5. Построение эпюр внутренних усилий по характерным точкам

При построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов можно обойтись без составления уравнений для каждого участка балки. Достаточно вычислить ординаты эпюр для характерных сечений и соединить их линиями в соответствии с этими правилами построения эпюр.

Характерными являются сечения балки, где приложены сосредоточенные силы и моменты (включая опорные сечения), а также сечения, ограничивающие участки с равномерно распределенной нагрузкой. Для определения максимальных значений изгибающих моментов дополнительно подсчитываются моменты в сечениях, где поперечные силы равны нулю. Построение эпюр без составления уравнений дает особенно значительный эффект для балок, нагруженных сложной нагрузкой, имеющих большое количество силовых участков.

В дальнейшем описанный способ должен стать основным, так как трудоемкость вычислений при этом значительно меньше по сравнению с построением эпюр по уравнениям. Рассмотрим использование этих правил на конкретных примерах.

Для балки, изображенной на рисунке (Рис. 5.25) построим эпюры внутренних усилий.

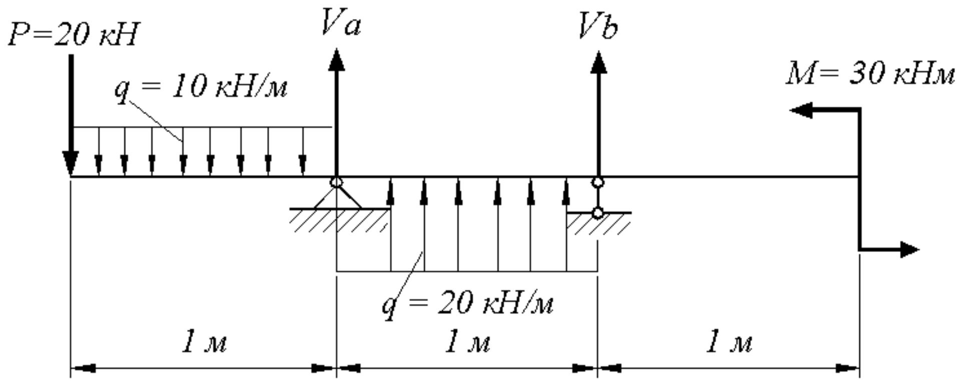

Рис. 5.25

Определим величину опорных реакций.

Составляем уравнение равновесия $\Sigma M_a = 0$:

$$\Sigma M_a = 0 = M + V_в \cdot 1 + 20 \cdot 1 \cdot 0{,}5 + 10 \cdot 1 \cdot 0{,}5 + P \cdot 1;$$

$$V_b = (-30 - 10 - 5 - 20)/1 = -65 \text{ кН}.$$

$$\Sigma M_b = 0 = M - V_a \cdot 1 - 20 \cdot 1 \cdot 0{,}5 + 10 \cdot 1 \cdot 1{,}5 + P \cdot 2;$$

$$V_a = (30 - 10 + 15 + 40)/1 = 75 \text{ кН}.$$

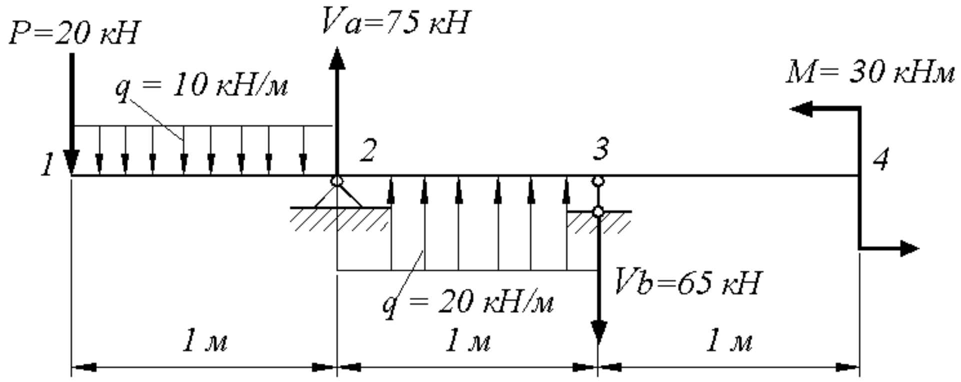

Рис. 5.26

В связи с тем, что реакция V_b получилась отрицательной, меняем ее направление на противоположное и проводим проверку правильности определения реакций.

$$\Sigma Y = 0 = -P - 10 \cdot 1 + V_a + 20 \cdot 1 - V_b = -20 - 10 + 75 + 20 - 65 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Реакции определены правильно.

Обозначаем четыре характерных точки (Рис. 5.26).

Эпюра Q.

Точка 1 (слева): $Q_1 = –P = –20$ кН;

Точка 2 (слева): $Q_2 = –P – 10·1 = –20 – 10 = –30$ кН; в сечении проходящем через точку 2 приложена реакция $V_a = 75$ кН (снизу вверх), тогда $Q_2' = –30 + 75 = 45$ кН (в этом сечении получаем скачок снизу вверх равный 75 кН;

Точка 3 (справа): $Q_3 = 0$;

Точка 3 (слева): $Q_3 = V_b = 65$ кН;

Точка 4 (слева): $Q_4 = 0$.

Линии, ограничивающие эпюру Q на первом и втором участках, будут наклонными прямыми, так как к ним приложены распределенные нагрузки, а на третьем участке эпюра будет отсутствовать ($Q_4 = 0$– const).

Эпюра M.

Точка 1 (слева): $M_1 = 0$;

Точка 2 (слева): $M_2 = –P·l – 10·1·0,5 = –20 – 5 = –25$ кНм; (эпюра на консоли изображается параболой выпуклостью вверх);

Точка 3 (справа): $M_3 = M = 30$ кНм;

Точка 4 (справа): $M_4 = M = 30$ кНм.

На правой консоли эпюра изгибающих моментов будет ограничена прямой, параллельной оси абсцисс. В пролете точки M_2 и M_4 соединятся параболой выпуклостью вниз.

По полученным данным и правилам, описанным для соединения рассчитанных точек, строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (Рис. 5.27).

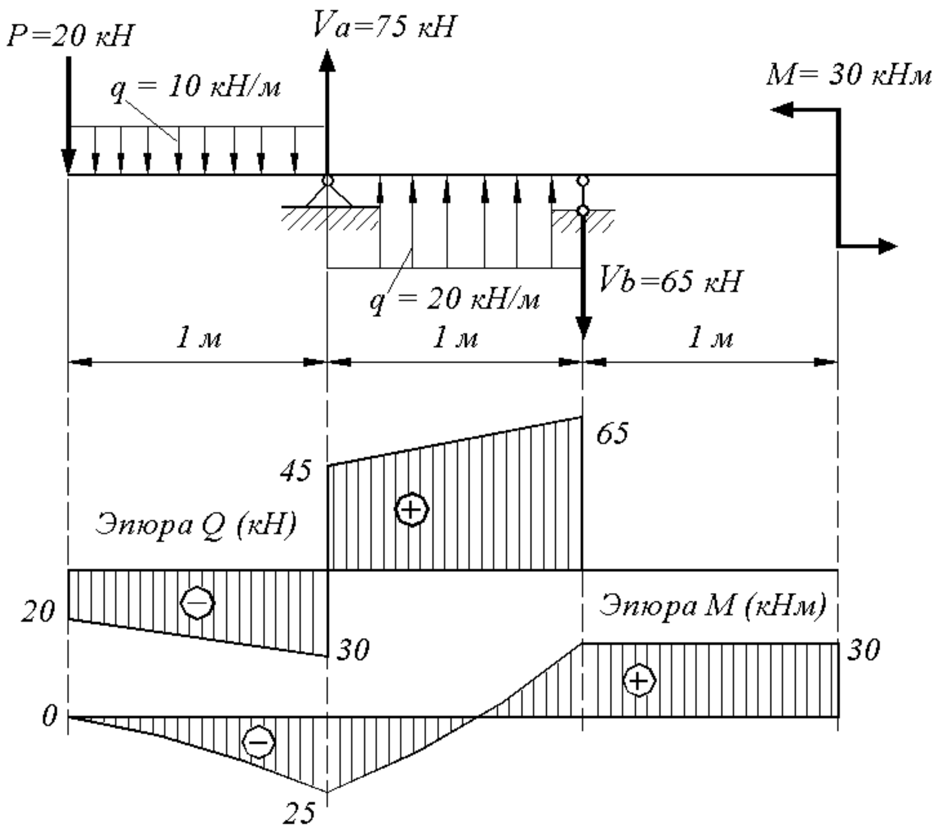

Рис. 5.27

Для балки, изображенной на рисунке (Рис. 5.28) построим эпюры внутренних усилий. Так как балка является консольной, реакции в заделке можно не определять. Обозначаем четыре характерных точки (Рис. 5.28).

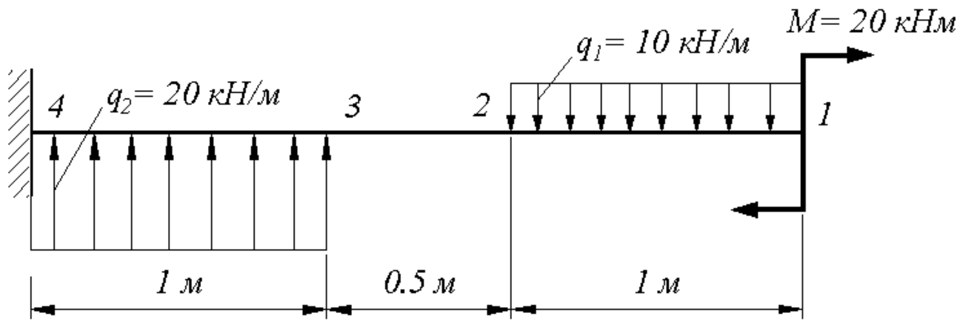

Рис. 5.28

Эпюра Q.

Точка 1 (слева): $Q_1 = 0$;

Точка 2 (слева): $Q_2 = q_1 \cdot 1 = 10 \cdot 1 = 10$ кН;

Точка 3 (справа): $Q_3 = q_1 \cdot 1 = 10 \cdot 1 = 10$ кН;

Точка 4 (справа): $Q_4 = q_1 \cdot 1 - q_2 \cdot 1 = 10 \cdot 1 - 20 \cdot 1 = -10$ кН.

На первом и третьем участках, где действует равномерно распределенная нагрузка, эпюру Q изображаем наклонными прямыми, а на втором участке– прямой, параллельной оси балки (Рис. 5.29).

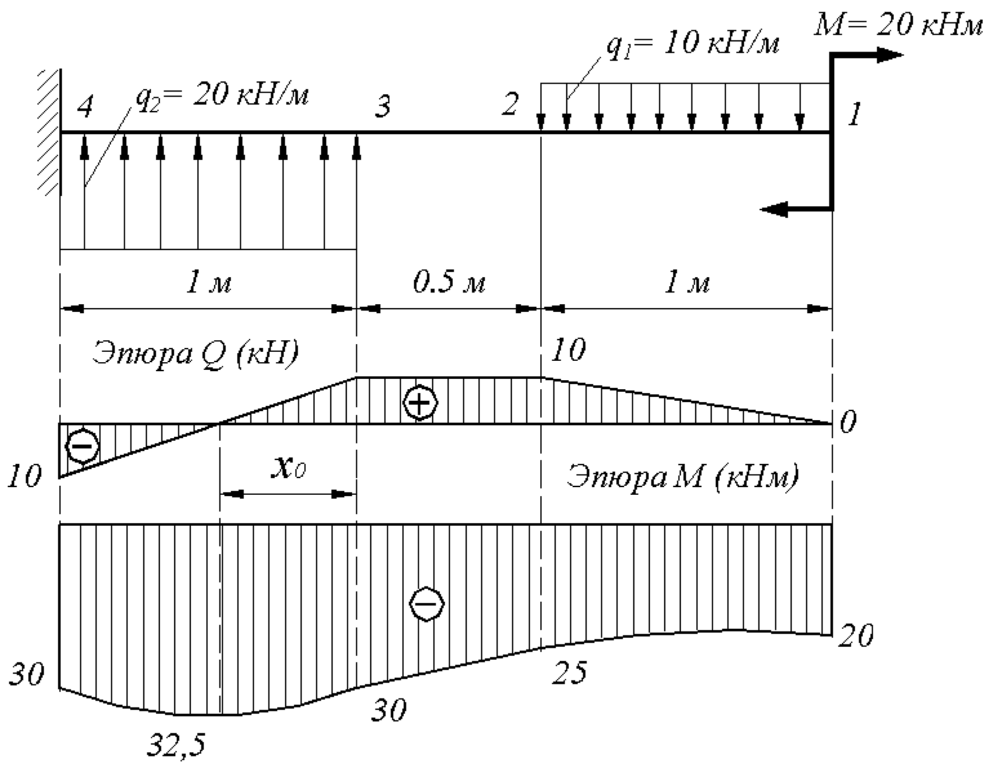

Рис. 5.29

Эпюра М.

Точка 1 (слева): $M_1 = -M = -20$ кНм;

Точка 2 (слева): $M_2 = -M - 1 \cdot 0{,}5q_1 = -20 - 10 \cdot 0{,}5 = -25$ кНм;

Точка 3 (слева): $M_3 = -M - 1 \cdot 1q_1 = -20 - 10 \cdot 1 = -30$ кНм;

Точка 4 (справа): $M_4 = -M - 1 \cdot 2q_1 + 1 \cdot 0{,}5q_2 = -20 - 20 + 10 = -30$ кНм.

Так как на третьем участке эпюра Q пересекает ось абсцисс, находим значение M_{max} при $x_0 = 0{,}5$ м:

$M_{max} = -M - 1 \cdot 1{,}5q_1 + 0{,}5 \cdot 0{,}25q_2 = -20 - 15 + 2{,}5 = -32{,}5$ кНм.

На первом и третьем участках, на которых действует распределенная нагрузка, эпюру M изображаем параболами, на втором участке – наклонной прямой (Рис. 5.29).

Ординаты эпюр поперечных сил и изгибающих моментов в заделке будут соответственно равны значениям реакции V = 10 кН и реактивному моменту M = 30 кНм.