Матрицы, их виды

Матрицей называется прямоугольная таблица, образованная из элементов некоторого множества, состоящая из m строк и n столбцов.

Матрица записывается в виде

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

где a_{ij} — элемент матрицы;

$i = 1, 2, 3\dots, m$ — номер строки;

$j = 1, 2, 3\dots, n$ — номер столбца.

Матрицу A называют матрицей *размера* $m \times n$ (или размерности $m \times n$) и пишут $A_{m \times n}$.

Элементы, стоящие на диагонали, идущей из верхнего левого угла, образуют *главную диагональ.*

Наиболее часто рассматривают матрицы, элементами которых являются числа.

1.1.1. Виды матриц

1. Матрица, у которой число строк равно числу столбцов, т.е. $m = n$, называется *квадратной матрицей n-го порядка*. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 7 & 6 & -2 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$ — квадратная матрица 3-го порядка.

2. Квадратная матрица, у которой все элементы, кроме элементов главной диагонали, равны нулю, называются *диагональной*. При этом среди элементов, стоящих на главной диагонали, могут быть равные нулю. Например,

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$ — диагональная матрица третьего порядка.

3. Диагональная матрица, у которой все элементы, стоящие на главной диагонали равны единице, называют *единичной*. Обозначается буквой E. Например,

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ — единичная матрица 3-го порядка.

4. Квадратная матрица называется *верхней (нижней) треугольной*, если все элементы, расположенные ниже (выше) главной диагонали, равны нулю. Например,

$$C = \begin{pmatrix} -7 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$ — верхняя треугольная матрица 3-го порядка;

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & -5 & 0 \\ 5 & 7 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$ — нижняя треугольная матрица 4-го порядка.

5. Матрица, все элементы которой равны нулю, называется *нулевой*. Обозначается буквой O. Например,

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ — нулевая матрица размерности 2×3.

6. Матрица, содержащая один столбец (одну строку), называется *матрицей-столбцом (матрицей-строкой)*. Например,

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$ — матрица-столбец размерности 3×1;

$B = (4; 2; 5; -3)$ — матрица-строка размерности 1×4.

Две матрицы A и B одного размера называются *равными*, если равны все соответствующие элементы этих матриц, т.е. $A = B$, если $a_{ij} = b_{ij}$.

Матрица, полученная из данной, заменой каждой ее строки столбцом с тем же номером, называется *транспонированной* к данной. Обозначается A^T. Например, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \text{ то } \quad A^T = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}.$$