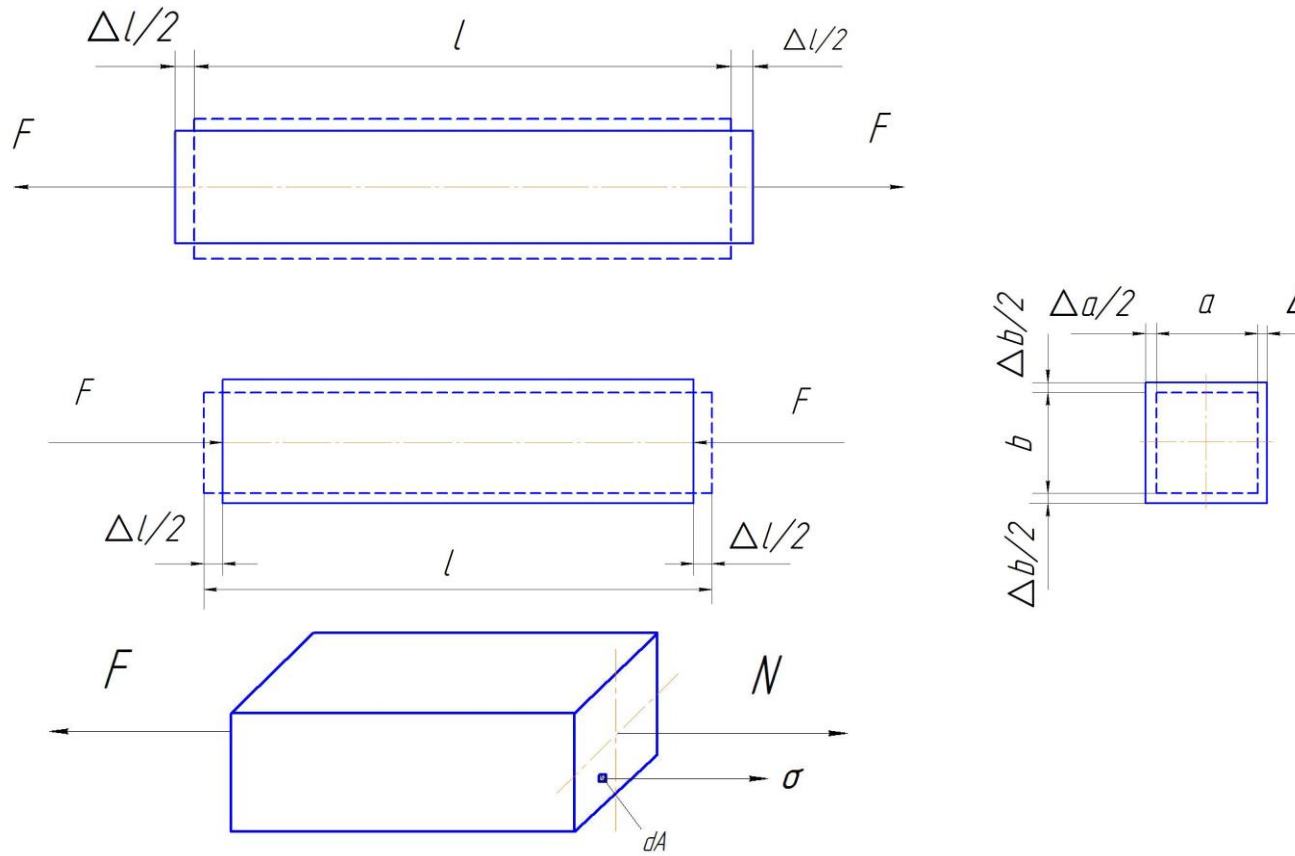
. Растяжение и сжатие прямого бруса: напряжения, закон Гука, расчет на прочность при растяжении сжатии.

2.1. Основные понятия

Решение основной задачи сопротивления материалов мы начнем с простейшего случая растяжения или сжатия прямого бруса. Центральным растяжением или сжатием называют деформацию под действием двух равных и противоположных сил, приложенных к концевым сечениям по оси. Если силы направлены наружу от сечений, то это растяжение, если в противоположном, то сжатие.



2.2. Напряжения и деформации при растяжении и сжатии

Под действием продольных сил стержень деформируется. Если стержень растянут, то длина его увеличивается и становиться равной $l + \Delta l$, где

- Δl – называют приращением длины образца от внешней силы (абсолютным удлинением или укорочением);

- поперечные размеры детали также уменьшаются и принимают значения $h-\Delta h$ и $b-\Delta b$, где Δh и Δb – абсолютные поперечные деформации стержня.

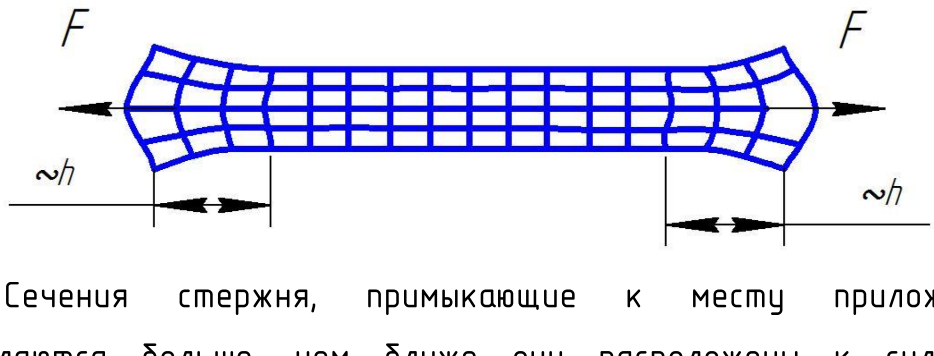
Отношение абсолютной продольной деформации элемента е его первоначальной длине называют относительная продольная деформация $\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}$;

Отношение абсолютной поперечной деформации к его первоначальному размеру называют относительная поперечная деформация $\varepsilon` = \frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b}$

Для того, чтобы иметь полную картину работы растянутого или сжатого элемента, необходимо иметь возможность вычислить, как будут меняться его размеры.

В простейшем случае растянутый или сжатый стержень – это стержень с силами, приложенными к его концам и направленными вдоль его оси.

Передача усилий к стержню может быть осуществлена различными способами, и от этого зависит характер распределения внутренних усилий. Если мы рассмотрим резиновый стержень, на поверхности которого нанесена равномерная прямоугольная сетка и приложим сосредоточенные растягивающие силы F, приложенных в центре тяжести концевых сечений, то стержень деформируется как показано на рисунке.



Сечения стержня, примыкающие к месту приложения силы искривляются больше, чем ближе они расположены к силе F. Такая неравномерная картина деформирования стержня имеет место в ограниченной области, обычно на расстоянии, примерно равной наибольшему размеру поперечного сечения от места нагружения. В этой области также будут неравномерно распределятся напряжения.

Следует отметить, что неравномерное распределение напряжений возникает также и в местах резкого изменения формы и размеров поперечного сечения детали.

На основании гипотезы плоских сечений можно заключить, что так как все продольные волокна деформируются одинаково, то и нормальные напряжения, вызывающие эти деформации должны быть одинаковыми.

Используя зависимость

$$N = \int_A \sigma dA$$

где A – площадь поперечного сечения детали, м^2;

σ - нормальное напряжение (внутренняя сила, отнесенная к единице площади), Па.

Выполнив преобразования получим следующую зависимость:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Отсюда нормальные напряжения определятся по формуле:

$$N = \sigma A$$

Данная зависимость применяется при определении нормальных напряжений в растянутых и в коротких сжатых стержнях (при сжатии длинные стержни могут выпучиваться).

В конструкциях часто встречаются растянутые или сжатые детали, имеющие отверстия. В сечениях с отверстием нормальные напряжения можно определить по следующей зависимости:

$$\sigma = \frac{N}{A_{\text{п}}},$$

где $A_{\text{п}} = \text{A} - \text{A}_{\text{осл}}$ - площадь поперечного сечения детали расчетная;

А-исходная площадь поперечного сечения; $\text{А}_{\text{осл}}$ – площадь ослабления.

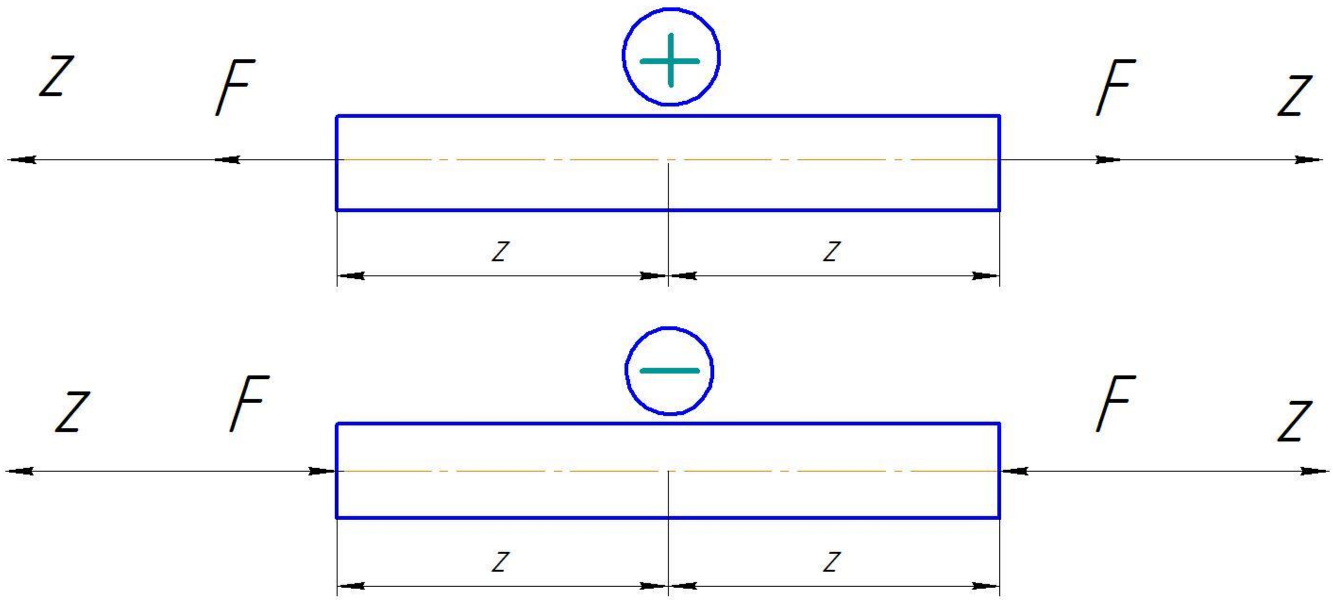
2.3. Эпюры продольных сил.

Графики, показывающие изменение внутренних усилий по длине детали, называют **эпюрами**.

Эпюрами продольных сил принято называть зависимость $N = f(z)$

При этом *продольная сила* должна быть равной сумме всех внешних сил, расположенных по одну сторону от сечения, и направленных вдоль оси стержня.

Правило знаков при составлении уравнения:



Знак

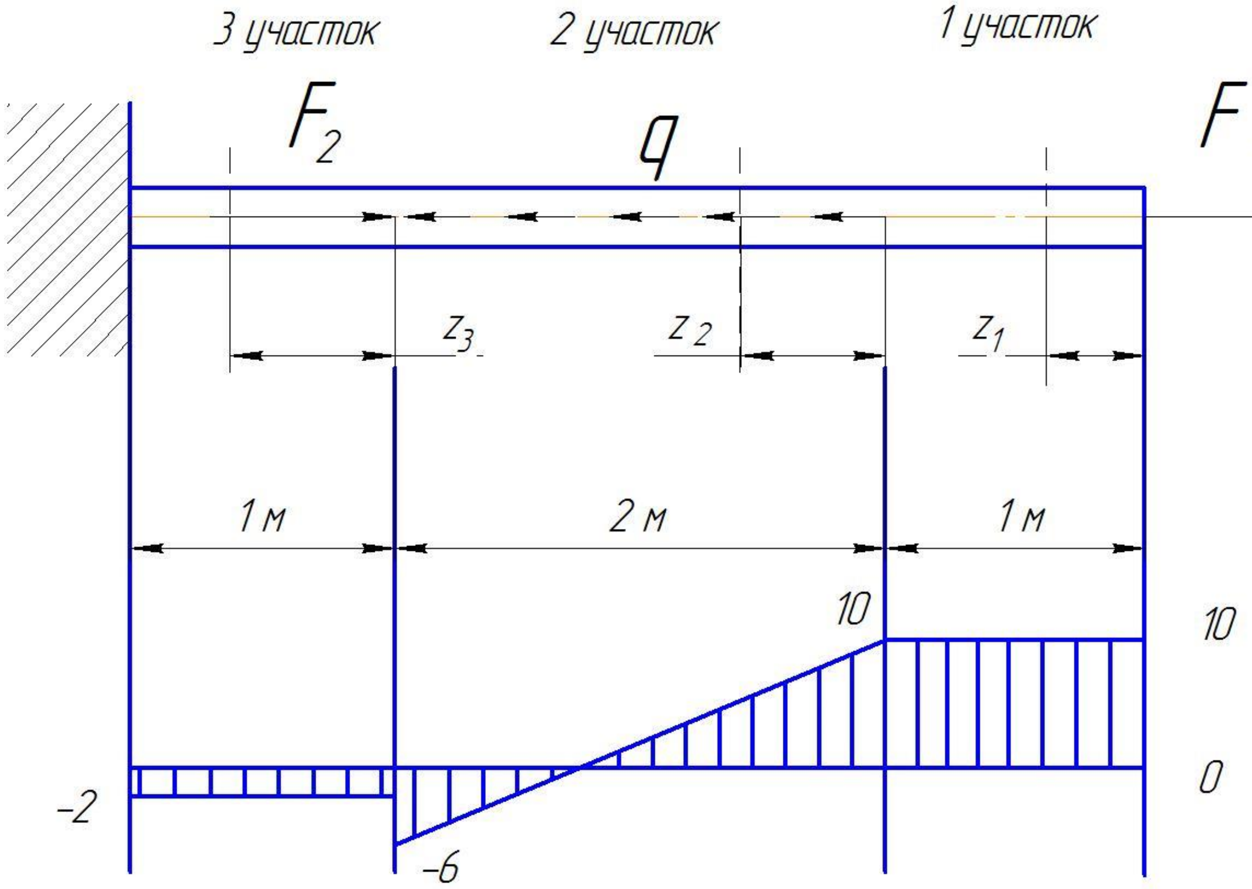
+ ставиться т.к. при растяжении **продольные размеры стержня увеличиваются**

– ставиться т.к. при сжатии **продольные размеры стержня уменьшаются.**

Пример построения:

Дано: F_1=10 кН; F_2=4 кН, q=8 кН/м

Задание: построить эпюры продольных сил N



Решение:

1. **Определить опорные реакции.** В нашем случае мы отбрасываем левую часть стержня и опорные реакции в уравнениях не участвуют.

2. **Разделить стержень на силовые участки**. Границами участков будут являться точки приложения сосредоточенных сил и распределенных нагрузок.

3. **Методом сечений определяем продольные силы** на каждом участке.

1 участок $0 \leq z_1 \leq 1$ м

$$\mathrm{N_1 = F_1 = 10\ кН}$$

2 участок $0 \le z_2 \le 2$ м

$$N_2 = F_1 - qz_2$$

при z_2=0 м N_2=10 кН

при z_2=2 м N_2=10-8×2= - 6 кН

3 участок $0 \le z_3 \le 1$ м

$N_3 = F_1 - q \times 2 + F_2 =$-2 кН

4. По полученным значениям строим эпюр.
5. Проверка. В точках приложения сосредоточенных сил F на эпюре должны быть скачки равные по величине значению силы. Равномерно распределённая нагрузка на эпюр проецируется наклонной линией.

2.4. Закон Гука. Модуль Юнга.

Опытами растяжения призматических стержней было установлено, что для многих конструктивных материалов в некоторых пределах удлинение стержня пропорционально растягивающей силе. Это **простое линейное соотношение между силой и удлинением**, которое оно вызывает, впервые было сформулировано английским ученым Робертом Гуком в 1678 г. и носит его имя.

Удлинение стержня пропорционально растягивающей силе и длине стержня и обратно пропорционально площади поперечного сечения и модулю упругости.

Математически он выражается следующим уравнением:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EA}$$

где P — сила, вызывающая растяжение стержня;

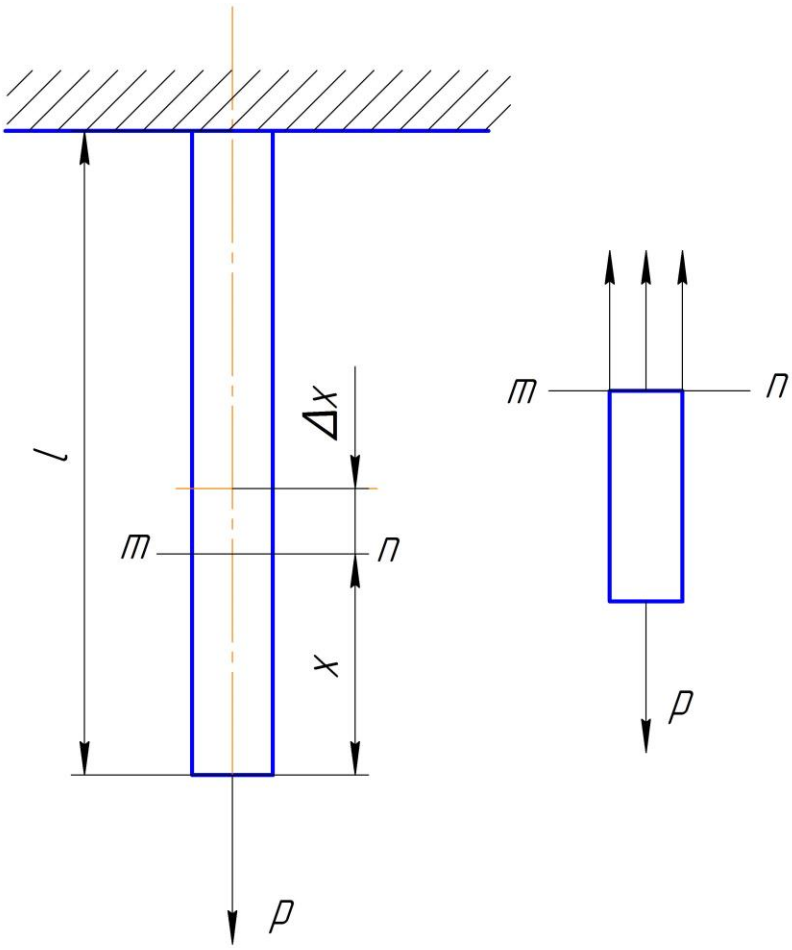
l- длина стержня;

A — площадь поперечного сечения детали;

Δl - полное удлинение стержня;

E — упругая постоянная материала, называемая *модулем упругости* при растяжении.

При этом наиболее важным является обеспечение центрального приложения растягивающей силы. Для определения величины внутренних сил представим стержень, разрезанный на две части поперечным сечением ***mn***.



К нижнему концу детали приложены растягивающая сила Р. Силы, действующие на верхнем конце, представляют собой действие частиц верхней части деформированного стержня. Эти силы равномерно распределены по поперечному сечению. Наиболее близким по характеру распределения является давление пара.

При чем в данном случае наибольшее значение имеет так называемая ***интенсивность силы***, сила, приходящаяся на единицу площади. Обозначив силу приходящуюся на единицу площади σ, следующую зависимость:

$$\sigma = \frac{P}{\mathrm{A}}$$

Эту силу, приходящуюся на единицу площади, еще чаще всего называют ***растягивающим напряжением*** или просто ***напряжением.*** Воспользовавшись зависимостью $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ можем записать закон Гука в следующей форме:

$$\mathrm{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Модуль упругости равен напряжению, деленному на относительное удлинение. Понятие по этой величине названное Томасом Юнгом модулем упругости было введено и сформулировано в 1807 году в труде «Натуральная философия». Последний шаг в формировании закона Гука сделали математик Огюстен Луи Коши в 1822 году ввел в научную литературу такие понятия как «напряжение» и «деформация» и ученый Луи Мари Анри Навьи в 1826 году дал определение *модуля упругости* как отношение нагрузки приходящейся на единицу площади поперечного сечения к произведенному ею относительному удлинению: $\sigma = \mathrm{E}\varepsilon$.

Абсолютное значение отношения относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации при растяжении или сжатии в области действия закона Гука называют *коэффициентом Пуансона*:

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon}{\varepsilon'}\right|$$

Коэффициент Пуассона, характеризует упругие свойства материала и имеет постоянное значение в пределах упругих деформаций. Для различных материалов значение коэффициента Пуассона находится в пределах $0 \leq \mu \leq 0{,}5$, для большинства металлов $0{,}25 \leq \mu \leq 0{,}35$.

Основные расчетные зависимости напряжения м деформации при растяжении

Формула нормального напряжения при растяжении или сжатии:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

Формула деформации при растяжении или сжатии

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}$$

Деформацию можно также определить по зависимости

$$\Delta l = \frac{N}{c}$$

где с – жесткость стержня.

$$c = \frac{EA}{l}$$

В случае, если продольная сила N или площадь сечения не постоянны по длине l, деформацию стержня определяют по формуле

$$\Delta l = \int_0^1 \frac{N}{EA} dz$$