

Способы преобразования чертежа

1. *Задачи позиционные* — решение, которых должно давать ответ на вопрос о взаимном расположении геометрических объектов (в частном случае, выяснить их взаимную принадлежность) как по отношению друг к другу, так и относительно системы координатных плоскостей проекций.

2. *Задачи метрические* — при решении задач этой группы появляется возможность ответить на вопросы, касающиеся как внутренней метрики заданных геометрических объектов (определение расстояния между различными точками объекта и нахождения углов между линиями и поверхностями, принадлежащими этому объекту), так и определение расстояний между точками и величин углов между линиями и поверхностями, принадлежащими различным объектам.

Способы преобразования чертежа

Наиболее выгодным частным положением геометрического объекта следует считать:

- Положение, *перпендикулярное* к плоскости проекций (для решения позиционных, а в ряде случаев, и метрических задач);
- Положение, *параллельное* по отношению к плоскости проекций (при решении метрических задач).

Способы преобразования чертежа

Для этого :

- 1) изменяют положение самого объекта относительно плоскостей проекций
- 2) изменить положение плоскостей проекций относительно объекта.

Способы преобразования чертежа

Первый способ – СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ

Второй – СПОСОБ ПЕРЕМЕНЫ

ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Способы преобразования чертежа

Решаются следующие задачи:

- 1) Определяют длину отрезка
- 2) определяют углы наклона прямой к плоскости
- 3) определяют расстояние от точки до прямой, плоскости, до поверхности тела
- 4) определить расстояние между параллельными линиями

Способ вращения

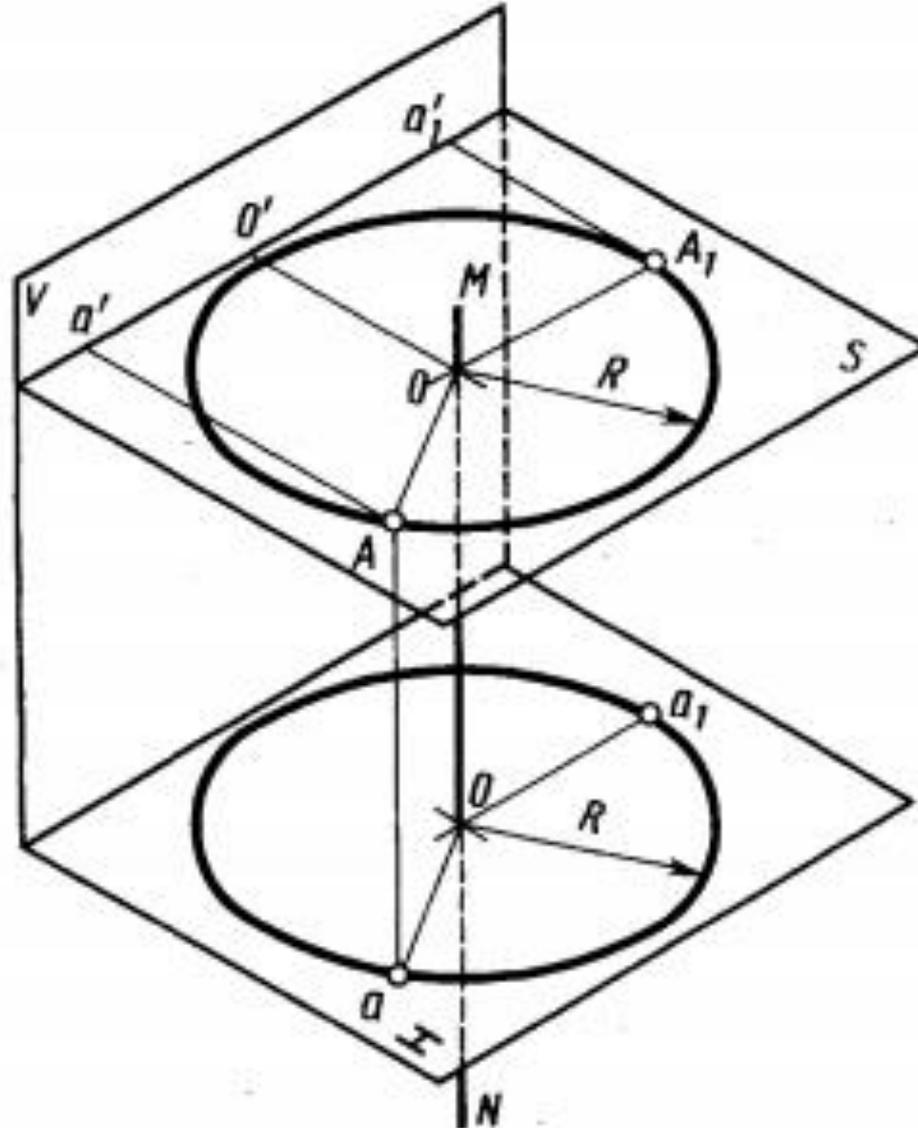
Телам придается новое положение
вращением вокруг выбранных осей.

Способ вращения

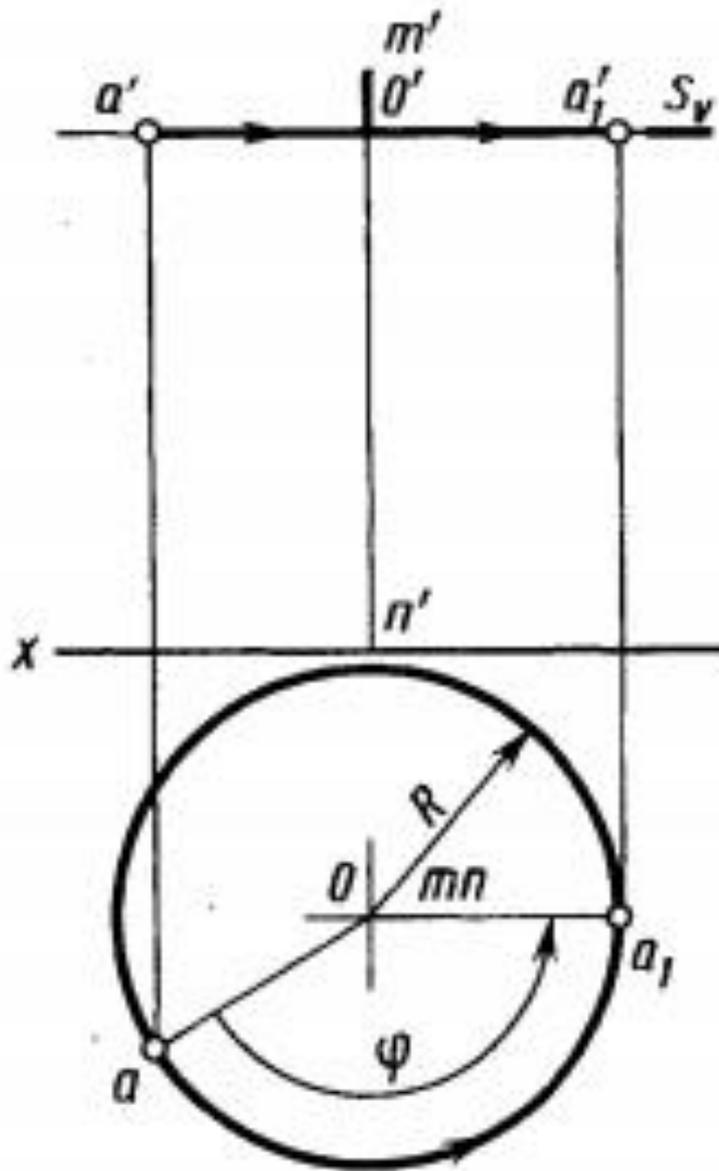
Основные элементы:

- 1) ось вращения (перпендикулярна одной из плоскостей проекций) MN
- 2) проектируемая точка, вращается вокруг оси MN
- 3) центр вращения (всегда лежит на оси вращения)
 O
- 4) радиус вращения (расстояние от центра до точки $R=|OA|$)
- 5) плоскость вращения (в которой вращается точка), перпендикулярная оси вращения

Способ вращения (вращение точки)



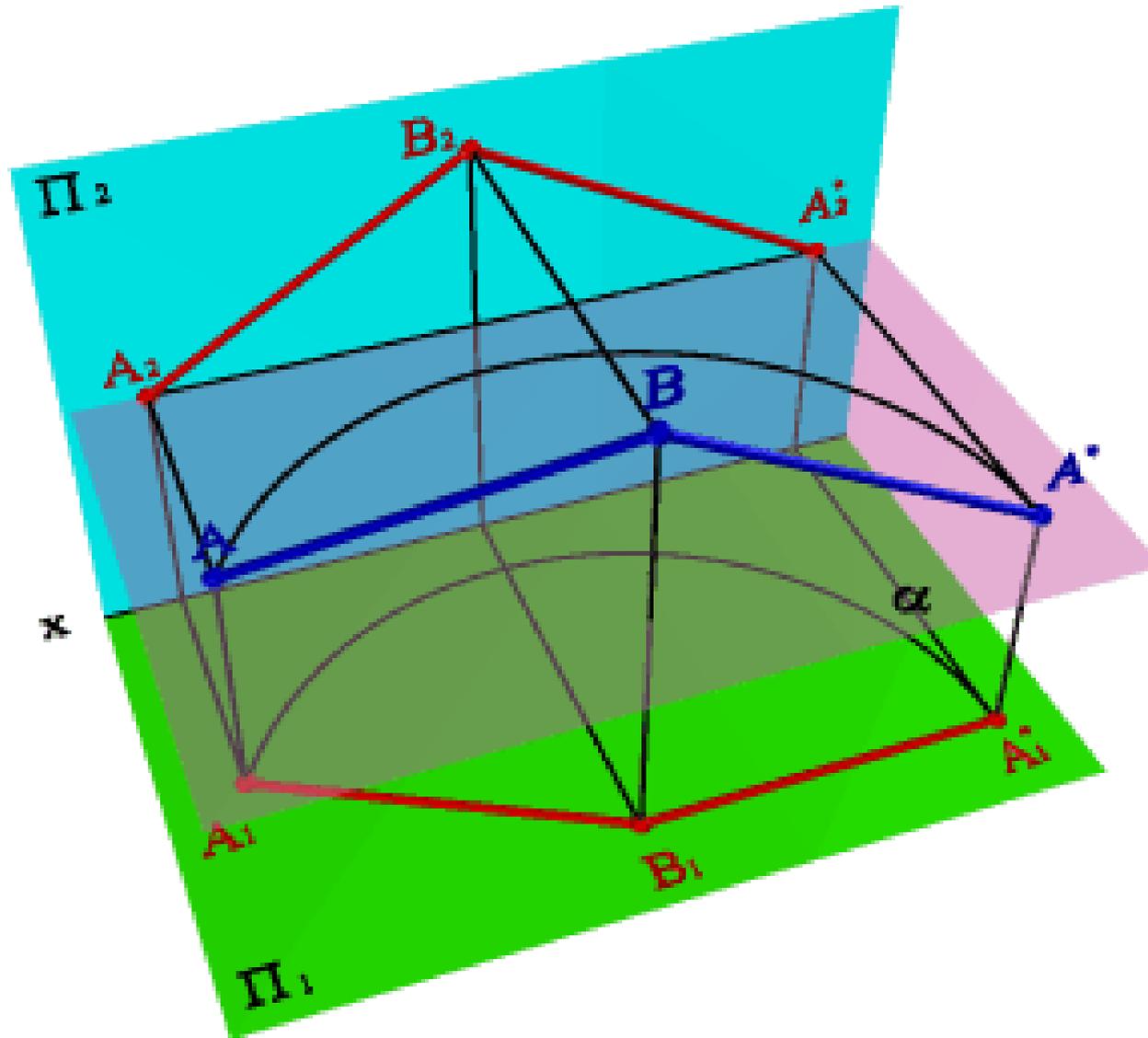
Способ вращения (вращение точки)



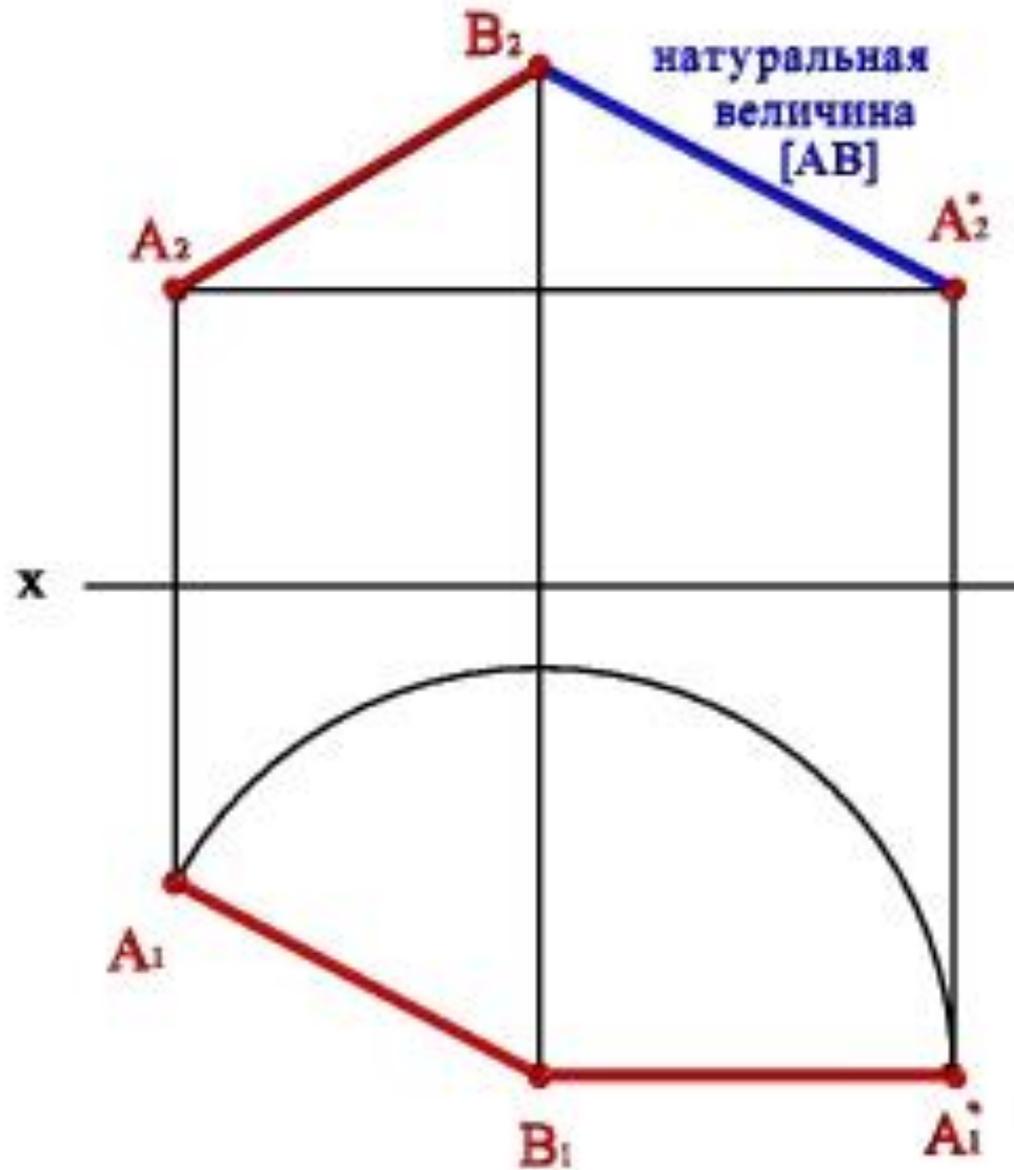
Способ вращения (вращение точки)

- При вращении точки вокруг вертикальной оси ее горизонтальная проекция перемещается по окружности, а фронтальная проекция — параллельна оси X перпендикулярно оси вращения.
- Если точку вращать вокруг оси, перпендикулярной плоскости V , то ее фронтальная проекция будет перемещаться по окружности, а горизонтальная — параллельно оси X .

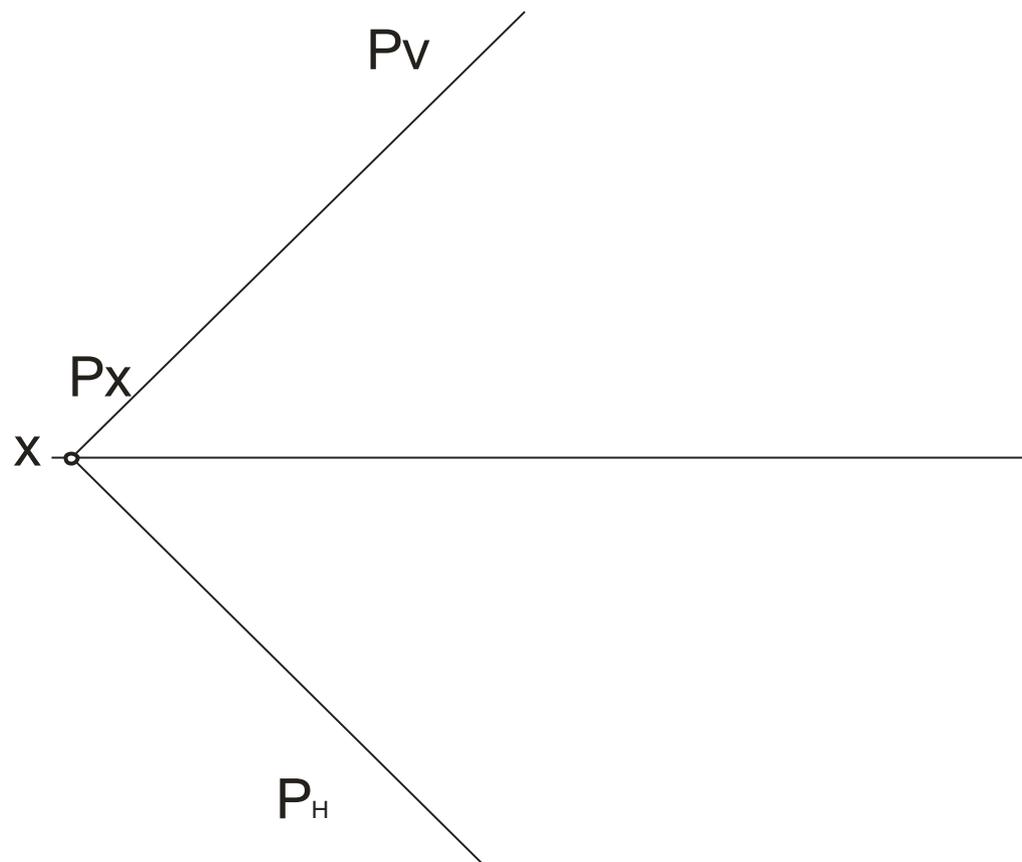
Способ вращения (вращение прямой)



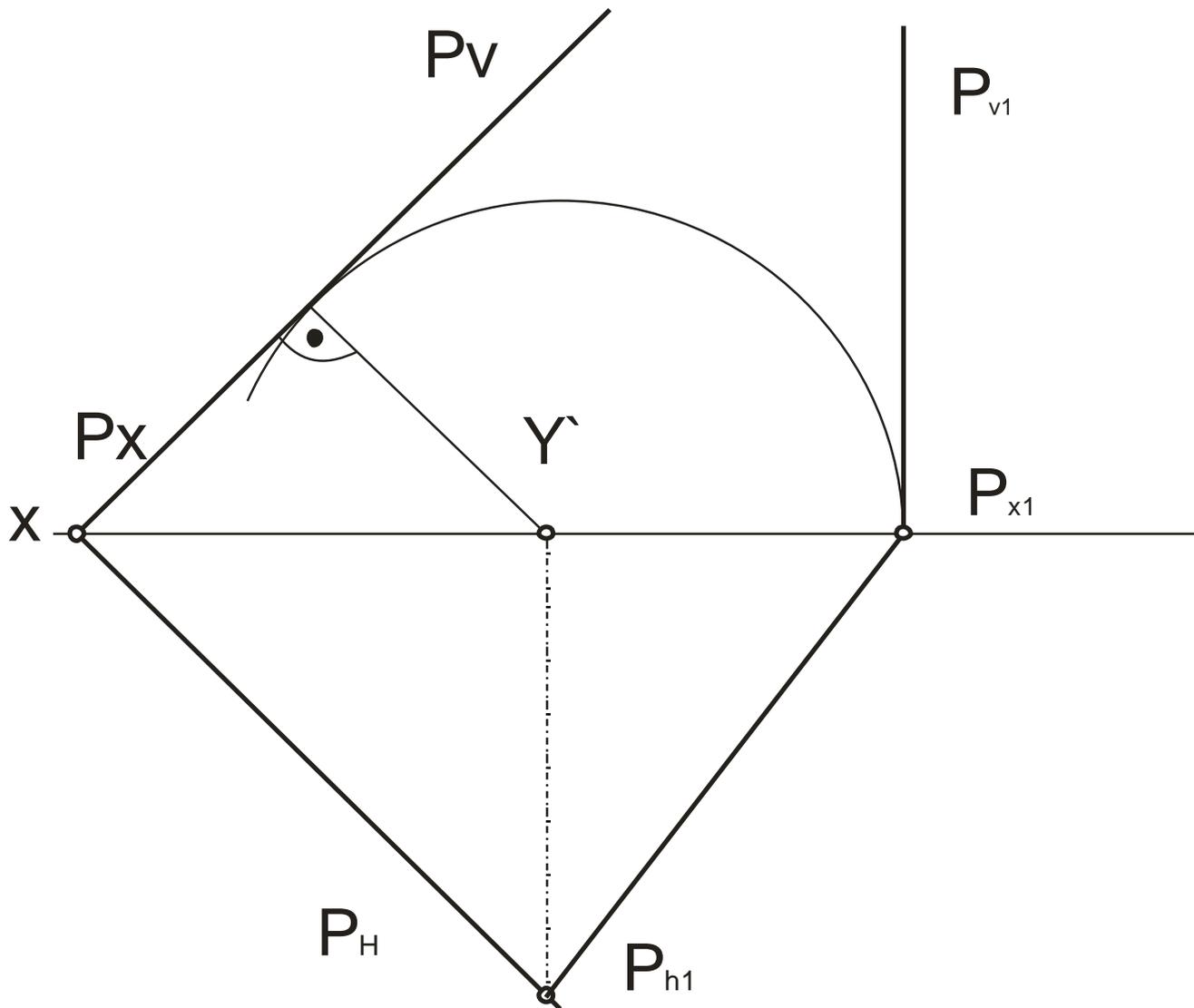
Способ вращения (вращение прямой)



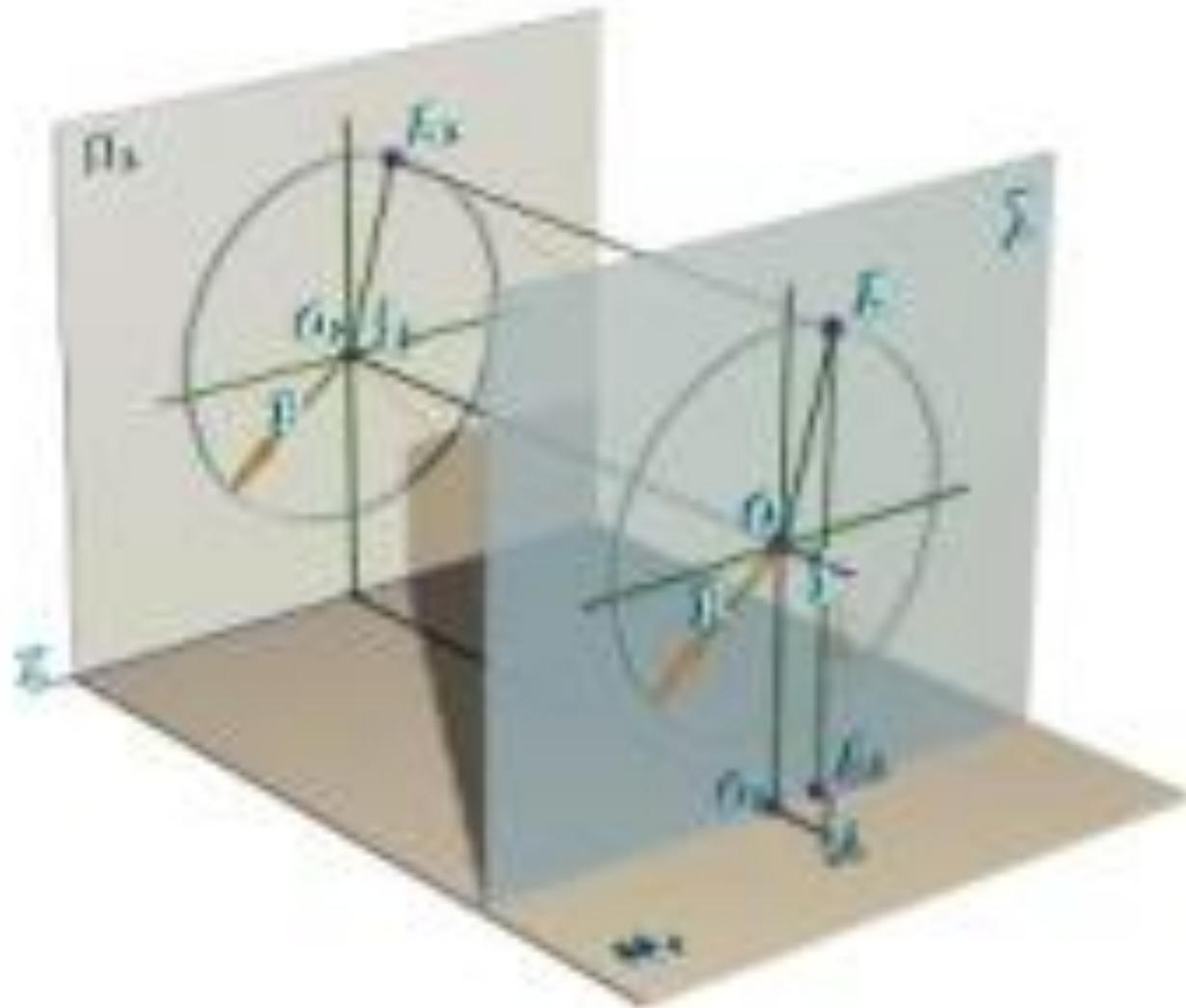
Способ вращения (преобразование плоскости общего положения)



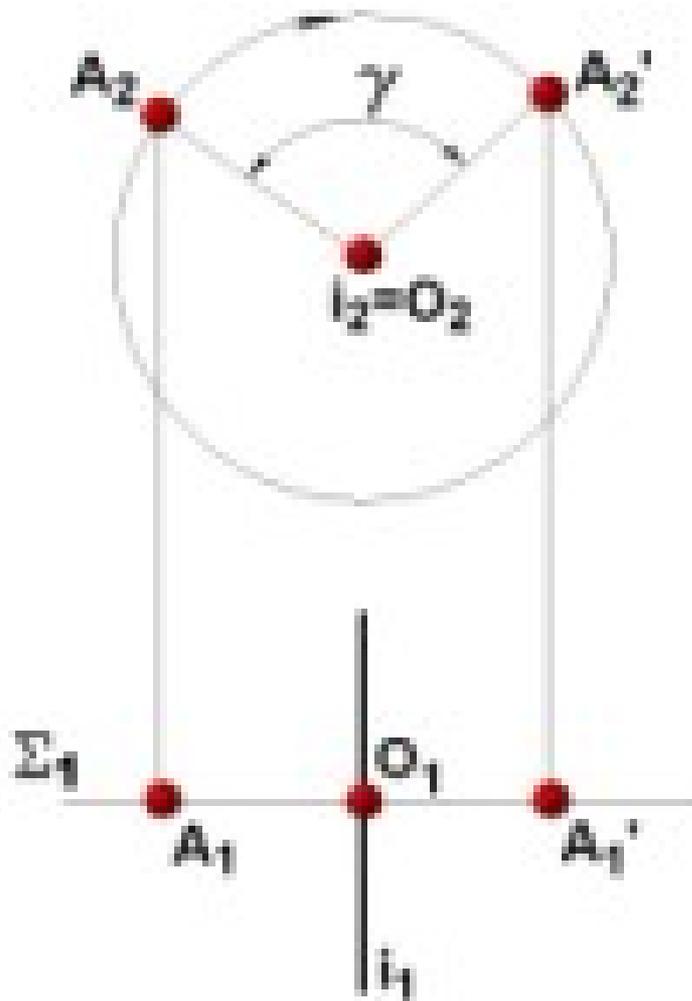
Способ вращения (преобразование плоскости общего положения)



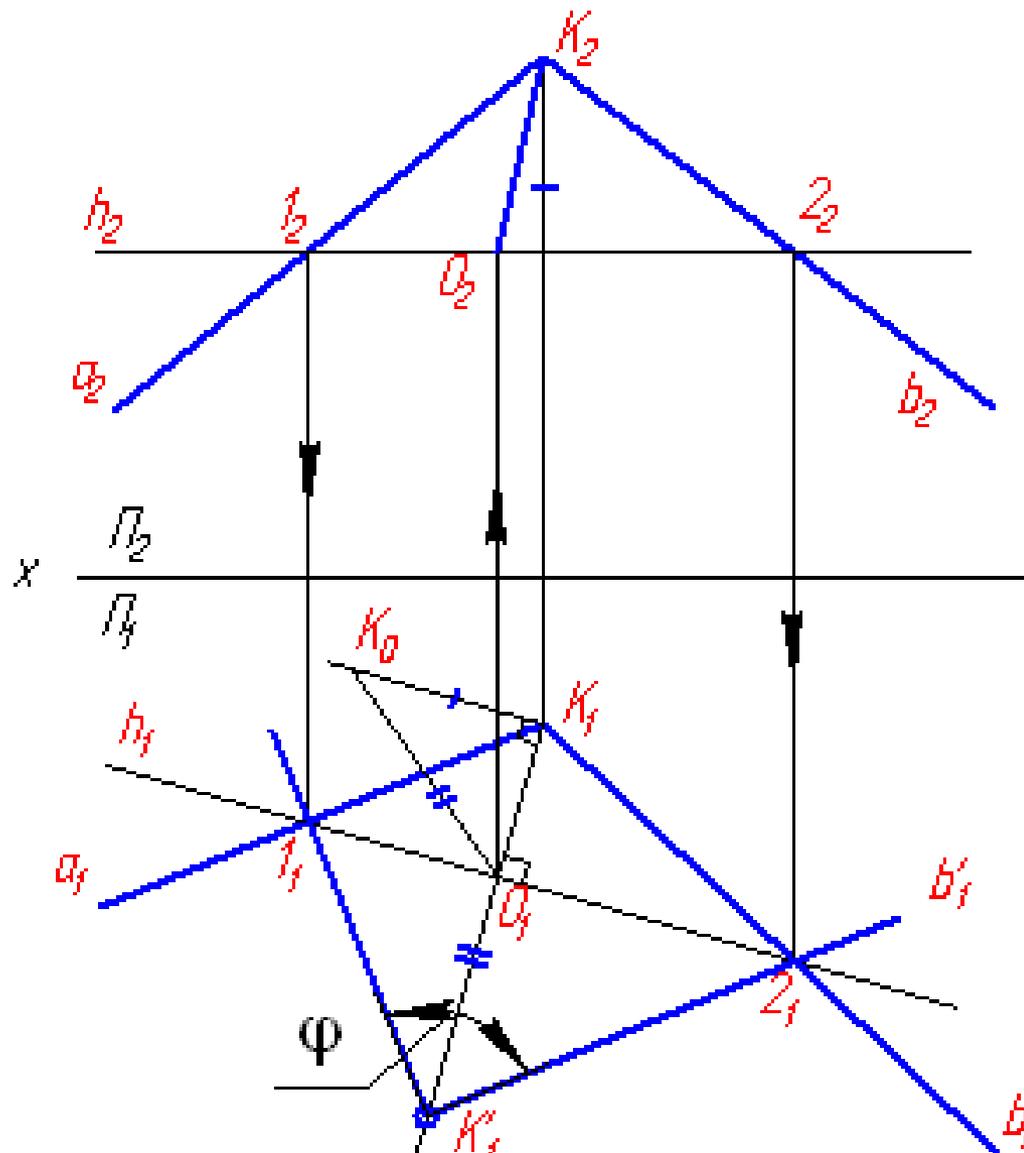
Способ вращения вокруг оси перпендикулярной плоскости проекций



Способ вращения вокруг оси перпендикулярной плоскости проекций



Способ вращения вокруг оси параллельной плоскости проекций



Способ вращения вокруг оси параллельной плоскости проекций

Рассмотрим этот способ на примере определения угла между пересекающимися прямыми. Рассмотрим две проекции пересекающихся прямых a и b которые пересекаются в точке K . Для того чтобы определить натуральную величину угла между этими прямыми необходимо произвести преобразование ортогональных проекций так, чтобы прямые стали параллельны плоскости проекций. Воспользуемся способом вращения вокруг линии уровня – горизонтали. Проведем произвольно фронтальную проекцию горизонтали h_2 параллельно оси Ox , которая пересекает прямые в точках 1_2 и 2_2 . Определив проекции 1_1 и 2_1 , построим горизонтальную проекцию горизонтали h_1 . Траектория движения всех точек при вращении вокруг горизонтали – окружность, которая проецируется на плоскость Π_1 в виде прямой линии перпендикулярной горизонтальной проекции горизонтали.

Способ вращения вокруг оси параллельной плоскости проекций

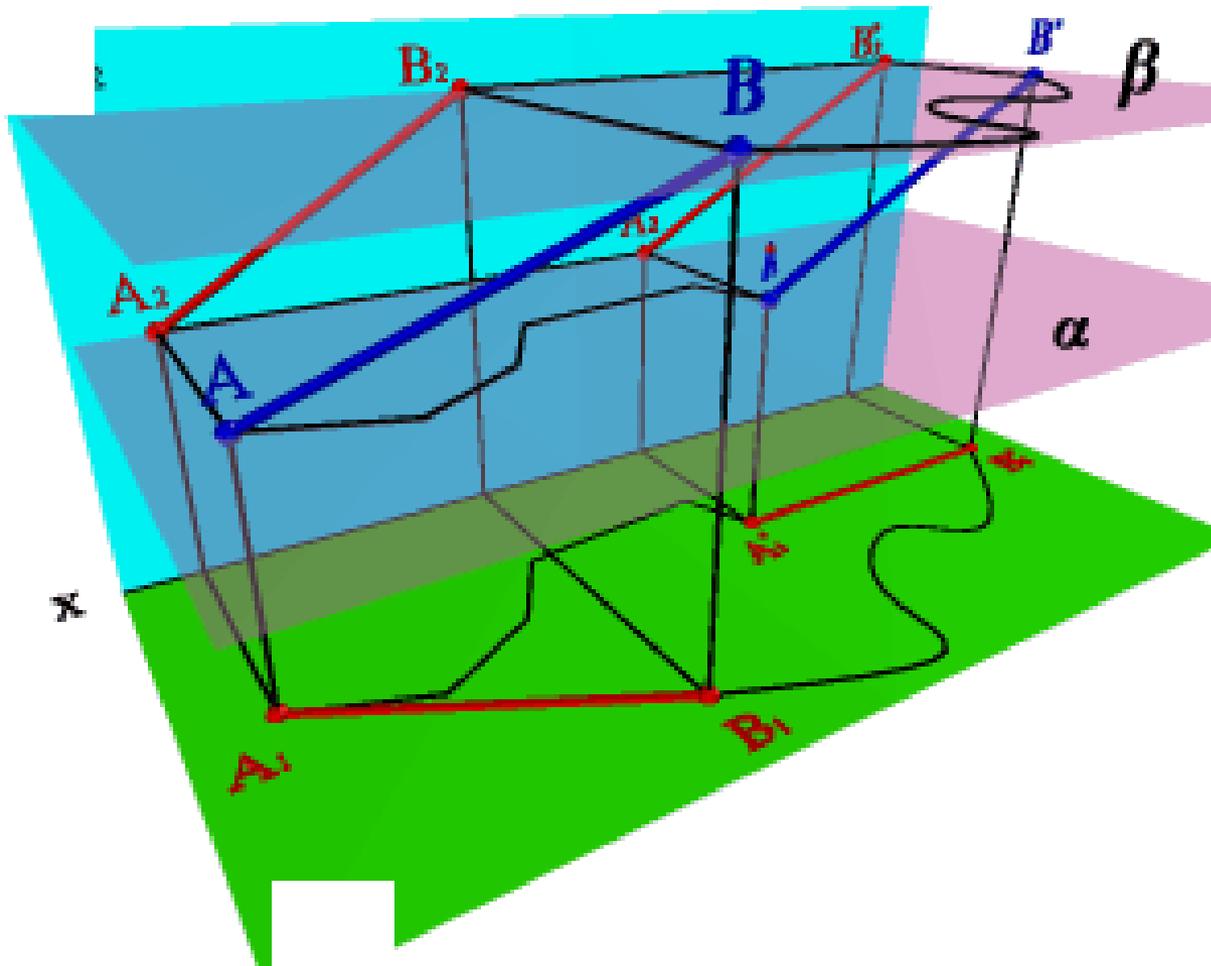
Таким образом, траектория движения точки $K1$ определена прямой $K1O1$, точка O – центр окружности – траектории движения точки K . Чтобы найти радиус этой окружности найдем методом треугольника натуральную величину отрезка KO .

Продолжим прямую $K1O1$ так чтобы $O1K'1I=IKO1$. Точка $K'1$ соответствует точке K , когда прямые a и b лежат в плоскости параллельной $\Pi1$ и проведенной через горизонталь – ось вращения. С учетом этого через точку $K'1$ и точки 11 и 21 проведем прямые, которые лежат теперь в плоскости параллельной $\Pi1$, а следовательно и угол ϕ – натуральная величина угла между прямыми a и b .

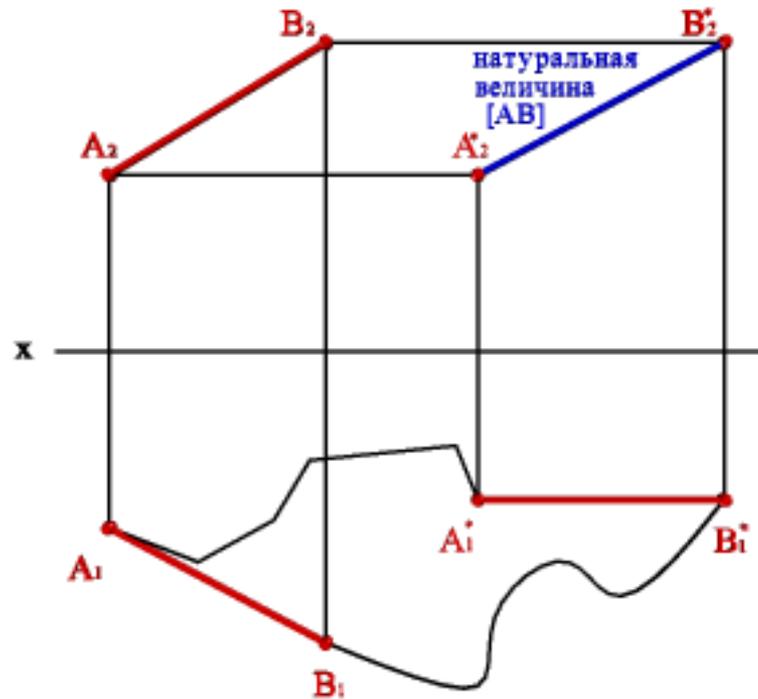
Способ плоскопараллельного перемещения (вращения без указания осей)

Изменение взаимного положения проецируемого объекта и плоскостей проекций методом плоскопараллельного перемещения осуществляется путем изменения положения геометрического объекта так, чтобы траектория движения её точек находилась в параллельных плоскостях. Траектория произвольная линия.

Способ плоскопараллельного перемещения (вращения без указания осей)



Способ плоскопараллельного перемещения (вращения без указания осей)



Свойства плоскопараллельного перемещения:

1. При всяком перемещении точек в плоскости параллельной горизонтальной плоскости, её фронтальная проекция перемещается по прямой линии, параллельной оси x .

2. В случае произвольного перемещения точки в плоскости параллельной фронтальной, её горизонтальная проекция перемещается по прямой параллельной оси x .

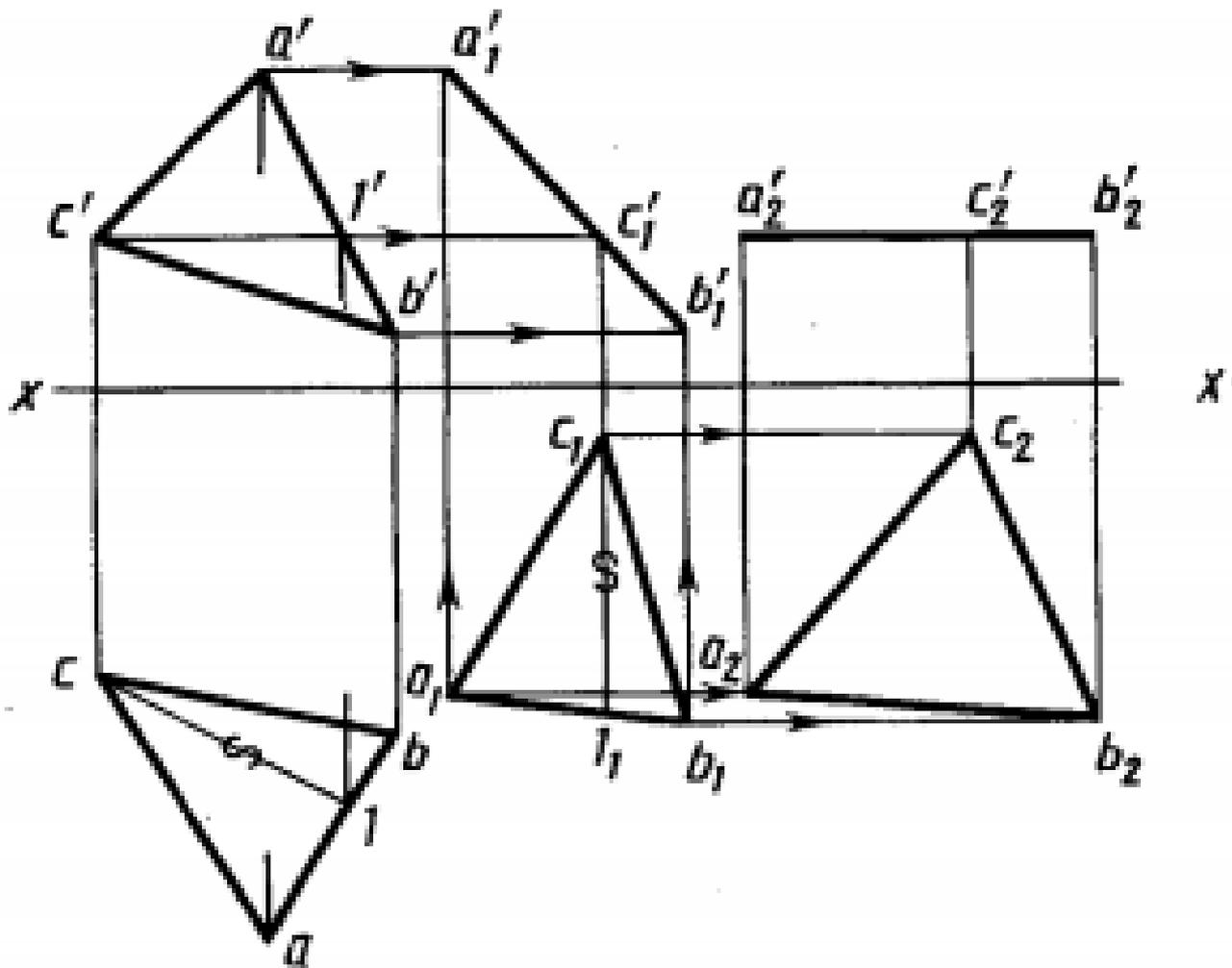
В зависимости от положения этих плоскостей по отношению к плоскостям проекций и вида кривой линии – определяющей траекторию перемещения точек, метод плоскопараллельного проецирования имеет следующие частные случаи:

1. Метод вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций;

2. Метод вращения вокруг оси, параллельной плоскости проекций;

3. Метод вращения вокруг оси, принадлежащей плоскости проекций (вращение вокруг следа плоскости) – способ совмещения.

Способ вращения (вращение вокруг прямых параллельных плоскости проекций)

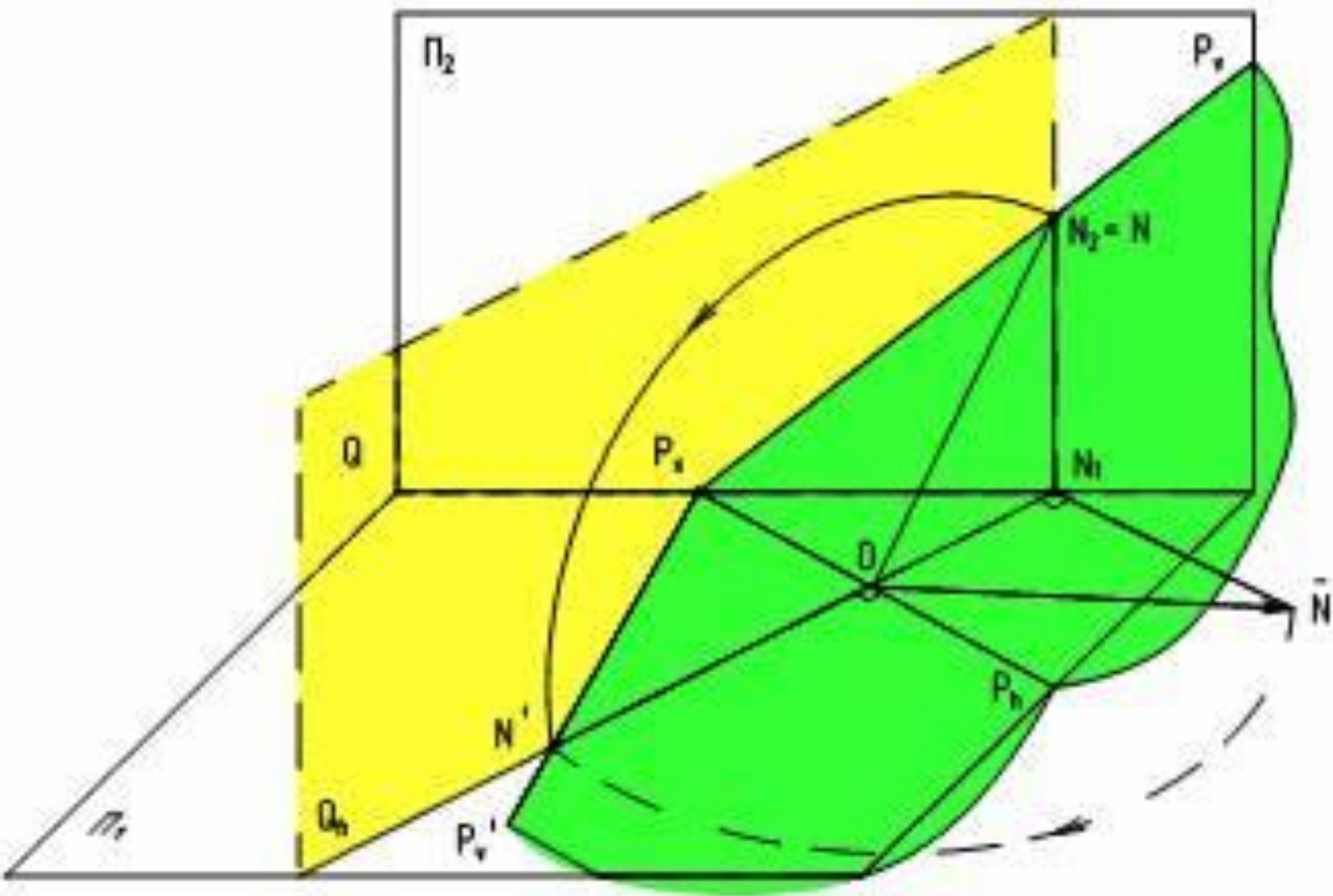


Способ совмещения

Способ совмещения представляет собой частный способ вращения плоскости, когда *за ось вращения принимают один из следов плоскости*

Способ совмещения

При совмещении *за ось вращения принимается её горизонтальный или фронтальный след* – нулевые горизонталь или фронталь. В результате поворота плоскости она совпадает (совмещается) с плоскостью проекций П1, если вращение осуществляется вокруг горизонтального следа плоскости, либо с П2 при вращении вокруг её фронтального следа.

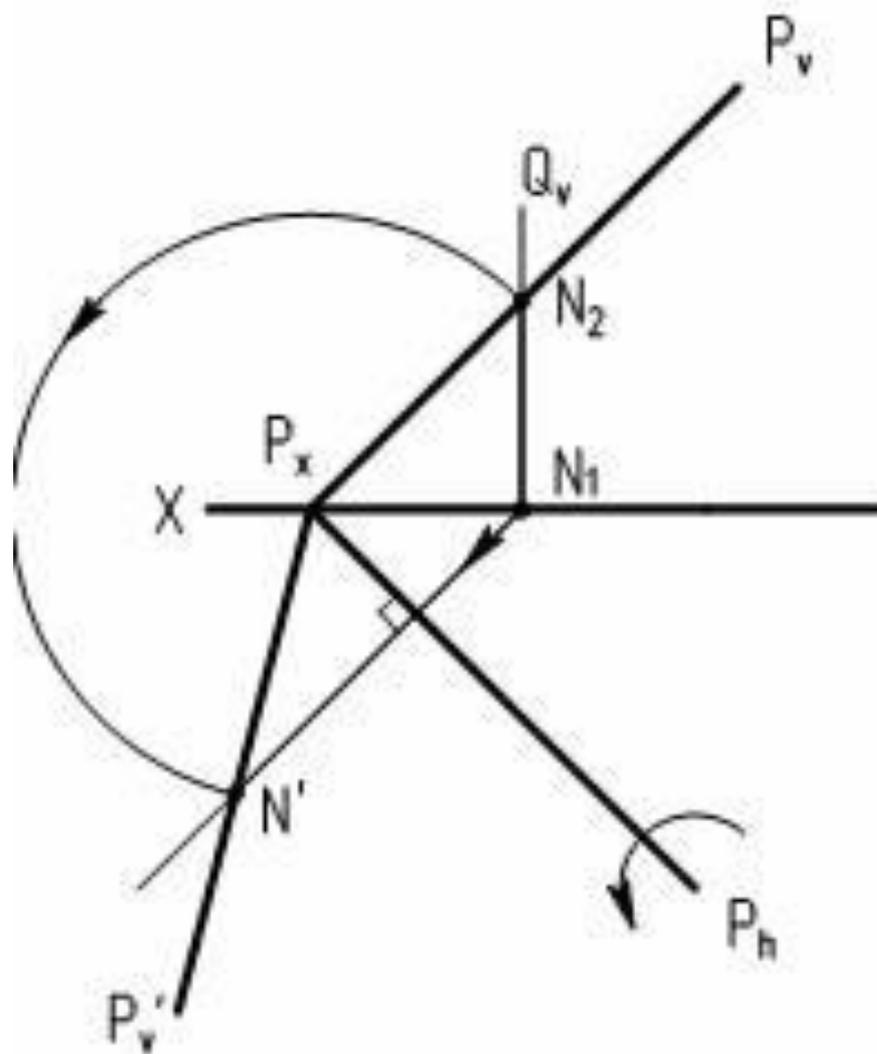


Способ совмещения

Поворот произведён вокруг горизонтального следа P_h , в направлении от фронтальной плоскости проекций к зрителю.

В положении совмещения с плоскостью Π_1 на плоскости P окажутся две пересекающиеся прямые – след P_h и прямая $P_v/$, которая представляет собой след P_v , совмещённый с плоскостью Π_1 .

Способ совмещения



Способ совмещения

След P_h , как ось вращения, не меняет своего положения, точка пересечения следов P_x – точка схода следов, также не меняет своего положения. Поэтому для нахождения совмещённого положения плоскости достаточно найти совмещённое положение ещё одной точки (кроме P_x), принадлежащей фронтальному следу P_v – точки N . Эта точка опишет дугу окружности в пл. Q , перпендикулярной к оси вращения, центр этой дуги лежит в точке O – пересечения плоскости Q со следом P_h . Описывая из точки O дугу радиусом ON в плоскости Q , мы получаем в пересечении этой дуги с Q_h точку N' на плоскости Π_1 .

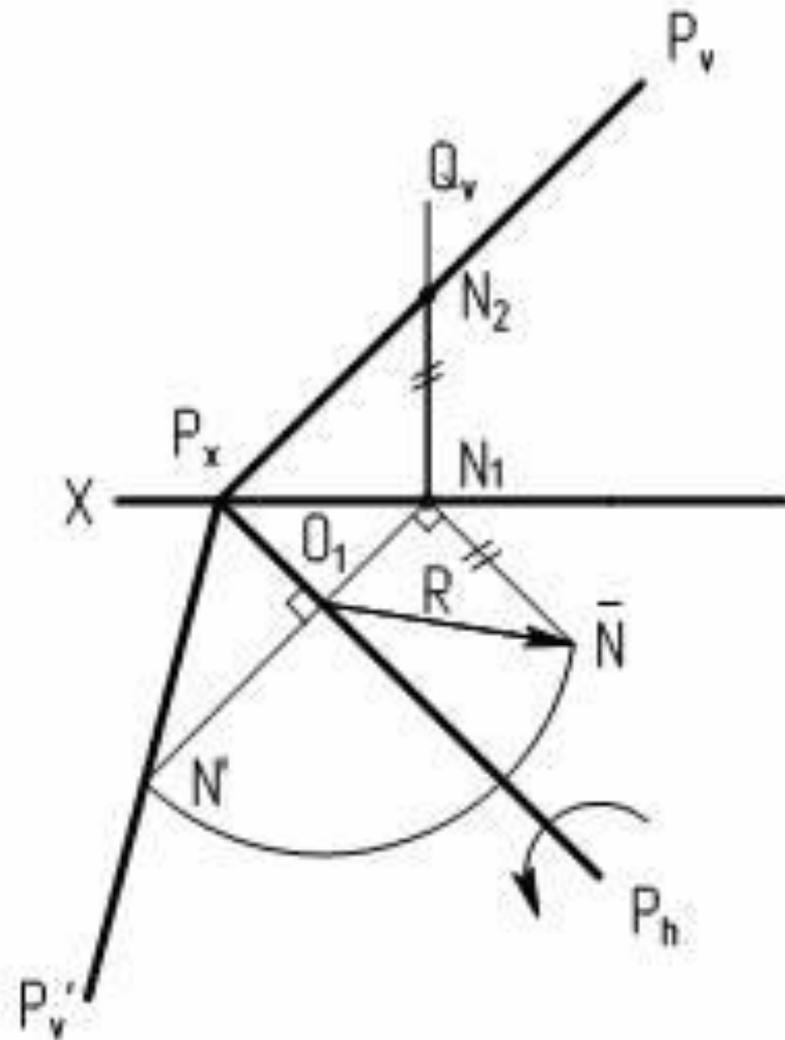
Проведя через P_x и N' прямую, получим P_v' . Так как отрезок P_xN не изменяет своей величины при вращении плоскости, то, очевидно, точку N можно получить в пересечении O_h с дугой, описанной в пл. Π_1 из P_x радиусом P_xN .

Способ совмещения

Длину радиуса вращения R точки N можно определить и методом прямоугольного треугольника (см. рисунок 3) – гипотенуза ON .

При решении некоторых задач заданная плоскость, из совмещенного положения возвращается в исходное, то есть, производится *подъем в пространство*, расположенных на плоскости заданных форм.

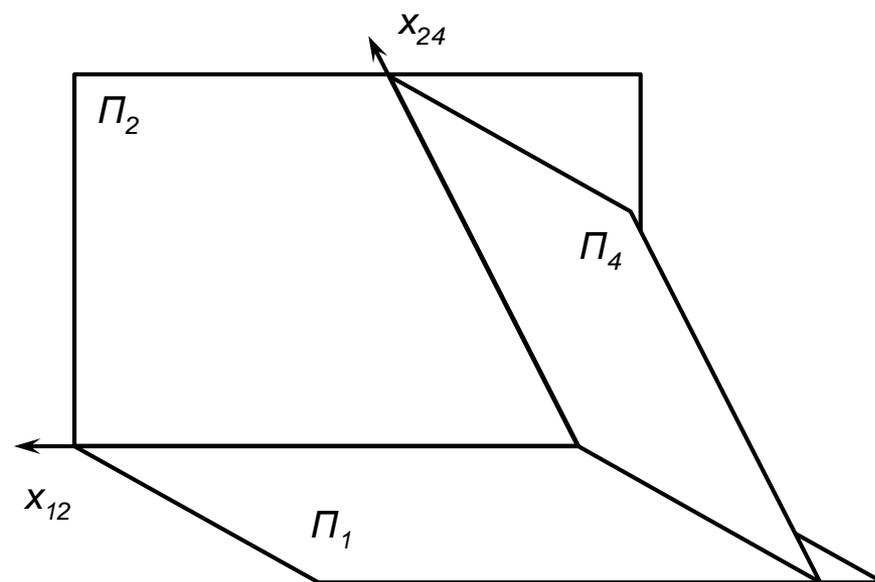
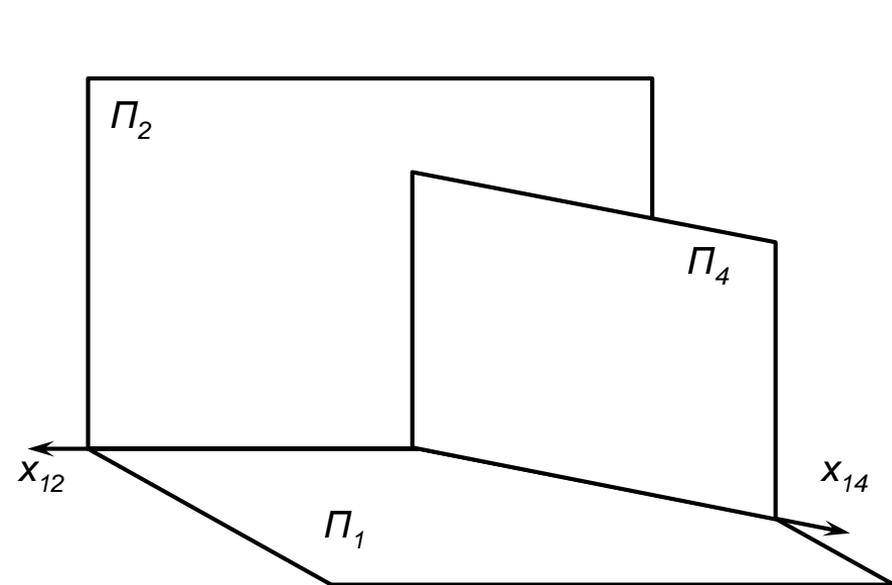
Способ совмещения



Способ замены плоскостей проекций

Способ замены плоскостей проекций состоит в том, что одна из основных плоскостей проекций Π_1 , Π_2 или Π_3 заменяется новой плоскостью проекций Π_4 , подходящим образом расположенной относительно оригинала, но перпендикулярной незаменяемой плоскости проекций

Способ перемены плоскостей проекций



Способ замены плоскостей проекций

В результате замены одной из основных плоскостей проекций на плоскость проекций Π_4 мы получаем вместо старой системы плоскостей проекций (Π_1, Π_2) новую систему (Π_2, Π_4) , если заменялась плоскость Π_1 , или систему (Π_1, Π_4) , если заменялась плоскость Π_2 .

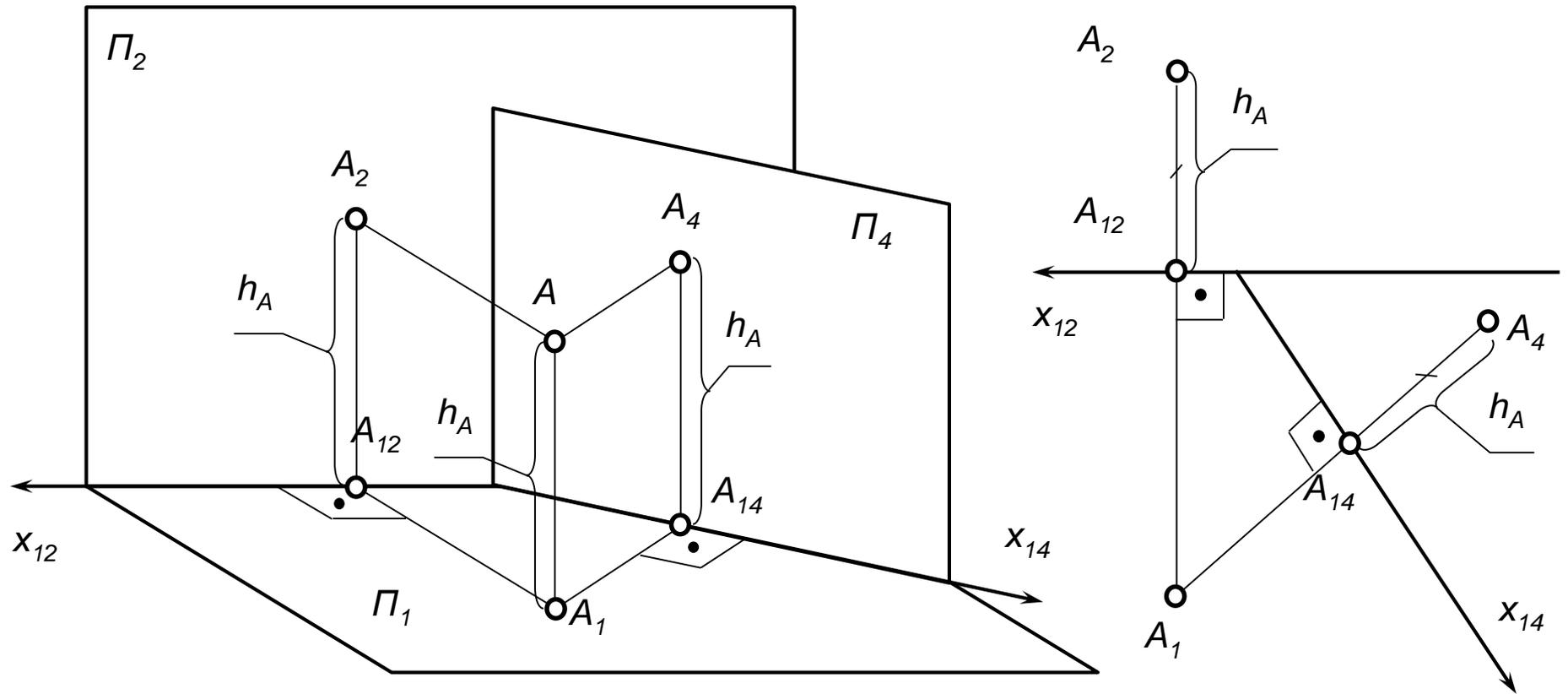
Способ перемены плоскостей проекций

Последовательное введение новых плоскостей проекций $\Pi_4, \Pi_5, \Pi_6, \dots$ позволяет получить такую систему плоскостей проекций, относительно которой данный оригинал займет удобное для решения той или иной задачи положение.

Способ перемены плоскостей проекций

Пусть дана точка A своими проекциями A_1 и A_2 в системе плоскостей проекций (Π_1, Π_2) . Заменим плоскость Π_2 на новую плоскость Π_4 , перпендикулярную к плоскости Π_1 , и спроецируем данную точку A на эту плоскость, обозначив полученную проекцию через A_4

Способ перемены плоскостей проекций



- Произведем переход от системы (Π_1, Π_2) к системе (Π_1, Π_4) на комплексном чертеже. На эюре имеем плоскости проекций Π_1, Π_2 , ось x_{12} , проекции точки A_1, A_2 и точку A_{12} (осевая проекция A_X).
- Проведём новую ось проекций x_{14} , которая определяет положение горизонтально-проецирующей плоскости Π_4 , и строим новую осевую проекцию - точку A_{14} , опуская перпендикуляр из точки A_1 на ось x_{14} . На перпендикуляре откладываем отрезок $A_{14}A_4 = A_{12}A_2 = h_A$. Полученная таким образом точка A_4 является новой фронтальной проекцией точки A на плоскость Π_4 .
- Мы заменили фронтальную плоскость проекций Π_2 новой плоскостью Π_4 , соблюдая требование, чтобы плоскость Π_4 была перпендикулярна к Π_1 , т.е. была горизонтально-проецирующей плоскостью. Аналогично, можно заменить горизонтальную плоскость проекций Π_1 новой плоскостью Π_4 , которая должна быть фронтально-проецирующей. При этой замене остаются неизменными:
 - 1) фронтальная проекция A_2 точки A ;
 - 2) глубина f_A точки A относительно фронтальной плоскости (в данном случае относительно плоскости Π_2), т.е. $AA_2 = A_{12}A_1 = A_{24}A_4 = f_A$.

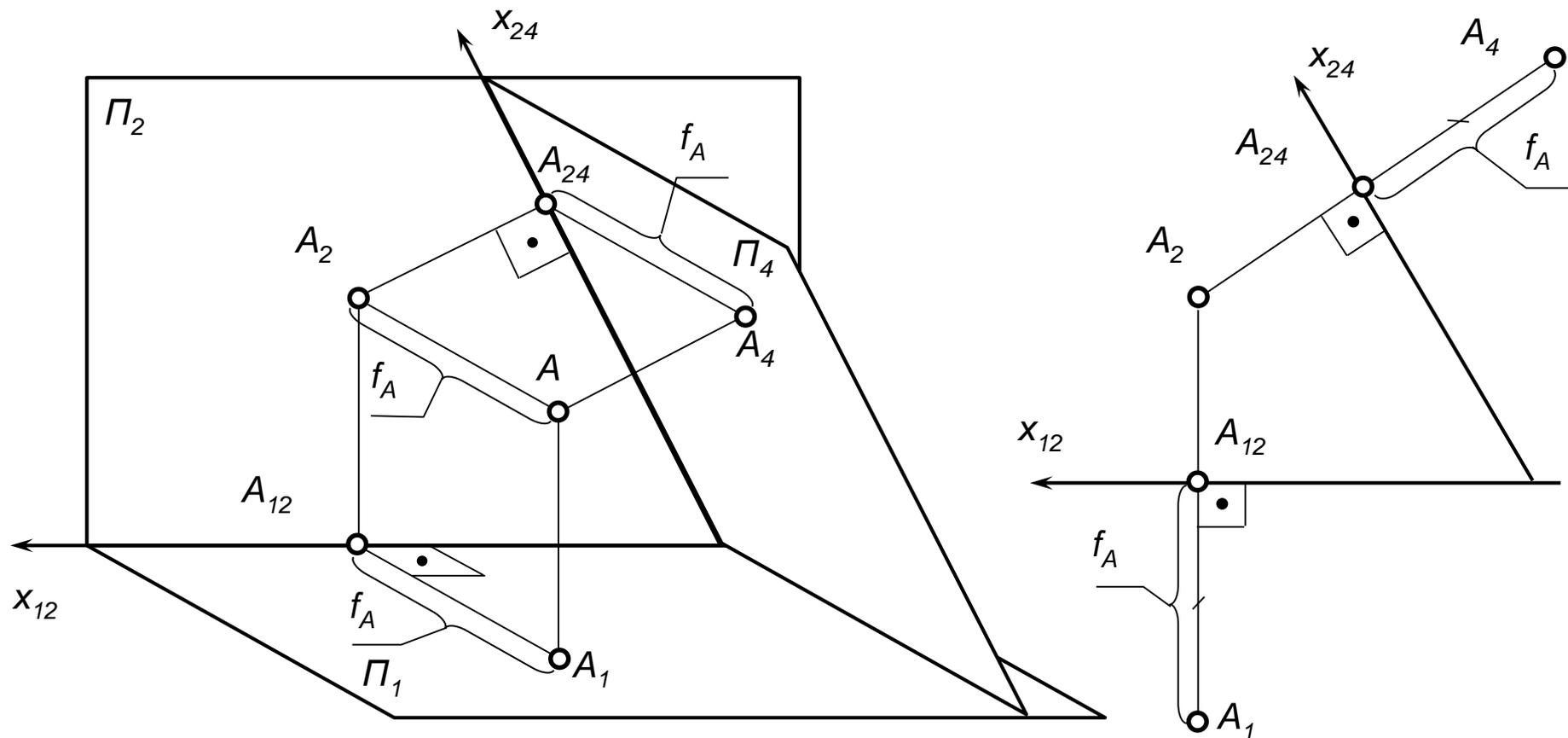
Способ перемены плоскостей проекций

Построение новой проекции точки вместо заменяемой связано с двумя её старыми проекциями – незаменяемой и заменяемой.

Через незаменяемую проекцию точки проводят новую линию связи, перпендикулярную к новой оси, и на ней от новой оси откладывается расстояние, равное расстоянию от заменяемой проекции точки до старой оси.

Способ перемены плоскостей проекций

проекций

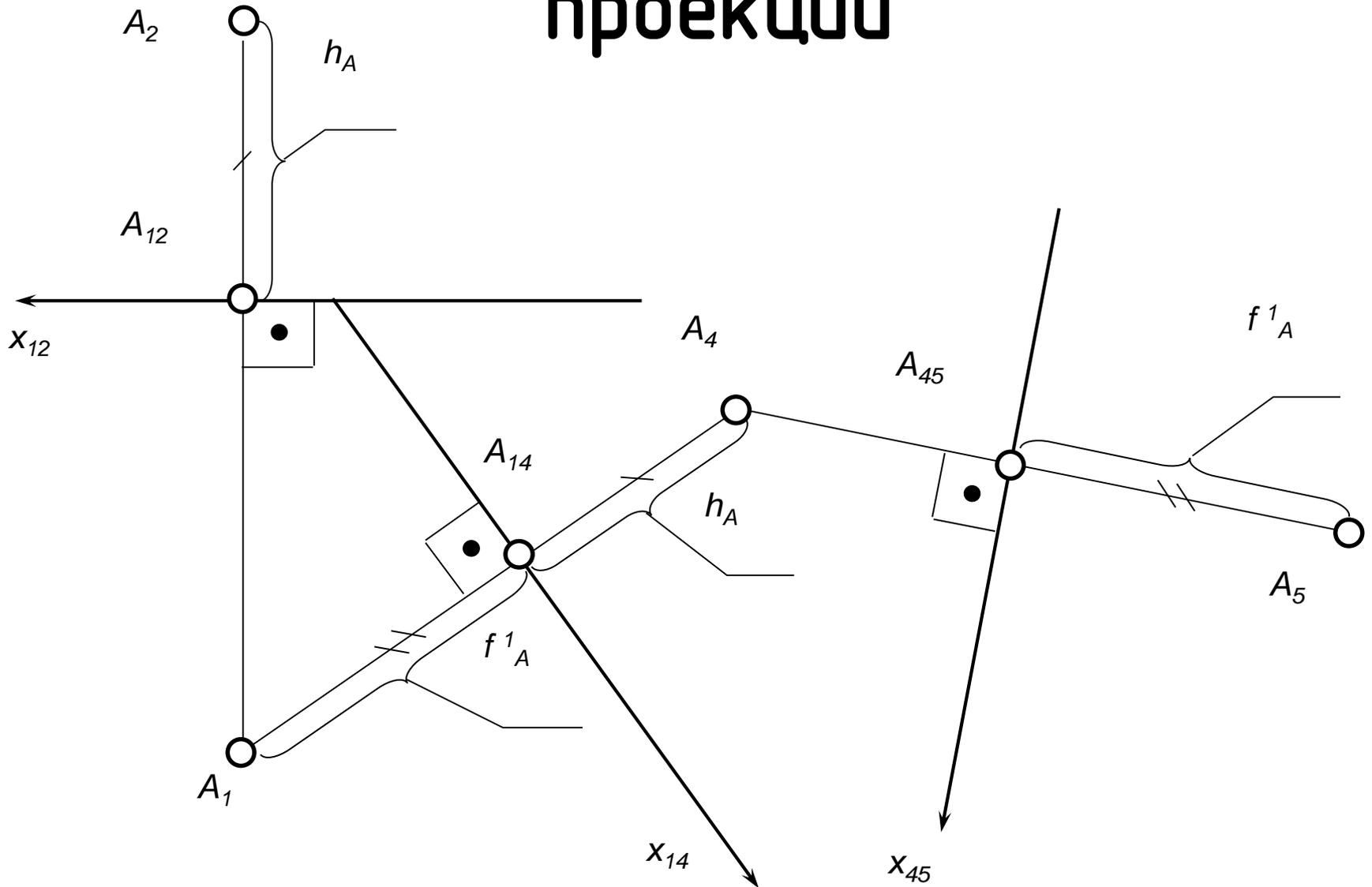


Способ перемены плоскостей проекций

Это правило применяется и при последовательном выполнении двух и более замен. Так, если для точки A произведена замена плоскости Π_2 на плоскость Π_4 , перпендикулярную к плоскости Π_1 , и после этого нужно заменить и плоскость Π_1 на плоскость Π_5 , перпендикулярную к плоскости Π_4 , то при выполнении последней замены нужно считать поле Π_1 заменяемым, поле Π_4 – незаменяемым и поле Π_5 – новым. Поле Π_2 не участвует в этой замене. Линию связи полей Π_1 и Π_4 надо считать старой линией связи, а линию связи полей Π_4 и Π_5 – новой

Способ перемены плоскостей проекций

проекций



Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

С помощью одной замены плоскости проекций решаются четыре основные типовые задачи:

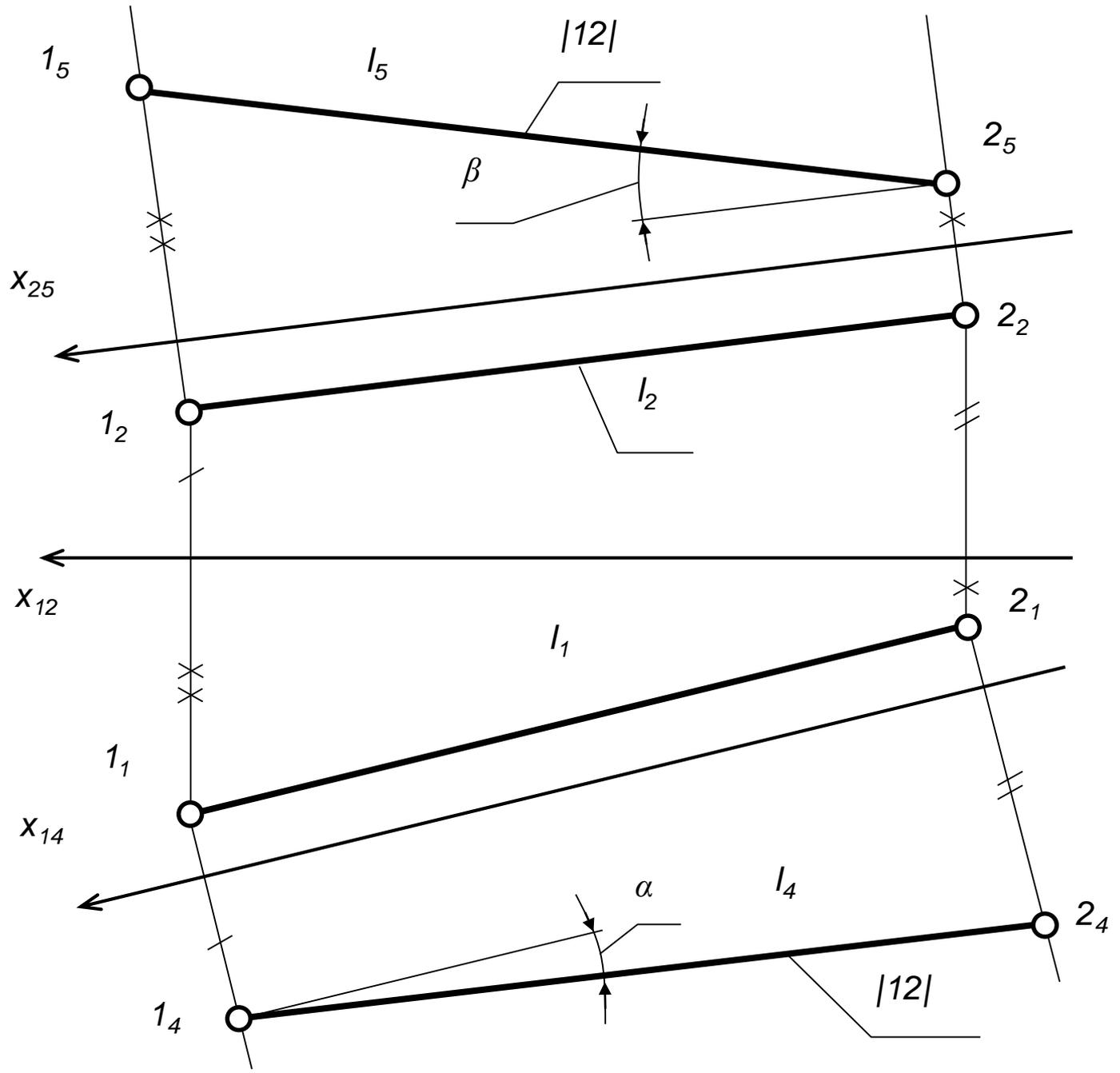
- прямую общего положения преобразовать в прямую уровня;
- прямую уровня преобразовать в проецирующую прямую;
- плоскость общего положения преобразовать в проецирующую плоскость;
- проецирующую плоскость преобразовать в плоскость уровня.

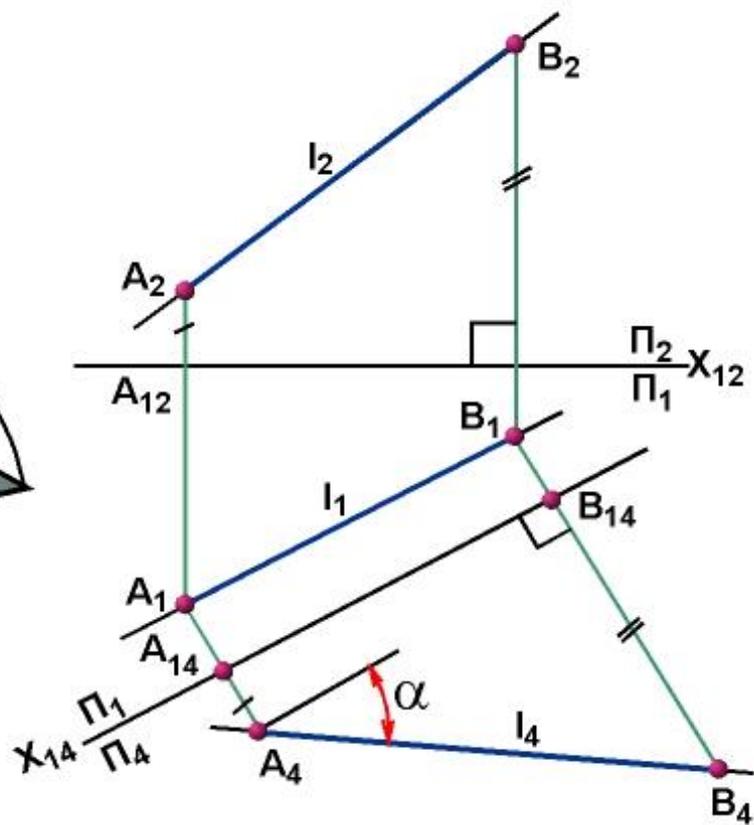
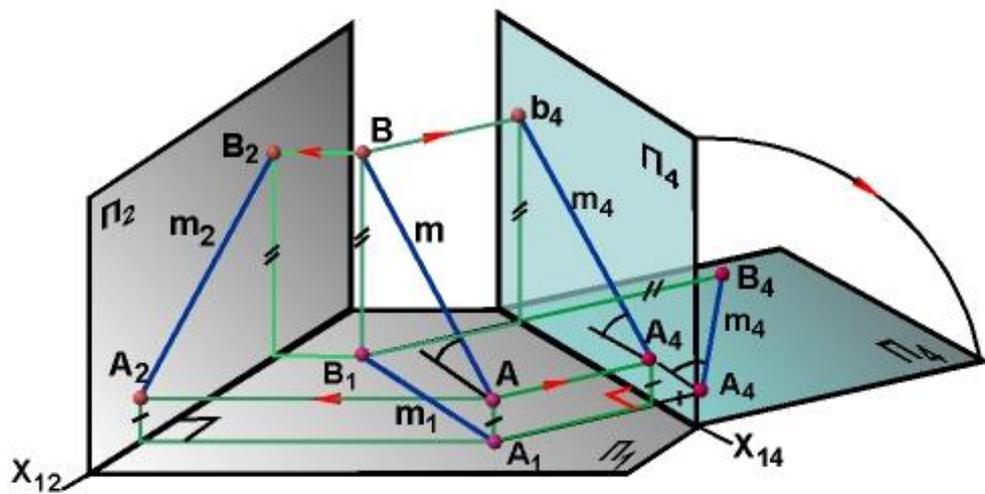
Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

Первая задача. Прямую l ($l1, l2$) общего положения преобразовать в прямую уровня.

Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

Для того, чтобы заданную прямую l преобразовать в прямую уровня, достаточно заменить одну из плоскостей проекций, например плоскость Π_2 , на новую плоскость Π_4 , перпендикулярную к незаменяемой плоскости Π_1 и параллельную данной прямой l . Тогда в системе (Π_1, Π_4) прямая l будет являться прямой уровня.





Чтобы проделать эту замену на комплексном чертеже, необходимо сначала провести новую ось проекций x_{14} – горизонтальный след горизонтально-проецирующей плоскости Π_4 , – параллельно горизонтальной проекции l_1 прямой l . Затем нужно провести новые линии связи через незаменяемые проекции 11 и 22 двух произвольных точек 1 и 2 прямой l . Эти линии связи должны быть перпендикулярны к новой оси x_{14} . На новых линиях связи от новой оси откладываем высоты точек 1 и 2, измеренные от заменяемой проекции l_2 до старой оси x_{12} . Получаем новые проекции 14, 24 точек 1 и 2, которые определяют искомую фронтальную проекцию прямой l_4 на плоскость Π_4 .

После проведённой замены плоскости мы достигли следующего:

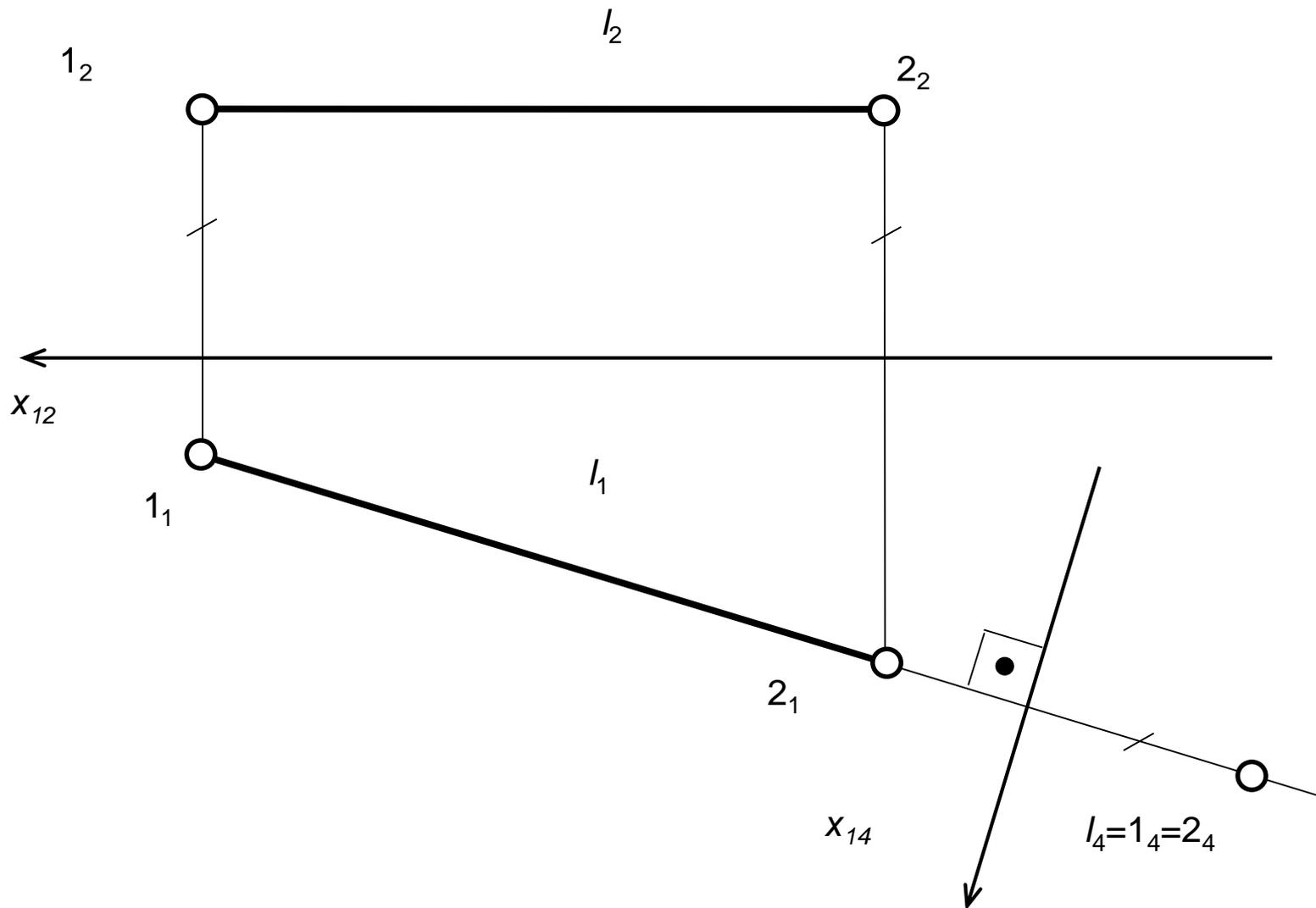
- 1) прямая l (l_1, l_4) стала линией уровня (фронталью);
- 2) отрезок 1424 равен натуральной величине отрезка 12 прямой l ;
- 3) угол α , образованный проекцией 14 24 с осью x_{14} , равен натуральной величине угла наклона прямой l к горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

Очевидно, что рассмотренную задачу можно решить также заменой плоскости Π_1 на плоскость Π_5 , перпендикулярную к Π_2 и параллельную прямой l . На комплексном чертеже новая ось x_{25} должна проводиться параллельно фронтальной проекции l_2 прямой l . Построив новую горизонтальную проекцию прямой l_5 , получим угол β , равный натуральной величине угла наклона прямой l к плоскости Π_2 . Кроме того, отрезок 1525 также равен натуральной величине отрезка 12 прямой l .

Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

Вторая задача. Прямую уровня /
преобразовать в проецирующую прямую.

Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций



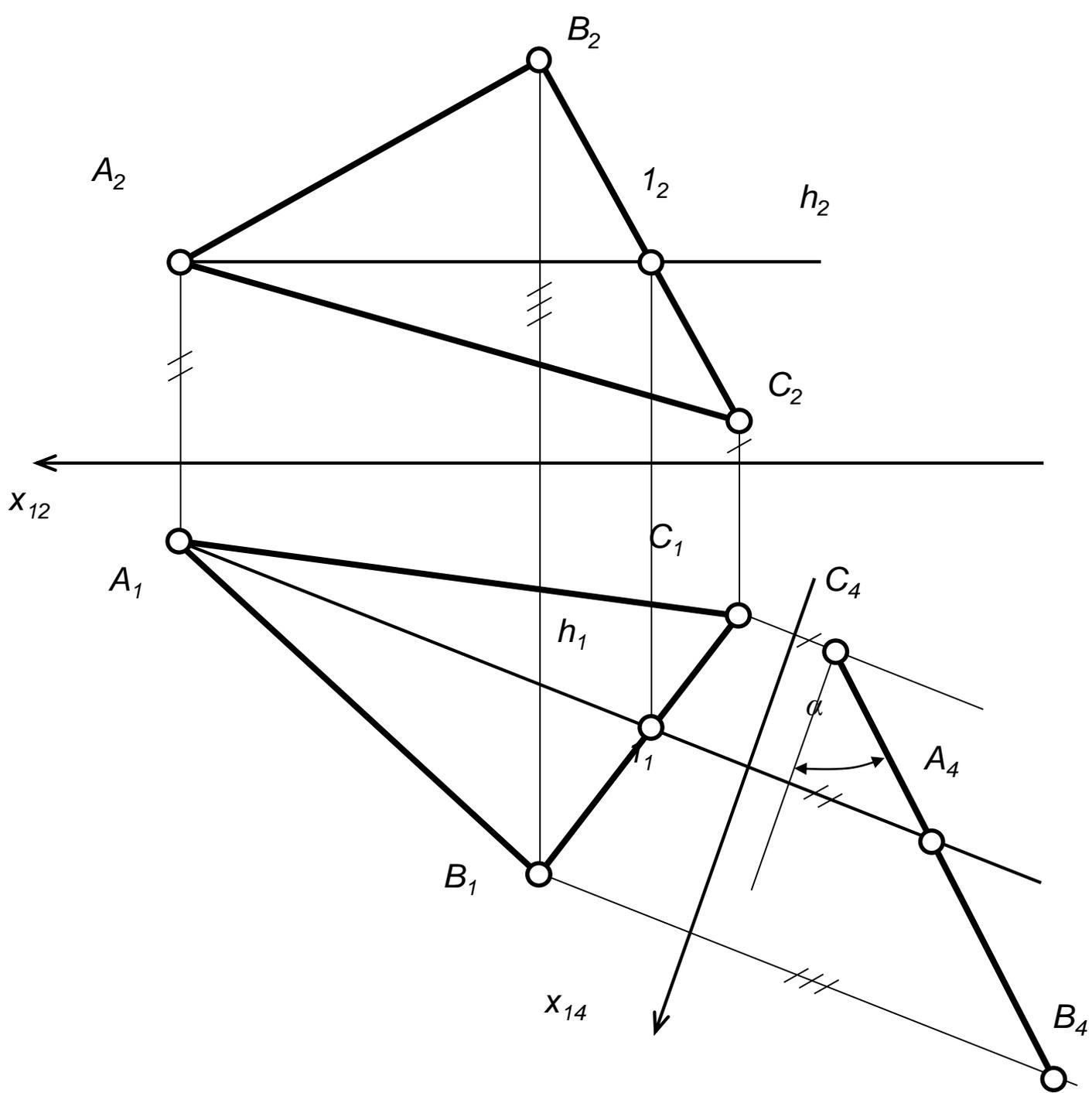
Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

Для решения задачи новую плоскость проекций необходимо провести перпендикулярно заданной прямой уровня l . Кроме того, она должна быть перпендикулярна к незаменяемой плоскости проекций. На комплексном чертеже новую ось проекций необходимо проводить перпендикулярно к проекции прямой на той плоскости проекций, которой она параллельна. Если заданная прямая является горизонталью, проводить нужно перпендикулярно горизонтальной проекции прямой l_1 . Если заданная прямая является фронталью, проводить нужно перпендикулярно фронтальной проекции прямой l_2 . Это связано с тем, что, согласно теоремы о проецировании прямого угла, прямой угол с горизонталью сохраняется на плоскости Π_1 , а прямой угол с фронталью — на Π_2 .

Т.к. в данном случае прямая l является горизонталью, новая ось проекций x_{14} проводится перпендикулярно l_1 ($x_{14} \perp l_1$). Новые линии связи, проведённые через точки 11 и 21, будут совпадать с прямой l_4 . Откладывая на линии связи от новой оси x_{14} отрезок, равный высоте точек прямой l относительно плоскости Π_1 , получим проекцию заданной прямой на плоскость Π_4 виде точки $l_4=1_4=2_4$.

Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

Третья задача. Плоскость Σ общего
положения преобразовать в проецирующую
плоскость



Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

На комплексном чертеже построения будем проводить в следующей последовательности. Проведем в заданной плоскости Σ горизонталь h . Заменим плоскость Π_2 на новую плоскость Π_4 . Для этого новую ось x_{14} проведем перпендикулярно к горизонтальной проекции горизонтали h_1 ($x_{14} \perp h_1$). Затем строим на соответствующих новых линиях связи новые проекции точек A_4, B_4, C_4 , которые расположатся на одной прямой – новой проекции плоскости Σ_4 .

Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

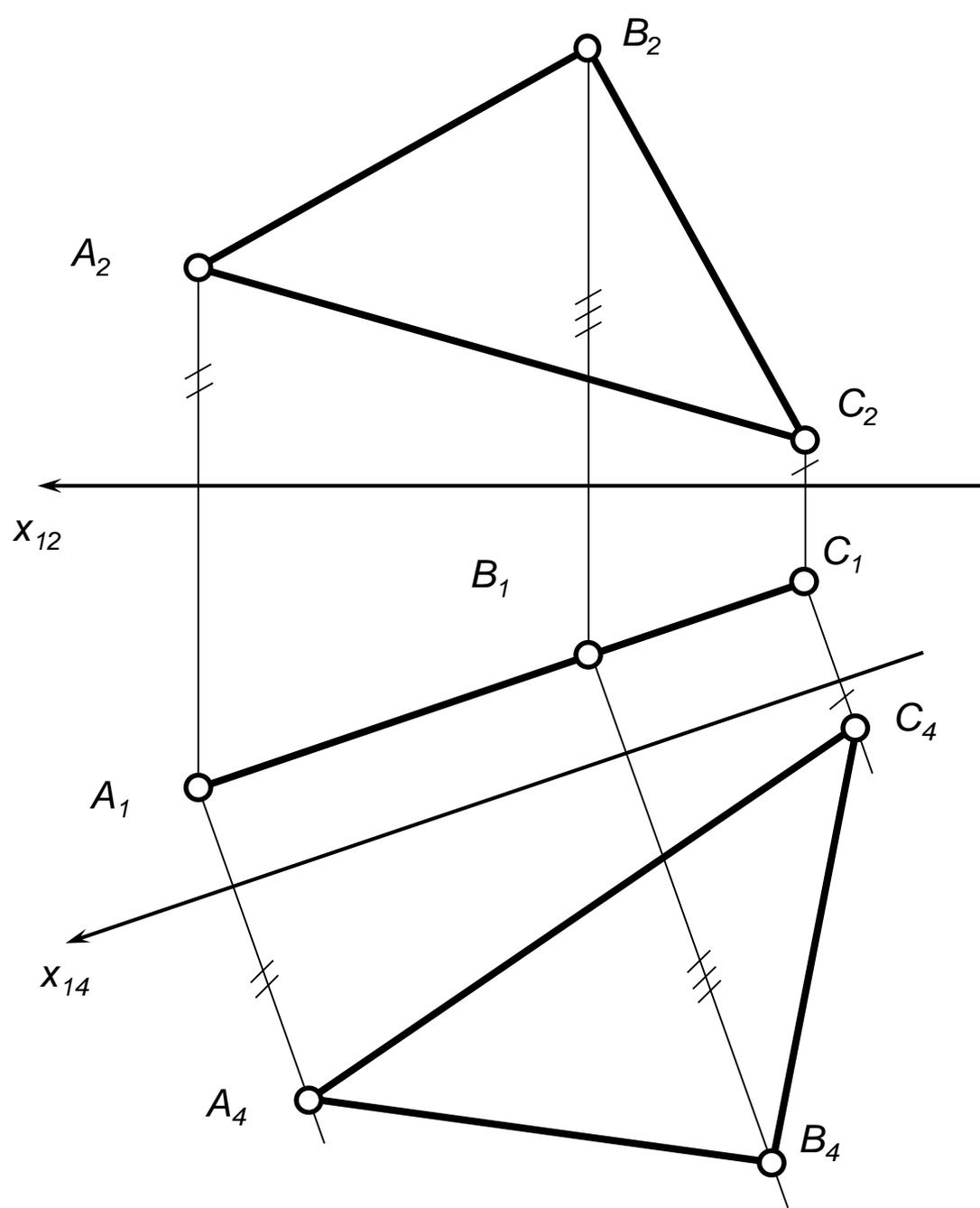
Заменив плоскость Π_2 плоскостью Π_4 , мы достигли следующего:

1) плоскость $\Sigma(\Delta ABC)$ стала фронтально проецирующей;

2) угол α , образованный проекцией $A_4B_4C_4$ с осью X_{14} , равен натуральной величине угла наклона плоскости Σ к горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

Четвертая задача. Проецирующую плоскость преобразовать в плоскость уровня.



Основные задачи, решаемые одной заменой плоскости проекций

Для решения задачи новая плоскость проекций должна быть проведена параллельно заданной проецирующей плоскости. На комплексном чертеже новую ось проекций проводят параллельно вырожденной проекции плоскости. В данном случае заданная плоскость является горизонтально проецирующей. Значит необходимо заменить плоскость Π_2 на плоскость Π_4 . Новую ось x_4 нужно провести параллельно горизонтальной проекции плоскости Σ_1 .

Построив новые проекции точек A_4 , B_4 , C_4 , получим искомую проекцию плоскости Σ_4 .

В результате такой замены плоскости проекций мы получили следующее:

- 1) заданная горизонтально проецирующая плоскость $\Sigma(\Delta ABC)$ стала фронтальной плоскостью уровня относительно плоскости Π_4 ;
- 2) проекция Σ_4 равна натуральной величине треугольника ABC .

Основные задачи, решаемые двумя заменами плоскостей проекций

С помощью двух замен плоскостей проекций решаются две основные типовые задачи:

- 1) Прямую общего положения преобразовать в проецирующую прямую.
- 2) Плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня.