - 56585,6x + 870,8) \cdot 10^{-4}$ .

75. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой  $y = -21,02x - 3,361 \cdot 10^3$  и кубической параболой  $y = (0,85x^3 - 987,8x^2 - 24681x + 821,3) \cdot 10^{-4}$ .

76. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой  $y = -33,85x - 1427$  и кривой  $y = (0,45x^3 - 830,1x^2 - 25205,9x + 811,4) \cdot 10^{-4}$ .

77. Найти площадь окружности  $x^2 + y^2 = 25$ .

78. Найти площадь фигуры, ограниченной окружностью  $x^2 + y^2 = 25$  и параболой  $y = (x-5)^2$ .

79. Найти площадь фигуры, ограниченной окружностью  $x^2 + y^2 = 25$  и параболой  $y = (x-5)^2 - 5$ .

80. Вычислить площадь фигуры, образованной дугами двух кривых  $y = \sin x^2 + 2$  и  $y = 2^x$ .

**Задание 81.** Показать, что прямые  $7x - 9y + 15 = 0$  и  $13x + 12y - 20 = 0$  пересекаются в точке, лежащей на оси  $Oy$ . Построить график.

**Задание 82.** Прямая, параллельная оси  $Ox$  и проходящая выше ее на расстоянии, равном 4, пересекает прямую  $3x - 4y + 5 = 0$ . Найти точку пересечения этих прямых.

**Задание 83.** Определить координаты вершин треугольника, если даны уравнения его сторон:  $y = 2x - 1$ ;  $2y - x = 3$ ;  $3y + 2x - 5 = 0$ . Построить график.

**Задание 84.** Даны прямые  $y = 4x - 2$  и  $y = -3x - 6$ . Найти точки пересечения этих прямых с осями координат. Построить график.

**Задание 85.** Доказать, что прямые  $x - 5y + 7 = 0$  и  $15y - 3x = 4$  пересекаются. Построить график.

**Задание 86.** Найти точки пересечения параболы  $y^2 = 9x$  с прямыми  $y = 2x + 1$  и  $2y - 3x = 3$ . Построить график.

**Задание 87.** Путь, пройденный телом, брошенным вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0$ , определяется из равенства  $S = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ . Определить точку наибольшего подъема тела. Построить график.

**Задание 88.** Центр первой окружности находится в центре координат, центр второй окружности в точке  $O(3; -3)$ .  $R_1 = R_2 = 5$  — радиусы окружностей. По имеющимся данным построить две окружности, найти точки пересечения, отметить их на графике.

**Задание 89.** Точка  $O(-3; -2)$  — центр окружности,  $R = 6$  — радиус окружности. Точка  $A(0; -3)$  принадлежит прямой  $(MN)$ ,  $\varphi = 135^\circ$  — угол наклона прямой к оси  $OX$ . Построить окружность и прямую, найти их точки пересечения.

**Задание 90.** Составить уравнение окружности, зная, что ее радиус  $R = 1$  и что она проходит через точки  $A(0; -1)$  и  $B(1; 0)$ . Построить эту окружность.

**Задание 91.** Составить уравнение окружности, зная, что она проходит через точки  $A(0; 1)$ ,  $B(2; 0)$ ,  $C(-2; 0)$ . Построить эту окружность.

**Задание 92.** Центры окружностей заданы в точках  $O_1(-1; 1)$ ,  $O_2(0; 4)$ , их радиусы соответственно  $R_1 = 4$ ;  $R_2 = 7$ . Построить эти окружности и найти их точки пересечения. Построить прямую, проходящую через найденные точки.

**Задание 93.** Центры окружностей заданы в точках  $O_1(1; 2)$ ,  $O_2(-3; -2)$ , их радиусы  $R_1 = R_2 = 7$ . Построить эти окружности и найти их точки пересечения. Построить прямую, проходящую через найденные точки.

**Задание 94.** Даны уравнения трех прямых:  $y_1 = -12x - 2$ ;  $y_2 = 50x + 4$ ,  $y_3 = -32x + 100$ . Найти попарно точки пересечения прямых ( $y_1$  и  $y_2$ ,  $y_2$  и  $y_3$ ,  $y_3$  и  $y_1$ ). Построить параболу, проходящую через все три найденные точки.

**Задание 95.** Даны уравнения трех прямых:  $y_1 = -12x - 2$ ,  $y_2 = 50x + 4$ ,  $y_3 = -32x + 100$ . Найти площадь треугольника, образованного этими прямыми.

**Задание 96.** Даны уравнения параболы  $f(x) = -15x^2 + 30x + 5$  и прямой  $g(x) = 24x - 60$ . Найти точки пересечения прямой и параболы. Найти расстояние между найденными точками и координаты середины отрезка, соединяющего эти точки. Построить окружность, для которой центром будет центр отрезка, а диаметр — длина отрезка.

**Задание 97.** Даны точки  $A(2; 2)$ ,  $B(6; -6)$ ,  $C(-3; -5)$ ,  $D(5; -2)$ . Построить прямую, проходящую через точки  $B$  и  $D$ , и прямую, проходящую через точки  $A$  и  $C$ . Найти точку пересечения этих прямых.

**Задание 98.** Даны точки  $A(2; 2)$ ,  $B(6; -6)$ ,  $C(-3; -5)$ ,  $D(5; -2)$ . Построить прямую, проходящую через точки  $B$  и  $D$ , и параболу, проходящую через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Найти вторую точку пересечения параболы и прямой.

**Задание 99.** Составить уравнение окружности, зная, что она проходит через точки  $A(6; -1)$ ,  $B(-4; -1)$ ,  $C(1; -6)$ . Построить эту окружность.

**Задание 100.** Дана окружность с центром  $O(3; 4)$  и радиусом  $R = 6$ . Прямая проходит через центр окружности и точку  $A(-2; -1)$ . Построить окружность и прямую. Найти точки пересечения. Соединить эти точки отрезком  $BC$ .

Таблица 2. Варианты заданий для выполнения расчетно-графической работы № 2

		Последняя цифра номера студенческого билета									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Предпоследняя цифра номера студенческого билета	0	1, 16, 31, 49, 80	3, 17, 41, 56, 71	5, 18, 36, 51, 66	7, 19, 31, 46, 62	9, 20, 41, 47, 63	2, 21, 36, 48, 64	4, 22, 31, 49, 65	6, 23, 41, 66, 96	8, 24, 36, 51, 67	10, 25, 31, 52, 68
	1	11, 26, 32, 50, 62	13, 27, 42, 57, 72	15, 28, 37, 82, 76	12, 29, 32, 53, 84	14, 30, 42, 71, 98	1, 20, 37, 55, 72	2, 21, 32, 56, 78	3, 22, 42, 57, 74	4, 23, 37, 58, 75	5, 24, 32, 59, 76
	2	6, 25, 33, 55, 83	7, 16, 43, 58, 73	8, 17, 38, 53, 76	9, 18, 33, 60, 81	10, 19, 43, 46, 86	11, 30, 38, 47, 74	12, 26, 33, 48, 87	13, 28, 43, 50, 65	14, 27, 38, 51, 66	15, 29, 33, 52, 88
	3	1, 30, 34, 59, 77	2, 29, 44, 59, 74	3, 28, 39, 54, 90	4, 27, 34, 53, 68	5, 26, 44, 54, 69	6, 24, 39, 55, 70	7, 25, 34, 56, 71	8, 23, 44, 57, 92	9, 22, 38, 58, 73	10, 21, 34, 59, 74
	4	11, 20, 35, 54, 85	12, 19, 45, 60, 75	13, 18, 40, 50, 65,	14, 17, 35, 46, 95	15, 16, 45, 47, 77	1, 25, 40, 89, 62	2, 26, 35, 49, 78	3, 27, 45, 50, 64	4, 28, 39, 51, 65	5, 29, 35, 52, 96
	5	6, 30, 36, 51, 66	7, 20, 31, 46, 84	8, 21, 41, 60, 76	9, 22, 36, 53, 67	10, 23, 31, 54, 91	11, 24, 41, 55, 69	12, 16, 36, 56, 70	13, 17, 31, 57, 71	14, 18, 40, 58, 92	15, 19, 36, 59, 73
	6	1, 17, 37, 56, 67	5, 19, 32, 47, 82	9, 21, 42, 59, 95	13, 23, 37, 60, 74	2, 25, 32, 75, 90	3, 27, 42, 59, 94	4, 29, 37, 58, 73	5, 16, 32, 75, 82	6, 18, 41, 56, 71	7, 20, 37, 55, 78
	7	2, 22, 38, 58, 91	6, 24, 33, 48, 63	10, 26, 43, 98, 74	14, 28, 38, 54, 99	8, 24, 33, 53, 68	9, 27, 43, 52, 67	10, 30, 38, 51, 85	11, 27, 33, 50, 65	12, 24, 42, 49, 64	13, 21, 38, 48, 83
	8	3, 16, 39, 52, 79	7, 18, 34, 49, 64	11, 20, 44, 57, 100	15, 22, 39, 47, 80	14, 25, 34, 46, 91	15, 28, 44, 50, 76	1, 29, 39, 51, 61	2, 26, 34, 52, 87	3, 23, 43, 53, 93	4, 20, 39, 54, 64
	9	4, 17, 40, 57, 78	8, 19, 35, 50, 65	12, 21, 45, 56, 92	1, 23, 40, 55, 100	5, 26, 35, 56, 66	6, 29, 45, 77, 94	7, 28, 40, 58, 68	8, 25, 35, 59, 89	9, 22, 44, 60, 97	10, 19, 40, 76, 99



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Макарова, Н.В. Информатика [Текст]: учебник для бакалавров / Н. В. Макарова, Н. В. Волков. - СПб: Питер, 2011, 2013. - 576 с.: ил. - (Учебник для вузов. Стандарт третьего поколения). - ISBN 978-5-496-00001-7. - гл. 112: 579-00.

2. Математика [Текст] : учеб. пособие для вузов / Журбенко Л.Н., ред. ; Данилов Ю.М., ред. - М : ИНФРА-М, 2013. - 496 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-002673-2. - гл. 113 : 270-273.

3. Ермашова Т.А. Применение системы MATHCAD для решения электротехнических задач. /Учебное пособие. — Кострома: Изд-во КГСХА, 2009, 136 с.

4. Демидович В.П. Краткий курс высшей математики [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. П. Демидович, В. А. Кудрявцев. - М : АСТ: Астрель, 2008. - 654 с.: ил. - ISBN 978-5-17-004601-0 : 351-00.

5. Теоретические основы информатики [Текст] : учеб. пособие для вузов / Матросов В.Л. [и др.]. - М. : Академия, 2009. - 352 с. - (Высшее профессиональное образование. Педагогические специальности). - ISBN 978-5-7695-5324-0. - вин409 : 569-00.

6. Математический пакет MathCAD [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие для студентов инженерных спец. очной и заочной форм обучения / Николаева С.В. ; Кромкина Н.В. ; Костромская ГСХА. Каф. информационных технологий в электроэнергетике. - 2-е изд., перераб. и доп. - Электрон. дан. - Кострома : КГСХА, 2009. - 1 электрон. опт. диск. - Режим доступа: <http://lib.ksaa.edu.ru/marcweb>, требуется регистрация. - Загл. с этикетки диска. - М112.

