

## **Тема № 5:**

---

### ***Переходные процессы в электроприводе.***

#### **Т5. Основы динамики электропривода.**

1. Уравнение движения электропривода и его анализ.
2. Приведение вращающих моментов и сил к скорости одного вала.
3. Приведение моментов инерции и масс к скорости одного вала.
4. Методы определения моментов инерции
5. Анализ механических переходных процессов в электроприводе с линейной механической характеристикой электродвигателя при постоянном моменте сопротивления
6. Определение времени переходных процессов при разбеге двигателей постоянного тока независимого возбуждения с постоянной нагрузкой
7. Определение времени переходных процессов при динамическом торможении ДПТ независимого возбуждения с постоянной нагрузкой
8. Определение времени переходных процессов при динамическом торможении ДПТ независимого возбуждения с постоянной нагрузкой
9. Графические и графоаналитические методы решения задач динамики
10. Определение времени разбега электропривода с асинхронным электродвигателем. Метод пропорций.
11. Определение времени разбега электропривода с асинхронным электродвигателем. Метод конечных разностей.
12. Метод компьютерного расчета времени переходных процессов

## Переходные процессы в электроприводе.

Под переходными процессами в электроприводе понимают процессы, протекающие во времени при переходе от одного установившегося состояния к другому установившемуся состоянию, когда изменяются скорость, момент, электромагнитное поле, ток, температура и др.

Переходные процессы могут возникать при пуске, торможении, реверсировании, регулировании скорости, в результате изменения нагрузки, параметров питающего тока и т.д.

Характер переходного процесса электропривода зависит от свойств рабочей машины, типа двигателя и механической передачи, принципа действия и свойств аппаратуры управления, а также от режима работы двигателя (пуск, торможение, прием и сброс нагрузки и т.п.).

Необходимость изучения, а затем и формирования переходных процессов, определяется тем, что связаны физические, динамические, электромагнитные тепловые явления, оказывающие весьма существенное влияние на работу электропривода. Многие электроприводы работают в интенсивных динамических режимах, в которых при резком приложении нагрузки необходимо быстрое изменение скорости (металлорежущие станки, пресса, прокатные станы и пр.). Для этих машин возникает задача сокращения длительности переходных процессов, т.е. повышение быстроты действия электропривода. Большое значение имеет анализ переходных процессов для следящих электроприводов, которые работают, как правило, в переходных режимах, обрабатывая изменяющееся задание скорости и положения. Характер, глубина и время протекания переходных процессов определяются в первую очередь инерционностью системы. Различают три типа переходных процессов, определяемых различными видами инерции:

–**механическая инерция** вращающихся и поступательно движущихся частей рабочей машины, промежуточных передач, двигателей, аппаратуры управления; скорость протекания механических переходных процессов определяется электромеханической постоянной времени  $B$ , которая в свою очередь зависит как от механических параметров системы двигатель–рабочая машина, так и от электромеханических свойств двигателя, включая сопротивление его цепей.

–**электромагнитная инерция**, обусловленная индуктивностью обмоток электрических машин и аппаратов управления; характеризуется электромагнитной постоянной времени  $T$ , величина которой зависит от соотношения индуктивности электрической цепи и  $L$  и ее активного сопротивления  $r$ .  $T_{\text{эи}} = \frac{L}{r}$ .

–**тепловая инерция** электрических машин и некоторых элементов аппаратуры определяется постоянной времени, представляющей собою отношение теплоемкости  $C$  к теплоотдаче  $A$  машины или аппарата  $T = \frac{C}{A}$ .

Теоретическое рассмотрение переходных процессов электропривода с учетом влияния всех видов инерции представляет большие трудности. Поведение в нестационарных режимах сложных приводов с учетом всех влияющих факторов во многих случаях затрудняется тем, что требует решения системы нелинейных дифференциальных уравнений весьма высоких порядков. Эти обстоятельства часто вынуждают пользоваться материалами, полученными опытным путем, и методами приближенного графического интегрирования. Однако далеко не во всех случаях практики требуется детальный учет всех явлений. Тепловые процессы в электрических машинах и аппаратах протекают значительно медленнее, чем процессы, обусловленные механической и электромагнитной инерцией. Поэтому при рассмотрении механических и электромагнитных переходных процессов электропривода влияние тепловой инерции обычно не учитывают. Электромагнитные переходные процессы играют важную роль в электроприводах, которые обладают большой индуктивностью и при значительных скоростях изменения нагрузки. Такими особенностями обладают лишь немногие механизмы рабочих машин сельскохозяйственного назначения.

При пуске, торможении, реверсировании, регулировании скорости и т.п. рассматриваются механические переходные процессы. Тепловые переходные процессы анализируются и используются главным образом при расчетах и выборе мощности электродвигателей.

## 1. Уравнение движения электропривода и его анализ.

Механические характеристики рабочих машин и электродвигателей дают представление о работе электропривода в установившемся (стационарном) режиме, когда силы движущие равны силам сопротивления, а скорость постоянна. В реальных условиях под действием различных причин равновесие сил постоянно нарушается, а в результате изменяется скорость, и возникают инерционные силы, которые могут значительно превосходить силы, создаваемые двигателем или рабочей машиной.

Силы возникающие вследствие изменения скорости инерционных масс, называются динамическими, а уравнения, которые учитывают все силы и моменты, действующие в электроприводе при различных режимах работы, называются уравнениями движения.

Уравнения движения электроприводов выводятся из закона сохранения энергии, где разность между количеством энергии, поступающей от двигателя и затрачиваемой на преодоление сопротивлений, равняется запасаемой в подвижных массах агрегата т.е. динамической энергии ( $A_{дин}$ )

$$A_{\partial} - A_c = A_{дин} \quad (137)$$

при вращательном движении 
$$A_{дин} = J \frac{\omega^2}{2} \quad (137)$$

при поступательном движении 
$$A_{дин} = m \frac{v^2}{2} \quad (137)$$

где  $J$ - момент инерции вращающихся частей агрегата  
 $m$ -масса поступательно движущихся частей агрегата

С учетом ( $A_{\ddot{a}i} = J \frac{\omega^2}{2}$ ) выражение ( $A_{\ddot{a}} - A_{\ddot{n}} = A_{\ddot{a}i}$ ) при вращательном движении можно записать как:

$$A_{\partial} - A_c = J \frac{\omega^2}{2} \quad (137)$$

Дифференцируя это выражение по времени, получим уравнение баланса мощностей:

$$P_{\partial} - P_c = J\omega \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \quad (138)$$

В этом выражении предполагается, что момент инерции  $J$  не постоянен и является функцией угла поворота вала  $\alpha$ .

Учитывая, что  $\frac{d\alpha}{dt} = \omega$ , запишем 
$$P_{\ddot{a}} - P_{\ddot{n}} = J\omega \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^3}{2} \frac{dJ}{d\alpha} \quad (138)$$

Разделив правую и левую части выражения на угловую скорость  $\omega$ , получим уравнение движения электропривода

$$M_{\partial} - M_c = J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ}{d\alpha} \quad \text{или} \quad M_{\partial} - M_c = J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{2} \frac{dJ}{dt} \quad (138)$$

Правые части этих уравнений, представляющие собою динамический момент, состоит из двух слагаемых: первое из них  $J \frac{d\omega}{dt}$  — динамический момент, обусловленный изменением угловой скорости, второе  $\frac{\omega^2}{2} \frac{dJ}{d\alpha}$  или  $\frac{\omega}{2} \frac{dJ}{dt}$  — изменением момента инерции в зависимости от угла поворота вала или от времени. Электроприводы с переменным моментом инерции встречаются довольно редко, поэтому второе слагаемое в выражение ( $M_{\partial} - M_c = J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ}{d\alpha}$  или  $M_{\partial} - M_c = J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega}{2} \frac{dJ}{dt}$ ) обращается в нуль и уравнение движения приобретает более простой вид:

$$M_{\partial} - M_c = J \frac{d\omega}{dt} \quad (138)$$

В полученном уравнении разность моментов  $M_{\partial} - M_c$  принято называть избыточным моментом, Уравнение ( $M_{\partial} - M_c = J \frac{d\omega}{dt}$ ) показывает, что развиваемый двигателем вращающий момент  $M_{\partial}$ , уравновешивается моментом сопротивления  $M_c$  на его валу и инерционным или динамическим моментом  $J \frac{d\omega}{dt}$ , т. е.  $M_{\partial} = M_c + J \frac{d\omega}{dt}$ .

Произведя аналогичные преобразования в уравнении закона сохранения энергии ( $A_{\partial} - A_c = A_{\text{дин}}$ ), получим уравнение движения при по-

ступательном движении: 
$$F_{\partial} - F_c = m \frac{dv}{dt} \quad (139)$$

При пользовании уравнениями движения электропривода необходимо учитывать знаки моментов и сил. Условно одно из направлений движения какого-либо органа агрегата принимается за положительное, а обратное — за отрицательное. В большинстве случаев момент сопротивления препятствует движению, т.е. направлен противоположно моменту двигателя, однако при определенных условиях он может и совпадать с направлением движущего момента. В выражениях ( $M_{\partial} = M_c + J \frac{d\omega}{dt}$ ) и ( $F_{\partial} - F_c = m \frac{dv}{dt}$ ) момент и сила двигателя считаются положительными, если они совпадают с направлением скорости, а момент и сила сопротивлений в этом случае принимаются со знаком минус.

В зависимости от направления действия моментов или сил сопротивлений при изменении направления движения они могут быть разделены на две категории: реактивные и активные (или потенциальные).

Под реактивными моментами сопротивлений понимают моменты, всегда препятствующие движению и меняющие свой знак при изменении направление движения. К этой категории относят моменты и силы, связанные с трением, резанием, мятьем, размалыванием, сжатием, растяжением и скручиванием неупругих тел.

**Активными, или потенциальными, моментами и силами сопротивлений называют такие, направление действия которых не изменяется с изменением направления движения.** К ним причисляют моменты и силы, обусловленные весом, сжатием, растяжением и скручиванием упругих тел. Действие этих моментов или усилий связано с изменением потенциальной энергии системы. Поскольку направление таких моментов (усилий) не изменяется с изменением направления движения, то в одном случае они могут препятствовать движению, а в другом способствовать ему, т.е. активно действовать на характер движения агрегата. Так, например, момент от силы веса груза в подъемной лебедке относится к активным, а момент от трения в подшипниках лебедки – к реактивным.

Учитывая возможные знаки моментов двигателя  $M_d$  и сопротивления  $M_c$ , придадим уравнению движения электропривода ( $M_a = M_n + J \frac{d\omega}{dt}$ )

следующий вид: 
$$[\pm M_a] - [\pm M_n] = M_{a\dot{\epsilon}} = J \frac{d\omega}{dt}. \quad (139)$$

Величина и закон изменения момента  $M_d$  определяются механической характеристикой двигателя, а момент  $M_c$  – механической характеристикой производственного механизма. Эти два момента являются определяющими в уравнении движения электропривода.

Характер изменения, величина и знак динамического момента  $M_{дин}$  зависят от соотношения, величин и знаков  $M_d$  и  $M_c$ . В том случае, если двигатель работает в двигательном режиме и момент его больше момента сопротивлений, скорость привода увеличивается, т. е. ускорение и динамический момент положительны (при  $M_d > M_c$ ,  $d\omega/dt > 0$  и  $M_{дин} > 0$ ; когда же  $M_d < M_c$ ,  $d\omega/dt < 0$  и  $M_{дин} < 0$ ).

Если момент двигателя равен моменту сопротивлений, то динамический момент отсутствует, а скорость привода остается постоянной или равной нулю.

Таким образом, величина и знак динамического момента зависят от направления действия и величины момента двигателя и момента сопротивлений, и затрачивается этот момент на изменение запаса кинетической энергии системы двигатель – рабочая машина.

## 2. Приведение вращающих моментов и сил к скорости одного вала.

Уравнение движения электропривода справедливо лишь в том случае, если входящие в него моменты, усилия и инерционные массы рассматриваются относительно элементов (валов, рычагов, направляющих и т.п.), движущихся с одинаковой скоростью. Операция пересчета этих величин на скорости данного элемента называется приведением. Обычно при вращательном движении моменты или усилия приводят к скорости вала двигателя, но можно приводить их и к скорости любого вала производственного агрегата. Приведение моментов и усилий производится на основании энергетического баланса, т.е. мощность, затрачиваемая на вращение вала рабочего органа, должна быть равна мощности, развиваемой на валу двигателем. При этом потери мощности в передаточных устройствах учитываются введением соответствующих коэффициентов полезного действия:

$$\frac{M_{с.м}\omega_M}{\eta_{пер}} = M_{\partial}\omega_{\partial}, \quad (140)$$

Двигатель всегда развивает момент, равной моменту сопротивления создаваемому машиной на его валу, то выражение ( $\frac{M_{\bar{n}.i}\omega_i}{\eta_{i\partial\partial}} = M_{\bar{a}}\omega_{\bar{a}}$ ) можно

переписать как

$$\frac{M_{с.м}\omega_M}{\eta_{пер}} = M'_c\omega_{\partial} \quad (140)$$

откуда

$$M'_c = M_{с.м} \frac{\omega_M}{\omega_{\partial}} \frac{1}{\eta_{пер}} = \frac{M_{с.м}}{i\eta_{пер}}, \quad (140)$$

где  $M_{с.м}$ —момент сопротивления на валу производственного механизма;  
 $M'_c$ —момент сопротивления, приведенный к скорости вала двигателя;  
 $\omega_{\partial}$ —угловая скорость вала двигателя, 1/с;  
 $\omega_M$ —угловая скорость вала производственного механизма, 1/с;  
 $\eta_{пер}$ —к.п.д. передачи;  
 $i=\omega_{\partial}/\omega_M$ — передаточное число.

По аналогии из равенства мощностей ( $\frac{M_{\bar{n}.i}\omega_i}{\eta_{i\partial\partial}} = M_{\bar{a}}\omega_{\bar{a}}$ ) приведенный к валу рабочей машины момент двигателя

$$M'_{\partial} = \frac{M_{\partial}i}{\eta_{пер}} \quad (140)$$

Физически приведенным к валу двигателя моментом сопротивления является момент сопротивления, создаваемый производственным механизмом на валу электродвигателя, а приведенным моментом двигателя к приводному валу механизма является вращающий момент, создаваемый

двигателем на валу механизма.

При наличии нескольких передач между двигателем и механизмом (рис. 141) с передаточными числами  $i_1, i_2, \dots, i_n$  и соответствующими к.п.д.  $\eta_{n1}, \eta_{n2}, \dots, \eta_{nn}$  приведенный к скорости вала двигателя момент сопротивления, определится как

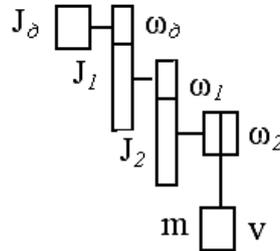


Рис. 141 Кинетическая схема системы двигатель-машина

$$M_c = M_{c..m} \frac{1}{i_1 \cdot i_2 \cdots i_n} \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdots \eta_n} \quad (142)$$

Приведение сил поступательного движения к вращательному движению также основано на равенстве мощностей: мощность на рабочем органе при поступательном движении с учетом потерь равна мощности, развиваемой на валу двигателя. Если скорость поступательного движения рабочего органа  $v$ , м/с, сила сопротивления  $F_{c..m}$ , Н, а угловая скорость вала двигателя  $\omega_\delta$ , 1/с то

$$F_{c..m} v \frac{1}{\eta_{nep}} = M_c \omega_\delta, \quad (142)$$

Отсюда приведенный к скорости вала двигателя момент от силы сопротивления равен:  $M'_n = \frac{F_{n..i} v}{\omega_\delta \eta_{i\delta\delta}}$ .

$$(143)$$

В случае приведения вращающего момента двигателя к силе поступательного движения, приведенную силу находим как

$$F'_\delta = \frac{M_\delta \omega_\delta \eta_{nep}}{v} \quad (143)$$

Полученные выражения справедливы для работы электрической машины в двигательном режиме. В случае работы двигателя в тормозном режиме, т. е. когда энергия передается от рабочей машины к двигателю, в выражениях  $(M_n = M_{n..i} \frac{1}{i_1 \cdot i_2 \cdots i_i} \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdots \eta_i})$ ,  $(F_{n..i} v \frac{1}{\eta_{i\delta\delta}} = M_n \omega_\delta)$  и  $(M'_n = \frac{F_{n..i} v}{\omega_\delta \eta_{i\delta\delta}})$

к.п.д. следует перенести в знаменатель, а в  $(F'_\delta = \frac{M_\delta \omega_\delta \eta_{nep}}{v})$  — в числитель.

### 3. Приведение моментов инерции и масс к скорости одного вала.

Момент инерции, входящий в уравнение движения электропривода ( $M_{\partial} - M_c = J \frac{d\omega}{dt}$  **доска!**), определяет инерционность вращающихся и поступательно движущихся частей производственного агрегата. (**рис. 141**) Подвижная система агрегата может содержать различное число деталей, участвующих в накоплении кинетической энергии и создании динамического момента при возникновении ускорений. Каждая из них движется со своей скоростью и обладает своим моментом инерции или массой. При расчетах в уравнении движения моменты инерции и массы условно заменяются некоторым одним маховиком с таким моментом инерции, который, вращаясь со скоростью вала приведения, способен запасать такое же количество кинетической энергии.

*Приведенный к валу двигателя момент инерции – это момент инерции такого условного маховика, который, вращаясь со скоростью вала двигателя, способен запасать кинетическую энергию, равную количеству кинетической энергии, запасаемой всеми подвижными массами данного агрегата.*

При наличии вращающихся частей, обладающих моментами инерции  $J_{\partial}, J_1, J_2, \dots, J_n$  с угловыми скоростями  $\omega_{\partial}, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ , и поступательно движущихся масс  $m_1, m_2$  и т.д. со своими скоростями  $v_1, v_2$ , соответственно (см. **рис. 141**), можно заменить их динамическим действием одного тела, вращающегося например со скоростью вала двигателя;

$$J_{np} \frac{\omega_{\partial}^2}{2} = J_{\partial} \frac{\omega_{\partial}^2}{2} + J_1 \frac{\omega_1^2}{2} + \dots + J_n \frac{\omega_n^2}{2} + m_1 \frac{v_1^2}{2} + \dots \quad (143)$$

Разделив обе части равенства на  $\omega_{\partial}^2/2$ , находим приведенный к валу двигателя момент инерции:

$$J_{np} = J_{\partial} + J_1 \frac{\omega_1^2}{\omega_{\partial}^2} + \dots + J_n \frac{\omega_n^2}{\omega_{\partial}^2} + m_1 \frac{v_1^2}{\omega_{\partial}^2} + \dots \quad (143)$$

Обозначив в отношении угловых скоростей соответствующими передаточными числами, запишем выражение для приведенного момента инерции как:

$$J_{np} = J_{\partial} + J_1 \frac{1}{i_1^2} + \dots + J_n \frac{1}{i_n^2} + m_1 \frac{v_1^2}{\omega_{\partial}^2} + \dots \quad (143)$$

Все величины, входящие в уравнения движения ( $M_{\partial} - M_n = J \frac{d\omega}{dt}$ ) и ( $F_{\partial} - F_n = m \frac{dv}{dt}$ ), должны быть приведены к скорости одного вала (рычага, направляющих) и какие-либо знаки о приведении этих величин в уравнениях не применяются.

## Методы определения моментов инерции.

Момент инерции при вращательном движении—это то же, что масса при движении поступательном, это тот элемент, который при своем вращении способен накапливать кинетическую энергию.

Моментом инерции тела относительно оси, проходящей через центр тяжести, называется сумма произведений масс отдельных частиц тела на квадрат расстояния от центра тяжести соответствующей частицы до оси вращения, взятая для всего тела:

$$J = \sum_{i=1}^{i=k} m_i \rho_i^2 . \quad (144)$$

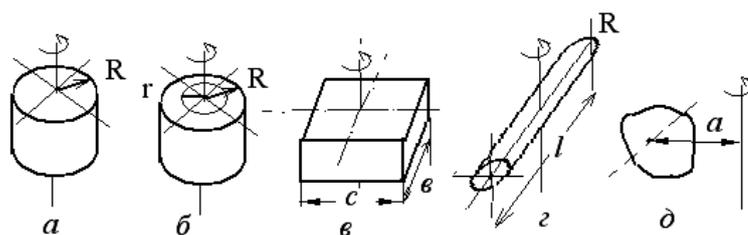
В практических расчетах момент инерции тела часто выражают как произведение массы тела на квадрат радиуса инерции, т. е.

$$J = m \rho^2 , \quad (144)$$

где  $m$ —масса всего тела;  
 $\rho$ —радиус инерции.

Под радиусом инерции понимают расстояние от оси вращения, проходящей через центр тяжести, до точки, в которую надо поместить сосредоточенную массу рассматриваемого тела, чтобы момент инерции остался неизменным.

Радиусы инерции простых тел относительно их осей вращения, проходящих через центр тяжести, могут быть вычислены аналитически, и, при известной массе тела, по выражению ( $J = m \rho^2$ ) вычисляется соответствующий момент инерции. Для нахождения моментов инерции сложных или неоднородных по своему составу тел, используются различные экспериментальные методы.



**Рис. 144** К определению радиусов инерции простейших фигур  
Радиусы инерции простейших тел, показанных на рисунке **144**, рассчитываются по следующим формулам:

а) для сплошного цилиндра (**рис.144, а**)  $\rho^2 = \frac{R^2}{2} ; \quad (145)$

б) для полого цилиндра (**рис.144, б**)  $\rho^2 = \frac{R^2 + r^2}{2} ; \quad (145)$

в) для прямоугольной призмы (рис. 144, в)  $\rho^2 = \frac{b^2 + c^2}{12}$ ; (145)

г) для цилиндра относительно оси вращения, проходящей через центр тяжести перпендикулярно оси цилиндра (рис. 144, з)  $\rho^2 = \frac{l^2 + 3R^2}{12}$ ; (145)

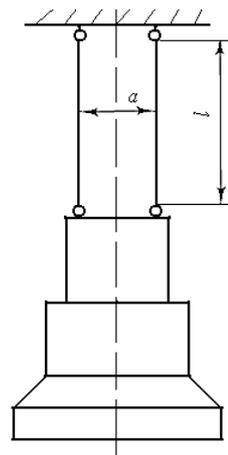
д) для тела произвольной формы относительно оси, не проходящей через центр тяжести (рис. 144, д)  $\rho^2 = \rho_i^2 + a^2$  (145)

где  $\rho_o^2$ —квадрат радиуса инерции тела относительно оси, проходящей через центр тяжести и параллельной заданной оси вращения;

$a$ — расстояние от центра тяжести тела до оси вращения.

В тех случаях, когда детали имеют сложную геометрическую форму или неоднородны по своему составу, для определения моментов инерции применяются экспериментальные методы. К ним относятся методы крутильных или маятниковых колебаний, падающего груза, а также метод свободного выбега или самоторможения.

### Метод крутильных колебаний



**Рис 146** Определение момента инерции методом крутильных колебаний

Для определения момента инерции тела относительно его оси вращения тело подвешивают к неподвижной опоре на двух параллельных нитях (рис. 146). Затем его закручивают вокруг оси на 90 градусов, отпускают и измеряют время одного полного периода крутильных колебаний. Для большей достоверности целесообразно определить время одного периода при 8...10 колебаниях. Момент инерции определяется по формуле:

$$J = \frac{ga^2}{l\pi} [(m_{\bar{a}} + m_{\bar{r}})T_{\bar{a}}^2 - m_{\bar{r}}T_{\bar{r}}^2], \text{ кгм}^2. \quad (146)$$

Здесь  $a$ — расстояние между нитями, м;

$l$ —длина нитей подвески, м;

$m_d$ —масса измеряемой детали с подвеской, кг;

$T_d$ —время одного периода колебаний детали с подвеской, с;

$m_n$ —масса подвески, кг;

$T_n$ —время одного периода колебаний подвески, с.

В большинстве случаев параметры подвески во много раз меньше параметров детали и ими в выражении без большой погрешности можно пренебречь.

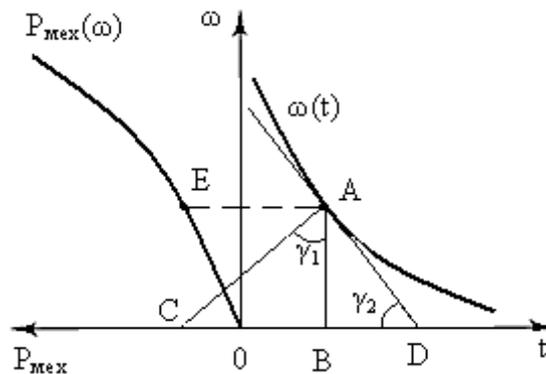
### Метод свободного выбега

Наиболее простым и удобным для нахождения моментов инерции крупных деталей и моментов инерции машин относительно приводного вала, содержащих ряд вращающихся и поступательно движущихся масс является метод свободного выбега.

Опытным путем определяют две зависимости:

1. - Зависимость механических потерь от скорости—потери от трения в подшипниках, вентиляционные потери—  $P_{мех}(\omega)$ .

2. - Зависимость скорости от времени при свободном выбеге или самоторможении  $\omega(t)$  (рис. 147).



**Рис 147** К определению момента инерции методом свободного выбега

Для получения первой зависимости двигателю задают ряд скоростей при холостом ходе и с помощью вольтметра и амперметра определяют потери мощности. Механические потери определяют путем вычитания из потерь холостого хода джоулевых потерь:

$$D_{i\dot{\alpha}\ddot{\alpha}} = D_{\ddot{\alpha}\ddot{\alpha}} - I^2 r_{\dot{y}} \quad (147)$$

Для получения второй зависимости систему разгоняют до скорости несколько больше номинальной и, отключив двигатель от сети, фиксируют значения скорости через определенные промежутки времени до полной остановки.

Задавшись масштабами мощности  $m_p$ , скорости  $m_\omega$  и времени  $m_t$ , строят графики этих зависимостей (рис. 147).

К кривой  $\omega(t)$  проводят касательную  $AD$  в произвольной точке  $A$  и нормаль  $AC$ . Путем переноса точки  $A$  на зависимость  $P_{мех}(\omega)$  в точке  $E$

находят потери на трение  $P_{\text{мех}}$ , соответствующие времени самоторможения в точке  $B$ . Эта мощность равна изменению запаса кинетической энергии системы и определяется как

$$P_{i\dot{\alpha}\dot{\delta}} = \frac{dA}{dt} = J\omega \frac{d\omega}{dt}, \quad \text{откуда} \quad J = \frac{P_{i\dot{\alpha}\dot{\delta}}}{\omega \frac{d\omega}{dt}} \quad (148)$$

Для определения знаменателя в выражении рассмотрим прямоугольные треугольники  $BDA$  и  $BAC$  (рис. 147). Для углов  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  можно записать

$$\text{tg}(\gamma_1) = \frac{CB}{AB} \quad \text{и} \quad \text{tg}(\gamma_2) = \frac{AB}{BD} \quad (148)$$

Рассматриваемые треугольники подобны следовательно углы  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  между собою равны.

Поэтому 
$$\frac{\tilde{N}\hat{A}}{AB} = \frac{AB}{BD} \quad \text{отсюда} \quad CB = \frac{AB^2}{BD} \quad (149)$$

Выразив отрезки через соответствующие физические величины и их масштабы, определим величину  $CB$ , называемую поднормалью

$$CB = \frac{\omega^2}{m_\omega^2} \frac{m_t}{t} = \omega \frac{\omega}{t} \frac{m_t}{m_\omega^2} \quad (149)$$

В треугольнике  $ABD$  отношение  $\omega/t$  равноценно  $|d\omega/dt|$ , следовательно,

$$CB = \omega \frac{d\omega}{dt} \frac{m_t}{m_\omega^2} \quad (149)$$

Отсюда получаем значение знаменателя в выражении ( $J = \frac{P_{i\dot{\alpha}\dot{\delta}}}{\omega \frac{d\omega}{dt}}$ )

$$\omega \frac{d\omega}{dt} = (CB) \frac{m_\omega^2}{m_t}, \quad (149)$$

А момент инерции определится как

$$J = \frac{P_{i\dot{\alpha}\dot{\delta}}}{CB \frac{m_\omega^2}{m_t}} \quad (149)$$

Искомый момент инерции детали или рабочей машины находится как разность момента инерции, полученного из опыта, и момента инерции двигателя опытной установки.

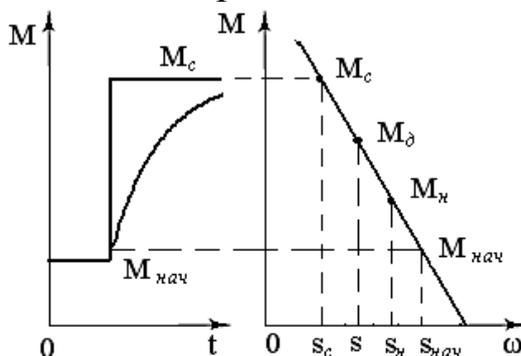
## *Анализ механических переходных процессов в электроприводе с линейной механической характеристикой электродвигателя при постоянном моменте сопротивления*

В задачу анализа механических переходных процессов входит получение уравнений, описывающих зависимость изменения тока, момента, скорости, скольжения от времени при возникновении возмущающих воздействий. Характер механических переходных процессов в значительной степени определяется видом механических характеристик двигателя и рабочей машины. Поэтому переходные процессы приводов с двигателями постоянного тока независимого и параллельного возбуждения, имеющих линейные механические характеристики, и приводы с асинхронными электродвигателями, если считать, что в пределах колебания моментов от 0 до  $(1,2 \dots 1,5) M_n$ , их механические характеристики близки к линейным, можно объединить в одну группу. Для получения зависимостей, характеризующих механические переходные процессы, необходимо решение уравнения движения

$$M_{\ddot{a}} - M_{\ddot{n}} = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (150)$$

для чего входящие в него величины необходимо выразить через одну независимую переменную.

Учитывая линейность механических характеристик этих двигателей и постоянную величину момента сопротивления, в качестве такой независимой переменной может быть принято скольжение.



**Рис 150** К анализу механических переходных процессов при  $M_c = \text{const}$ . Из подобия прямоугольных треугольников, образованных катетами моментов и скольжений, на механической характеристике (**рис. 150**), находим:

$$M_c = \frac{M_n}{s_{нх}} s_c \quad M_{\partial} = \frac{M_n}{s_{нх}} s, \quad (151)$$

где  $s_{нх}$ —скольжение при номинальном моменте  $M_n$  на одной из механических характеристик двигателя;

$s_c$ —скольжение, соответствующее моменту сопротивления  $M_c$ ;

$s$ —скольжение, соответствующее моменту двигателя  $M_{\partial}$ .

Производную угловой скорости по времени в  $(M_D - M_C = J \frac{d\omega}{dt})$  выражаем через скольжение путем дифференцирования зависимости

$$\omega = \omega_o(1 - s)$$

$$\omega = \omega_o(1 - s)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\omega_o \frac{ds}{dt} \quad (151)$$

Подставляя эти значения в  $(M_a - M_n = J \frac{d\omega}{dt})$ , и, вынося в левой части общий множитель за скобки, получим:

$$\frac{M_H}{s_{HX}} (s - s_C) = -J\omega_o \frac{ds}{dt} \quad \text{откуда} \quad s - s_C = -J \frac{\omega_o s_{HX}}{M_H} \frac{ds}{dt} \quad (151)$$

В выражении введем обозначение  $B_x = J \frac{\omega_o s_{HX}}{M_H} \quad (152)$

Введем выражение  $(B_x = J \frac{\omega_o s_{i\bar{o}}}{M_i})$  в  $(s - s_{\bar{n}} = -J \frac{\omega_i s_{i\bar{o}}}{M_i} \frac{ds}{dt})$  произведем разделение переменных

$$-\frac{dt}{B_{\bar{o}}} = \frac{ds}{s - s_{\bar{n}}} \quad (152)$$

Решением уравнения является:  $-\frac{t}{B_x} = \ln(s - s_C) - \ln k \quad (152)$

После потенцирования

$$e^{-\frac{t}{B_x}} = \frac{s - s_C}{k} \quad (152)$$

Для нахождения постоянной интегрирования  $k$  необходимо воспользоваться начальными условиями:  $t=0, s=s_{нач}$ .

Тогда  $k = s_{нач} - s_C$ . Доска!

Подставляя значение  $k$  в выражение  $e^{-\frac{t}{B_{\bar{o}}}} = \frac{s - s_{\bar{n}}}{k}$ , получим:

$$e^{-\frac{t}{B_x}} = \frac{s - s_{\bar{n}}}{s_{i\bar{a}\div} - s_{\bar{n}}} \quad (152)$$

отсюда  $s = s_{\bar{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_{\bar{o}}}}) + s_{i\bar{a}\div} e^{-\frac{t}{B_{\bar{o}}}} \quad (153)$

Здесь  $s_{нач}$  – скольжение в момент скачка нагрузки  $M_c$ .

Если в выражении ( $s = s_{\tilde{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}) + s_{i\dot{a}\div} e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}$ ) вместо скольжений подставить их значения, найденные из ( $\dot{I}_c = \frac{M_i}{s_{i\dot{o}}} s_{\tilde{n}}$   $M_{\ddot{a}} = \frac{M_i}{s_{i\dot{o}}} s$ ), получим уравнение изменения момента двигателя в переходном режиме:

$$M = M_{\tilde{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}) + M_{i\dot{a}\div} e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}. \quad (153)$$

Для двигателей постоянного тока с независимым возбуждением и на рабочей ветви асинхронных двигателей магнитный поток практически постоянный, не зависящий от нагрузки, поэтому после деления обеих частей выражения ( $M = M_{\tilde{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}) + M_{i\dot{a}\div} e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}$ ) на  $c\Phi$  получаем уравнение тока в переходном режиме:

$$I = I_{\tilde{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}) + I_{i\dot{a}\div} e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}. \quad (153)$$

Уравнение изменения угловой скорости в переходном режиме получим, выразив в ( $e^{-\frac{t}{B_x}} = \frac{s - s_{\tilde{n}}}{s_{i\dot{a}\div} - s_{\tilde{n}}}$ ) скольжения через соответствующие скорости

$$\omega = \omega_{\tilde{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}) + \omega_{i\dot{a}\div} e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}. \quad (153)$$

Разделив выражения (153 во всех формулах) на номинальные значения соответствующих величин, получим уравнения переходных режимов в относительных единицах:

$$s = s_{\tilde{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_x}}) + s_{i\dot{a}\div} e^{-\frac{t}{B_x}} \quad (\text{через относительные написать}) \quad (154)$$

$$\mu = \mu_{\tilde{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_x}}) + \mu_{i\dot{a}\div} e^{-\frac{t}{B_x}} \quad (154)$$

$$i = i_{\tilde{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_x}}) + i_{i\dot{a}\div} e^{-\frac{t}{B_x}} \quad (154)$$

$$v = v_{\tilde{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_x}}) + v_{i\dot{a}\div} e^{-\frac{t}{B_x}} \quad (154)$$

Во всех полученных уравнениях переходных процессов одной из определяющих входит величина  $B_x$ , которая имеет размерность времени ( $c$ ) и называется электромеханической (скоростной) постоянной времени электропривода.

Физический смысл скоростной постоянной времени можно выявить, используя уравнение движения:

$$M_{\dot{a}} - M_{\dot{n}} = J \frac{d\omega}{dt} \quad (155)$$

Если в этом уравнении принять избыточный момент постоянным, то время разбега от некоторой одной скорости  $\omega_1$  до другой  $\omega_2$  определится как

$$t = J \frac{\omega_2 - \omega_1}{M_{\dot{a}} - M_{\dot{n}}} \quad (155)$$

Сопоставляя выражение (3.38) с (3.30), в котором  $t=B_x$ ,  $\omega_2 - \omega_1 = \omega_0 s_{hx}$ , а избыточный момент  $M_{\dot{a}} - M_{\dot{n}} = M_n$ , можно сделать вывод, что электромеханическая постоянная времени электропривода—есть время, за которое электропривод разгоняется на величину скорости  $\omega_0 s_{hx}$ , при постоянном избыточном моменте, равном номинальному.

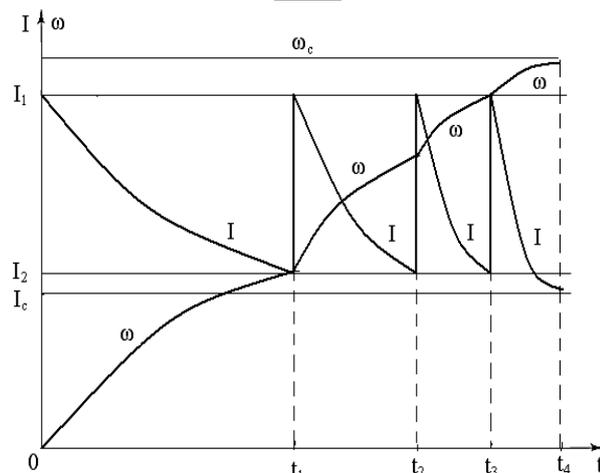
Электромеханическую постоянную времени можно представить как

$$B_{\dot{\sigma}} = B_i s_{i\dot{\sigma}}, \quad (155)$$

где  $B_i = J \frac{\omega_i}{M_i}$  — время пуска электропривода вхолостую при моменте двигателя, равном номинальному и называется постоянной времени пуска.

Полученные уравнения (153) позволяют решать многие задачи, связанные с переходными режимами двигателей при пуске, торможении, регулировании скорости, реверсировании, изменении нагрузки и т.п.

**Определение времени переходных процессов при разбеге двигателей постоянного тока независимого возбуждения с постоянной нагрузкой**



**Рис. 156** Изменение тока и угловой скорости в переходных режимах при пуске ДПТ НВ

Пуск двигателя осуществляется в соответствии с пусковой диаграммой (рис. 156) путем поэтапного отключения ступеней резистора при заданных значениях пусковых токов  $I_1$  и  $I_2$ . Изменение тока на отдельных ступенях пускового резистора происходит по экспоненциальному закону согласно:

$$I = I_{\bar{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_x}}) + I_{\text{нач}} e^{-\frac{t}{B_x}} \quad (157)$$

Здесь  $I_c$ —установившийся ток, в данном случае это ток нагрузки;

$I_{\text{нач}}$ —начальный ток, равный пусковому току  $I_1$ ;

$B_x$ —электромеханическая (скоростная) постоянная времени на искусственных и естественной скоростных характеристиках при номинальном токе.

По истечении некоторого времени  $t_x$  ток двигателя достигает значения  $I_2$ , при котором происходит отключение первой ступени сопротивления, в результате чего ток возрастает и достигает значения  $I_1$ , процесс повторяется до выхода на естественную характеристику.

Время разбега на любой из искусственных скоростных характеристик определяется из  $(I = I_{\bar{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_x}}) + I_{\text{нач}} e^{-\frac{t}{B_x}})$  как  $t_{\bar{\sigma}} = B_{\bar{\sigma}} \ln \frac{I_1 - I_{\bar{n}}}{I_2 - I_{\bar{n}}}$  (157)

После выхода двигателя на естественную характеристику ток якоря стремится к установившемуся значению  $I_c$ , а время согласно  $(t_{\bar{\sigma}} = B_{\bar{\sigma}} \ln \frac{I_1 - I_{\bar{n}}}{I_2 - I_{\bar{n}}})$

к бесконечности (см. последний участок на рис. 156). Поэтому принимается, что разбег закончен при токе двигателя, равном  $1,05I_c$ , а время разбега на естественной характеристике  $t_{\text{ит}} = B_{\bar{\sigma}} \ln \frac{I_1 - I_{\bar{n}}}{1,05I_{\bar{n}} - I_{\bar{n}}}$  (157)

При номинальном токе якоря скольжение на данной скоростной характеристике согласно  $(\dot{i} = \frac{\dot{I}_i}{\rho} - \frac{\dot{I}_i}{\rho} \nu)$  равно относительному сопротивлению якорной цепи, т.е.  $s_{hx} = \rho_x$ . Тогда при вычислении электромеханической постоянной времени в  $(t_{\delta} = B_{\delta} \ln \frac{I_1 - I_{\bar{n}}}{I_2 - I_{\bar{n}}})$  и  $(t_{\delta i i} = B_{\delta} \ln \frac{I_1 - I_{\bar{n}}}{1,05 I_{\bar{n}} - I_{\bar{n}}})$  можно использовать ранее найденные сопротивления ступеней пускового резистора

$$B_{\delta} = J \frac{\omega_i s_{i\delta}}{M_i} = J \frac{\omega_i \rho_{\delta}}{M_i} \quad (157)$$

Полное время разбега определится суммой интервалов времени на отдельных участках. В формуле  $(t_{\delta} = B_{\delta} \ln \frac{I_1 - I_{\bar{n}}}{I_2 - I_{\bar{n}}})$  при переходе от одного участка к другому изменяется только величина  $B_x$ . Поэтому полное время разбега определяется как

$$t_i = \sum B_{\delta} \ln \frac{I_1 - I_{\bar{n}}}{I_2 - I_{\bar{n}}} + B_a \ln \frac{I_1 - I_{\bar{n}}}{0,05 I_{\bar{n}}}, \quad (158)$$

где  $B_e$  – электромеханическая (скоростная) постоянная времени электропривода на естественной скоростной характеристике.

Угловая скорость на отдельных ступенях пускового резистора согласно  $(\omega = \omega_{\bar{n}}(1 - e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}) + \omega_{i\delta} e^{-\frac{t}{B_{\delta}}})$  изменяется по уравнению

$$\omega_{\delta} = \omega_{\bar{n}\delta}(1 - e^{-\frac{t}{B_{\delta}}}) + \omega_{i\delta} e^{-\frac{t}{B_{\delta}}} \quad (158)$$

Здесь  $\omega_{cx}$  – установившаяся угловая скорость на соответствующих ступенях, определяемая сопротивлением якорной цепи как:

$$\omega_{\bar{n}\delta} = \frac{U_i - I_{\bar{n}} R_{\delta}}{c \hat{O}}, \quad (158)$$

где  $R_x$  – сопротивления якорной цепи:  $R_x = r_y + r_{добx}$

**Определение времени переходных процессов при динамическом торможении ДПТ независимого возбуждения с постоянной нагрузкой**

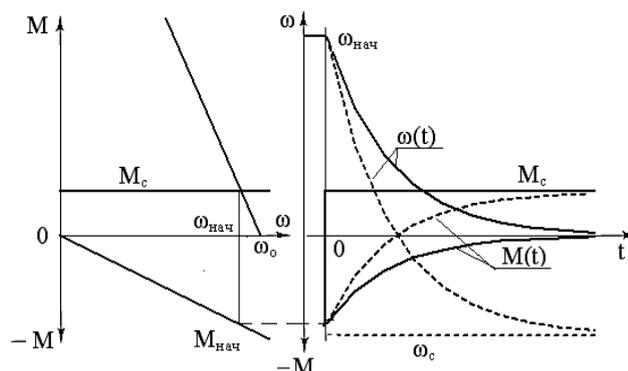


Рис. 159 Переходные процессы при динамическом торможении

Торможение может осуществляться при отсутствии нагрузки на валу двигателя, т.е. при  $M_c=0$  (рис.159), и с нагрузкой. В тормозных режимах момент, развиваемый двигателем, направлен против скорости поэтому в уравнении движения он приобретает отрицательный знак

$$-M - M_{\bar{n}} = J \frac{d\omega}{dt} \quad (160)$$

Поскольку графики механических и скоростных характеристик в этом режиме проходят через начало координат, моменты двигателя и статических сопротивлений в уравнении  $(-M - M_{\bar{n}} = J \frac{d\omega}{dt})$  целесообразно выражать через угловые скорости

$$M = \frac{M_i}{\omega_{i\bar{o}}} \omega \quad \text{и} \quad M_{\bar{n}} = \frac{M_i}{\omega_{i\bar{o}}} \omega_{\bar{n}}. \quad (160)$$

Здесь  $\omega_{нх}$ —угловая скорость на данной механической характеристике при номинальном моменте;

$\omega_c$ — угловая скорость, при статическом реактивном моменте сопротивления.

Введем значения моментов из  $(M = \frac{M_i}{\omega_{i\bar{o}}} \omega \quad \text{и} \quad M_{\bar{n}} = \frac{M_i}{\omega_{i\bar{o}}} \omega_{\bar{n}})$  в  $(-M - M_{\bar{n}} = J \frac{d\omega}{dt})$ , и умножим обе части равенства  $(-M - M_{\bar{n}} = J \frac{d\omega}{dt})$  на  $-\omega_{нх}/M_n$ . Тогда,

$$\omega + \omega_{\bar{n}} = -B_{\bar{a}\bar{o}} \frac{d\omega}{dt} \quad \text{где} \quad B_{\bar{a}\bar{o}} = J \frac{\omega_{i\bar{o}}}{M_i} \quad (160)$$

Здесь  $B_{\bar{a}\bar{o}}$ —электромеханическая постоянная времени на механической характеристике динамического тормозного режима.

Решением уравнения ( $\omega + \omega_{\bar{n}} = -B_{\bar{a}\bar{o}} \frac{d\omega}{dt}$ ), является

$$\omega = (\omega_{i\dot{a}\ddot{z}} + \omega_{\bar{n}})e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}} - \omega_{\bar{n}}, \quad (160)$$

Здесь  $\omega_{нач}$  – угловая скорость в момент переключения якоря на схему динамического тормозного режима.

Уравнение ( $\omega = (\omega_{i\dot{a}\ddot{z}} + \omega_{\bar{n}})e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}} - \omega_{\bar{n}}$ ) выражает характер изменения скорости в переходном режиме при динамическом торможении со статической нагрузкой.

В этом случае скорость  $\omega_c$  – величина фиктивная, т.к. при  $\omega=0$  движение прекращается.

Произведя подстановки скорости из ( $M = \frac{M_i}{\omega_{i\bar{o}}} \omega$  и  $M_{\bar{n}} = \frac{M_i}{\omega_{i\bar{o}}} \omega_{\bar{n}}$ ) в выражение ( $\omega = (\omega_{i\dot{a}\ddot{z}} + \omega_{\bar{n}})e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}} - \omega_{\bar{n}}$ ), получим уравнение момента в переходном режиме:

$$M = (M_{i\dot{a}\ddot{z}} + M_{\bar{n}})e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}} - M_{\bar{n}} \quad (161)$$

Учитывая, что по окончании торможения при  $t=t_m$  момент двигателя равен нулю, из выражения ( $M = (M_{i\dot{a}\ddot{z}} + M_{\bar{n}})e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}} - M_{\bar{n}}$ ) определяется время торможения:

$$t_{\bar{o}} = B_{\bar{a}\bar{o}} \ln \frac{M_{i\dot{a}\ddot{z}} + M_{\bar{n}}}{M_{\bar{n}}} \quad (161)$$

При торможении без нагрузки в выражениях ( $\omega = (\omega_{i\dot{a}\ddot{z}} + \omega_{\bar{n}})e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}} - \omega_{\bar{n}}$ ) и ( $M = (M_{i\dot{a}\ddot{z}} + M_{\bar{n}})e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}} - M_{\bar{n}}$ ) следует принять  $M_c=0$  и соответственно  $\omega_c=0$ . В этом случае уравнения переходных процессов запишутся как:

$$\omega = \omega_{i\dot{a}\ddot{z}} e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}} \quad \text{и} \quad M = M_{i\dot{a}\ddot{z}} e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}} \quad (161)$$

Обычно принимают, что процесс торможения заканчивается при тормозном моменте, равном  $0,05M_{нач}$ . Тогда, пользуясь уравнением ( $M = M_{i\dot{a}\ddot{z}} e^{-\frac{t}{B_{\bar{a}\bar{o}}}}$ ), находим время торможения:

$$t_{\delta} = B_{\ddot{a}\delta} \ln \frac{M_{i\dot{a}\delta}}{0,05M_{i\dot{a}\delta}}. \quad (161)$$

Графики изменения момента  $M(t)$  и скорости  $\omega(t)$ , при торможении с нагрузкой показаны на **рис. 159** штриховыми, а при холостом ходе сплошными линиями.

В выражение ( $B_{\ddot{a}\delta} = J \frac{\omega_{i\dot{\delta}}}{M_i}$ ) электромеханической (скоростной) постоянной времени при динамическом торможении  $B_{\delta x}$  входит угловая скорость при номинальном моменте на данной механической характеристике, которая определяется сопротивлением якорной цепи. Жесткость механических характеристик или их наклон при динамическом торможении определяется теми же величинами, что и в генераторном режиме. Поэтому характеристики динамического торможения с независимым возбуждением при одних и тех же значениях сопротивления в цепи якоря и тока возбуждения проходят параллельно соответствующим характеристикам генераторного тормозного режима, но через начало координат. Следовательно, скорость на любой из характеристик динамического тормозного режима при номинальном моменте определится как:

$$\omega_{i\dot{\delta}} = \omega_i s_{i\dot{\delta}}. \quad (162)$$

Учитывая, что на линии номинального тока  $s_{hx} = \rho_{hx}$ , можно записать:

$$\omega_{i\dot{\delta}} = \omega_i \rho_{i\dot{\delta}}, \quad \text{где} \quad \rho_{i\dot{\delta}} = \frac{r_{\dot{y}} + r_{\dot{a}i.\dot{\delta}}}{R_i}. \quad (162)$$

Здесь  $r_{\dot{y}}$ —сопротивление якоря;

$r_{вн.х}$ — внешнее сопротивление;

$R_H$ —номинальное сопротивление якоря.

Следовательно, электромеханическая постоянная времени при динамическом торможении определится как

$$B_{\ddot{a}\delta} = J \omega_i \frac{\rho_{i\dot{\delta}}}{M_i} \quad (162)$$

## Графические и графоаналитические методы решения задач динамики

Аналитические методы решения задач, связанных с переходными процессами позволяет получать результаты с высокой степенью точности и анализировать влияние отдельных факторов на протекающие процессы. Однако их применение возможно лишь в тех случаях, когда характеристики электродвигателей и рабочих машин являются линейными функциями или постоянными величинами. Применение графических и графоаналитических методов практически неизбежно во всех случаях, когда характеристики привода или рабочей машины не линейны или зависят не от скорости, а от пути или времени.

Совершенно естественно, что все графические и графоаналитические методы дают лишь приближенные результаты. Однако их точность при тщательном выполнении расчетов вполне достаточна для решения практических задач.

Основной недостаток этих методов – это невозможность получения общих выводов. Решение может быть найдено лишь для отдельных частных случаев, когда значения всех параметров известны. Выявить влияние параметров на поведение системы, пользуясь приближенными методами, очень трудно; для этого понадобилось бы многократно проделать весьма трудоемкие расчеты. Одним из наиболее распространенных приближенных методов является метод конечных разностей. При пользовании этим методом весь процесс разгона двигателя разбивается на отдельные участки. Действительные кривые  $M_d=f(\omega)$ ,  $M_c=f(\omega)$  и  $M_{дин}=f(\omega)$  заменяются ступенчатыми. На каждом участке значения моментов принимаются постоянными, равными их средним значениям. В связи с этим производная заменяется отношением приращения скорости к соответствующему приращению времени. Уравнение движения используется многократно применительно к каждому участку

$$M_{\bar{d}i} - M_{ci} = J \frac{\Delta\omega_i}{\Delta t_i} \quad \text{доска!!!}$$

где  $M_{\bar{d}i}$  – среднее значение момента двигателя на  $i$ -ом участке;

$M_{ci}$  – среднее значение статического момента;

$\Delta\omega_i$  – приращение угловой скорости на рассматриваемом участке;

$\Delta t_i$  – приращение времени.

Решение уравнения при известных значениях моментов позволяет определить время разбега  $\Delta t_i$  на величину приращения скорости  $\Delta\omega_i$ .

Существует два варианта применения метода конечных разностей: метод пропорций и метод последовательных интервалов.

## 10. Определение времени разбега электропривода с асинхронным электродвигателем. Метод пропорций.

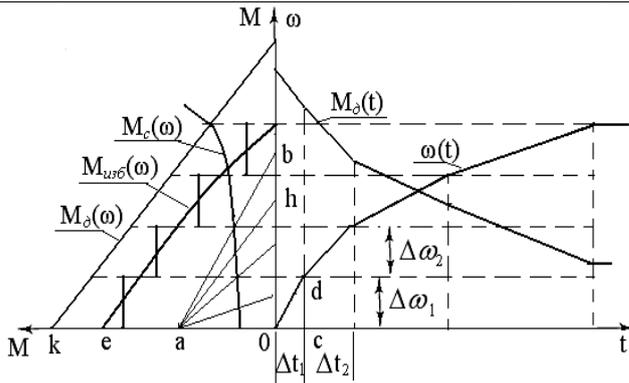


Рис. 163 Расчет времени разбега электропривода методом пропорций.

При решении задач этим методом в левой части чертежа (рис. 163) в произвольно выбранных масштабах моментов  $m_m$  и скорости  $m_\omega$  строятся приведенные механические характеристики двигателя и рабочей машины  $M_d=f(\omega)$  и  $M_c=f(\omega)$ . Вычитая графически из механической характери-

стики двигателя  $M_d(\omega)$  кривую статического момента  $M_c(\omega)$ , получаем кривую динамического момента  $M_{дин}(\omega)$ . Эту кривую необходимо заменить ступенчатой линией, для чего скорость в диапазоне разбега делим на участки (не обязательно равные), на каждом из которых принимаем  $M_{дин}=\text{const}$ . При замене кривой избыточного момента ступенчатой линией необходимо пользоваться принципом равенства площадей, т.е. на каждом участке скорости площадка под прямой  $M_{дин}$  должна быть равна площадке над прямой, или площадка отбрасываемая при проведении прямой линией должна равняться площадке приписываемой.

На оси абсцисс влево от точки 0 откладываем величину момента инерции  $J$  в виде отрезка  $aO$ . Для этого задаемся масштабом момента инерции  $m_j$ . Точка  $a$  называется полюсом.

Графические расчеты проводятся в следующем порядке:

Величину динамического момента  $eO$  на первом участке скорости  $\Delta\omega_1$ , переносим на ось ординат. Через полученную точку  $b$  и точку  $a$  проводим луч  $ab$ . Из начала осей координат проводим прямую, параллельную линии  $ab$  до ее пересечения с горизонталью—границей скорости  $\Delta\omega_1$  в точке  $d$ . Нетрудно показать, что отрезок прямой  $Oc$  на оси абсцисс в определенном масштабе выражает собою время разбега привода  $\Delta t_1$  на величину угловой скорости  $\Delta\omega_1$ . Для этого рассмотрим треугольники  $aOb$  и  $Ocd$ , из подобия которых следует:

$$O\bar{n} = \frac{aO \cdot dc}{Ob} \quad (164)$$

$$\text{В свою очередь } aO = \frac{J}{m_j} \quad dc = \frac{\Delta\omega_1}{m_\omega} \quad \text{и} \quad Ob = \frac{\dot{M}_{дин}}{m_M} \quad (164)$$

Подставляя эти значения отрезков в  $(O\bar{n} = \frac{aO \cdot dc}{Ob})$  получим:

$$Oc = \frac{J \cdot \Delta\omega_1}{M_{дин}} \cdot \frac{m_j m_\omega}{m_m} \quad (164)$$

Первый множитель правой части выражения ( $O_c = \frac{J \cdot \Delta\omega_1 \cdot m_j m_\omega}{M_{\dot{\omega}_i} m_m}$ ) в соответствии с  $M_{\dot{\omega}_i} - M_{\dot{\omega}_i} = J \frac{\Delta\omega_i}{\Delta t_i}$ ) представляет собою время разбега на участке скорости  $\Delta t_1$ , тогда второй множитель есть величина, обратная масштабу времени. Следовательно,  $m_t = \frac{m_j \cdot m_\omega}{m_M}$  а  $\Delta t_1 = O_c \cdot \mu_t$

(165)

Таким образом, масштаб времени вычисляется на основе ранее принятых масштабов, а отрезок  $O_c$  в этом масштабе выражает собою время разбега на первом участке скорости.

Аналогично рассчитываются отрезки времени на всех остальных участках скорости. Так величину динамического момента на втором участке скорости откладываем от начала оси ординат, получаем точку  $h$  и проводим луч  $ah$ . Через точку  $d$  проводим параллельную этому лучу линию до границы второго участка скорости  $\Delta\omega_2$ . Проецируя точку пересечения этой прямой с границей второго участка скорости  $\Delta\omega_2$  на ось абсцисс, получим отрезок прямой, равный в том же масштабе времени разбега на втором участке скорости  $\Delta t_2$ . Такие построения необходимо выполнить для всего диапазона разбега двигателя от 0 до установившейся скорости. Общее время определяется как сумма отрезков времени на отдельных участках оси абсцисс  $t_\delta = \sum t_i$  (165)

Полученная в результате построений ломаная линия показывает характер изменения скорости в переходном режиме пуска двигателя  $\omega(t)$ . Линия  $M(t)$  на рис. 163 показывает изменение момента двигателя в переходном режиме. Строится эта линия путем переноса значений моментов двигателя в начале каждого интервала скорости на начало соответствующего интервала времени разбега. Так при скорости, равной нулю, отрезок  $O_k$  – пусковой момент, переносится на ось ординат. Момент двигателя в начале второго интервала скорости  $\Delta\omega_2$  переносится на начало второго интервала времени  $\Delta t_2$  и т.д.

Для того, чтобы полученные кривые отражали действительное протекание процесса, их следует разбивать на достаточное число участков. При сравнительно плавном протекании процессов можно ограничиться 10...12 участками. Чем сложнее процесс, тем большее число участков следует использовать при построении. Однако чрезмерное увеличение числа участков может привести к значительным погрешностям из-за суммирования ошибок при графических построениях.

## ***11. Определение времени разбега электропривода с АД. Метод конечных разностей. (графоаналитический метод)***

Пользуясь им, так же как и в предыдущем методе, строим механические характеристики двигателя и рабочей машины и кривую динамического момента. Далее, задаваясь последовательными приращениями скорости  $\Delta\omega_1, \Delta\omega_2, \dots, \Delta\omega_n$ , находим усредненные значения динамического момента для каждого участка –  $M_{дин 1}, M_{дин 2}, \dots, M_{дин n}$ . Эти значения моментов подставляем в равенство  $(M_{ai} - M_{ci} = J \frac{\Delta\omega_i}{\Delta t_i})$  и вычисляем отрезки

$$\text{времени: } \Delta t_i = J \frac{\Delta\omega_i}{M_{\ddot{\omega}t_i}} \quad (165)$$

*Общее время разбега определяется суммированием времени на участках.*

При расчете времени разбега асинхронного двигателя графическими и графоаналитическими методами следует учитывать, что реальный пусковой момент двигателя не соответствует пусковому моменту, получаемому из уравнения Клосса. Поэтому целесообразно строить эти характеристики, используя характерные точки на механических характеристиках, координаты которых вычисляются по паспортным и каталожным данным двигателя  $M_n, M_{мин}, M_k, M_H$  и  $M=0$  и соответственно  $\omega=0, \omega_{мин}, \omega_k, \omega_H$  и  $\omega_0$ .

## 12. Метод компьютерного расчета времени переходных процессов.

Графические и графоаналитические методы расчетов времени разбега двигателей требуют выполнения довольно сложных и трудоемких работ по построению графиков. В ряде случаев применение ПК позволяет решать многие задачи аналитическими методами. Для этого переменные в уравнении движения ( $M_{\dot{a}} - M_{\dot{n}} = J \frac{d\omega}{dt}$ ) выражаем через одну независимую, позволяющую находить наиболее простые решения. Так для двигателей независимого возбуждения и рабочих машин механические характеристики задаются как функции от угловой скорости  $M_{\dot{o}}=f(\omega)$  и  $M_c=f(\omega)$ , поэтому решением задачи для определения времени переходного процесса является:

$$t = J \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{M_{\dot{a}}(\omega) - M_{\dot{n}}(\omega)} \quad (166)$$

Для определения времени переходных процессов привода с асинхронными двигателями, уравнение механической характеристики которого обычно задается как  $M_{\dot{o}}=f(s)$ , (формула Клосса  $M = \frac{2M_e(1+as_e)}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2as_e}$  (160)),

остальные члены уравнения движения необходимо выразить через ту же переменную ( $s$ ): уравнение механической характеристики рабочей машины и скорость. Для этого в уравнении механической характеристики рабочей машины ( $M_c = M_o + (M_{c.i.} - M_o) \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^{\bar{\sigma}}$  (160)) угловые скорости выражаем через скольжения.

---

(  $M_c$  – момент сопротивления механизма при скорости  $\omega$  ;  
 $M_o$  – момент сопротивления трения в движущихся частях механизма;  
 $M_{c.n}$  – момент сопротивления при номинальной скорости  $\omega_n$  ;  
 $x$  – коэффициент, характеризующий изменение момента сопротивления при изменении скорости.)

---

Тогда:  $M_{\dot{n}}(s) = M_{\dot{n}i} + (M_{\dot{n}i} - M_{\dot{n}i}) \cdot \left(\frac{1-s}{1-s_i}\right)^{\bar{\sigma}}$  (160)

Дифференциал скорости:

$$\frac{d(\omega_i(1-s))}{dt} = -\omega_i \frac{ds}{dt}, \quad \text{откуда} \quad d\omega = -\omega_i ds. \quad (161)$$

Вводя эти функции в  $(t = J \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{M_{\dot{a}}(\omega) - M_{\dot{n}}(\omega)})$ , получаем выражение для определения времени переходного процесса:

$$t(s) = J \omega_o \int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{M_{\dot{a}}(s) - M_{\dot{n}}(s)} \quad (161)$$

Пределы при интегрировании изменены с учетом знака у дифференциала скольжения.

Для решения задач рассматриваемым методом уравнение механической характеристики асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором для двигателя с глубоким пазом или двойным беличьим пазом в выражении  $(t(s) = J\omega_o \int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{M_d(s) - M_n(s)})$  необходимо скорректировать по пусковому

моменту согласно  $(M = \frac{2M_\varepsilon(1+\varepsilon')}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2\varepsilon'})$  **(161)** или  $(M = \frac{m}{\omega_o} \frac{U_1^2 s(r_2' + Rs^2)}{(r_1 s + r_2' + Rs^2)^2 + x_k^2 s^2})$ .

$$M = \frac{2M_\varepsilon(1+\varepsilon')}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} + 2\varepsilon'} \quad \varepsilon' = \frac{\frac{1}{s_k} + s_k - 2\lambda}{2(\lambda - 1)} \quad \mathbf{(161)}$$

где  $\lambda = \mu_k / \mu_n$  – отношение кратности максимального момента к кратности пускового момента.

$$M = \frac{m}{\omega_o} \frac{U_1^2 s(r_2' + Rs^2)}{(r_1 s + r_2' + Rs^2)^2 + x_k^2 s^2} \quad \mathbf{(161)}$$

Здесь  $R$  – некоторое активное сопротивление, величину которого легко определить из выражения, подставив в него пусковой момент по каталогу при скольжении, равном единице, т.е. ( $M = M_{n\text{кат}}$ , и  $s = 1$ ).