

РАСЧЁТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ДЕФОРМАЦИЯМ

1. *Определение кривизны оси при изгибе и жёсткости железобетонных элементов на участке с трещинами*
2. *Вычисление прогиба элемента, имеющего трещины в растянутой зоне бетона*

1. Определение кривизны оси при изгибе и жёсткости железобетонных элементов на участке с трещинами

На участках, где образуются нормальные к продольной оси элемента трещины, в стадии II общее деформированное состояние определяют средними деформациями растянутой арматуры ε_{sm} , средними деформациями бетона сжатой зоны ε_{bm} и средним положением нейтральной оси с радиусом кривизны r . Рассмотрим железобетонный элемент в зоне чистого изгиба (рис. 1).

Из подобия треугольников ABC, DFE, HCE и CFG можно найти зависимость между кривизной оси и средними деформациями арматуры и бетона

$$\frac{l_{crc}}{r} = \frac{(\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{bm})l_{crc}}{h_0}. \quad (1)$$

После сокращения на l_{crc} кривизна оси при изгибе представляется как тангенс угла наклона на эпюре средних деформаций:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{bm}}{h_0}. \quad (2)$$

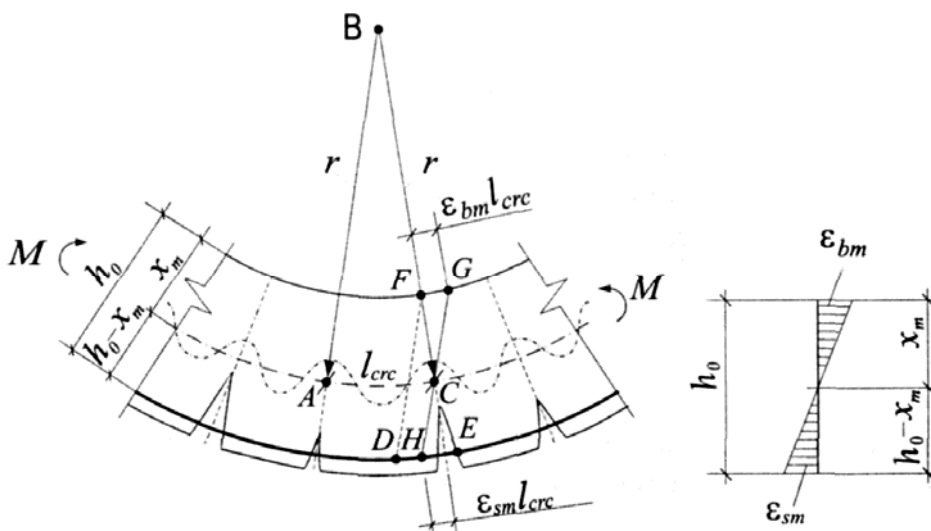


Рис. 1. К определению кривизны оси при изгибе элемента с трещинами

Так как $\psi_s = \frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_s}$ и $\psi_b = \frac{\varepsilon_{bm}}{\varepsilon_b}$, то значения ε_{sm} и ε_{bm} будут соответственно равны

$$\varepsilon_{sm} = \psi_s \cdot \varepsilon_s = \psi_s \frac{\sigma_s}{E_s}, \quad \varepsilon_{bm} = \psi_b \cdot \varepsilon_b = \psi_b \frac{\sigma_b}{\nu \cdot E_b}.$$

С учётом этого кривизну оси при изгибе можно записать

$$\frac{1}{r} = \frac{\psi_s \cdot \sigma_s}{E_s \cdot h_0} + \frac{\psi_b \cdot \sigma_b}{\nu \cdot E_b \cdot h_0} \quad (3)$$

Из условия равновесия внутренних усилий в сечении элемента можно получить значения напряжений в растянутой арматуре и сжатом бетоне:

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \cdot z_1} = \frac{M}{W_s}, \quad \sigma_b = \frac{M}{A_b \cdot z_1} = \frac{M}{W_c} \quad (4)$$

где W_s - упругопластический момент сопротивления сечения по растянутой зоне; W_c - то же по сжатой зоне.

С учётом (4), выражение (3) примет вид

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{h_0} \left(\frac{\psi_s}{E_s \cdot W_s} + \frac{\psi_b}{\nu \cdot E_b \cdot W_c} \right) \quad (5)$$

Знаменатель в выражении (5) представляет собой жёсткость железобетонного сечения при изгибе, выраженную по растянутой и сжатой зонам сечения:

$$B = \frac{h_0}{\frac{\psi_s}{E_s \cdot W_s} + \frac{\psi_b}{\nu \cdot E_b \cdot W_c}} \quad (6)$$

Значения упругопластических моментов сопротивления W_s и W_c (опуская промежуточные вычисления) можно записать

$$W_s = A_s \cdot z_1 \quad \text{è} \quad W_c = (\varphi_f + \xi) b \cdot h_0 \cdot z_1,$$

где z_1 - расстояние между центрами тяжести растянутой арматуры и сжатой зоны бетона.

$$z_1 = h_0 \left[1 - \frac{\frac{h'_f}{h_0} \varphi_f + \xi^2}{2(\varphi_f + \xi)} \right] \quad (7)$$

Коэффициент φ_f определяется в зависимости от геометрических характеристик сечения элемента.

$$\varphi_f = \frac{(b'_f - b)h'_f + \alpha \cdot A'_s / 2\nu}{b \cdot h_0} \quad (8)$$

Выражение кривизны с учётом упругопластических моментов сопротивления W_s и W_c (по растянутой и сжатой зоне) принимают вид

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{h_0 \cdot z_1} \left(\frac{\psi_s}{E_s \cdot A_s} + \frac{\psi_b}{(\varphi_f + \xi) \nu \cdot E_b \cdot b \cdot h_0} \right) \quad (9)$$

В общем случае для предварительно напряженных изгибаемых, внецентренно сжатых и внецентренно растянутых элементов при $e_{on} \geq 0.8 h_0$ систему внешних сил и усилия предварительного обжатия заменяют эквивалентной системой с моментом M_s и суммарной продольной силой N_{tot} (рис. 2)

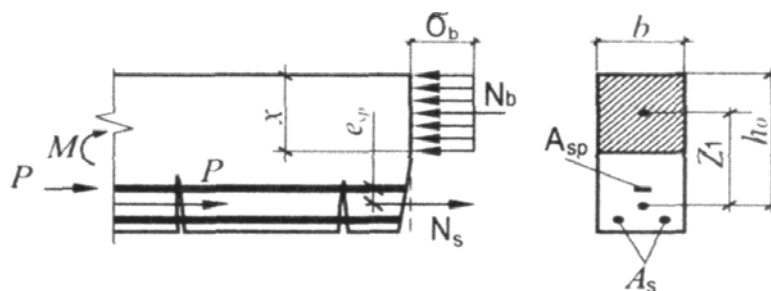


Рис.20.2. Схема усилий и напряжений при изгибе предварительно напряженного элемента

M_s - заменяющий момент, т.е. момент от внешних сил и усилия предварительного обжатия P , относительно оси, проходящей через центр тяжести растянутой арматуры.

Заменяющий момент M_s определяется по формулам:

- для изгибаемых элементов

$$M_s = M + P \cdot e_{sp} \quad (10)$$

- для внецентренно сжатых и внецентренно растянутых элементов

$$M_s = N \cdot e + P \cdot e_{sp} \quad (11)$$

e_{sp} - расстояние от точки приложения усилия предварительного обжатия P до оси, проходящей через центр тяжести растянутой арматуры;

e - расстояние от точки приложения усилия от действия внешней нагрузки N до оси, проходящей через центр тяжести растянутой арматуры.

Суммарная продольная сила $N_{tot} = \pm N + P$, при внецентренном растяжении сила N принимается со знаком минус.

С учётом M_s и N_{tot} напряжения в бетоне сжатой зоны можно представить

$$\sigma_b = \frac{M_s}{(\varphi_f + \xi) b h_0 \cdot z_1}, \quad (12)$$

напряжения в растянутой арматуре

$$\sigma_s = \frac{M_s}{A_{sp} \cdot z_1} - \frac{N_{tot}}{A_{sp}} \quad (13)$$

После подстановки σ_s и σ_b в (3) получим общее выражение кривизны оси элемента с трещинами в растянутой зоне при изгибе

$$\frac{1}{r} = \frac{M_s}{h_0 \cdot z_1} \left[\frac{\psi_s}{E_s \cdot A_s} + \frac{\psi_b}{(\varphi_f + \xi) \cdot b \cdot h_0 \cdot E_b \cdot \nu} \right] - \frac{N_{tot}}{h_0} \cdot \frac{\psi_s}{E_s \cdot A_s}, \quad (14)$$

Как видно из выражения (14), кривизна оси при изгибе определяется с учётом факторов: работы бетона на растяжение на участках между трещинами, характеризуемой коэффициентом ψ_s ; неравномерность деформаций бетона сжатой зоны, характеризуется коэффициентом ψ_b ; неупругие деформации бетона сжатой зоны характеризуются коэффициентом ν .

Значения ν в соответствии для тяжёлого бетона и бетона на пористых заполнителях установлены в зависимости от характера действующей нагрузки и условий эксплуатации конструкции. При непродолжительном действии нагрузки $\nu = 0,45$; при продолжительном действии нагрузки в условиях средней относительной влажности воздуха выше 40% $\nu = 0,15$;

при влажности воздуха 40% и ниже $\nu=0.1$.

Полная кривизна $\left(\frac{1}{r}\right)$ для участка с трещинами в растянутой зоне должна определяться по формуле

$$\frac{1}{r} = \left(\frac{1}{r}\right)_1 - \left(\frac{1}{r}\right)_2 + \left(\frac{1}{r}\right)_3 - \left(\frac{1}{r}\right)_4, \quad (15)$$

где $\left(\frac{1}{r}\right)_1$ - кривизна от непродолжительного действия всей нагрузки;

$\left(\frac{1}{r}\right)_2$ - кривизна от непродолжительного действия постоянных и длительных нагрузок;

$\left(\frac{1}{r}\right)_3$ - кривизна от продолжительного действия постоянных и длительных нагрузок;

$\left(\frac{1}{r}\right)_4$ - кривизна, обусловленная выгибом элемента вследствие усадки и ползучести бетона от усилия предварительного обжатия (определяется, как и для элементов без трещин).

2. Вычисление прогиба элемента, имеющего трещины в растянутой зоне бетона

В общем случае прогиб железобетонных элементов, имеющих трещины в растянутых зонах, определяют по кривизне оси при изгибе:

$$f = \int_0^l \overline{M}_x \left(\frac{1}{r}\right)_x dx, \quad (16)$$

где \overline{M}_x - изгибающий момент в сечении x от действия единичной силы, приложенной по направлению искомого перемещения элемента в сечении x по длине пролёта, для которого определяется прогиб;

$\left(\frac{1}{r}\right)_x$ - полная кривизна элемента в сечении x от нагрузки, при которой определяется прогиб; значения $1/r$ определяются по формуле (15).

Для элементов постоянного сечения, работающих как однопролетные балки, прогиб от соответствующих нагрузок может определяться по формуле

$$f = \left(\frac{1}{r}\right)_m \cdot \rho_n \cdot l_0^2 \quad (17)$$

а также использовать зависимости (19.3). При этом полный прогиб железобетонных элементов, имеющих трещины в растянутой зоне, определяется с учётом длительности действия нагрузки по формуле

$$f = f_1 - f_2 + f_3 - f_4 \quad (18)$$

где f_1 - прогиб от кратковременного действия всей нагрузки;

f_2 - прогиб от кратковременного действия постоянной и длительной нагрузки;

f_3 - прогиб от длительного действия постоянной и длительной нагрузки;

f_4 - выгиб, вызванный ползучестью бетона от обжатия.

Прогибы f_1 и f_2 вычисляют по формуле (19.3) с учётом (20.16) при ψ_s и ν , отвечающих кратковременному действию нагрузки, а прогиб f_3 - при значениях ψ_s и ν отвечающих длительному действию нагрузки.

Физический смысл формулы (20.18) можно уяснить из диаграммы (рис. 3).

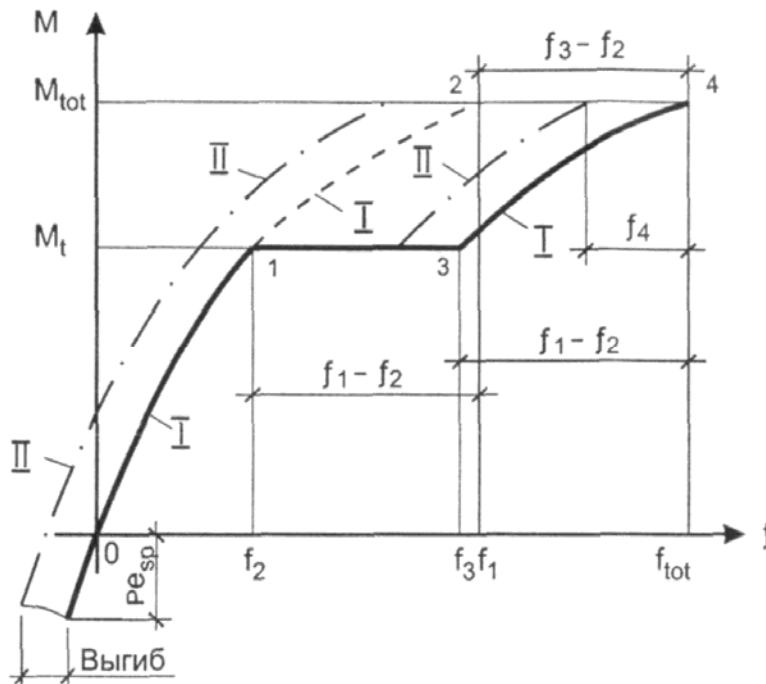


Рис. 3. Схема изменений прогибов при учёте постоянных, длительных и кратковременных нагрузок при расчёте ненапряжённых (I) и предварительно напряжённых (II) элементов

Практически мы имеем прогиб от длительной нагрузки (f_3) и приращение прогиба от кратковременной нагрузки ($f_1 - f_2$). Однако, определение прогиба от кратковременной нагрузки сразу невозможно, так как эффект воздействия полной нагрузки и постоянный плюс длительной разный. При полной нагрузке растянутая зона бетона в большей степени выключается из работы, высота сжатой зоны в сечении с трещиной значительно уменьшается и величина прогиба от кратковременного действия нагрузки, определяемая как разность ($f_1 - f_2$) имеет большее значение. Поэтому, вычисляя f_1 , следует учесть кратковременное действие всей нагрузки, однако, затем из неё следует вычесть f_2 так как полный прогиб от длительного действия f_3 представляет собой суммарный прогиб, учитывающий кратковременное и длительное действие этой части всей нагрузки.

Для изгибаемых элементов постоянного сечения без предварительного напряжения арматуры, имеющих трещины, на каждом участке, в пределах которого изгибающий момент не меняет знака, кривизну допускается вычислять для наиболее напряжённого сечения, принимая кривизну для остальных сечений такого участка изменяющейся пропорционально значениям изгибающего момента.

Для изгибаемых элементов при $l/h < 10$ (подкрановые балки, подстропильные балки и т.п.) необходимо учитывать влияние поперечных сил на их прогиб. В этом случае полный прогиб f_{tot} равен сумме прогибов, обусловленных соответственно деформацией изгиба f_m и деформацией сдвига f_q .

При этом f_q определяется по формуле

$$f_q = \int_0^l \bar{Q}_x \gamma_x dx \quad (19)$$

где \bar{Q}_x - поперечная сила в сечении x от действия по направлению искомого перемещения единичной силы, приложенной в сечении, где определяется прогиб. γ_x - деформации сдвига

$$\gamma_x = \frac{1.5 Q_x \varphi_{b2}}{G b h_0} \varphi_{crc} \quad (20)$$

Q_x - поперечная сила в сечении x от действия внешней нагрузки;

G - модуль сдвига бетона;

φ_{b2} - коэффициент, учитывающий влияние длительной ползучести бетона: $\varphi_{b2} = 1$ (непродолжительное действие нагрузки); $\varphi_{b2} = 2$ (для тяжёлого бетона $W = 40 \dots 75\%$); $\varphi_{b2} = 3$ (для тяжёлого бетона $W < 40\%$);

φ_{crc} - коэффициент, учитывающий влияние трещин на деформации сдвига, принимается