

Прочитайте вступление к учебной лекции.

Если читали ранее – можно пропустить этот блок информации.

Учебная лекция в ДО – это учебный материал для конспектирования

Инструкция для работы с учебным материалом (для конспектирования):

1. Первый раз прочитайте всю лекцию, ничего не записывая.
2. Ответьте мысленно на вопрос, что главное в лекции, из скольких основных частей лекция состоит (*на сколько частей ее можно мысленно разбить*), придумайте название для каждой части – это будет план конспекта.
3. Откройте тетрадь для лекций и запишите в тетради тему, дату лекции и план конспекта.
4. Второй раз начинайте читать лекцию и приступайте к конспектированию: в соответствии с планом – в каждой части плана пишите определения величин, формулы законов, формулировки законов, делайте рисунки к разбираемым примерам или другому. Чем больше будет ваших записей, поясняющих о чем идет речь, тем лучше вы поймете и запомните учебный материал.

Внимание! Важно обращать внимание на то, что вы описываете – явление, закон, величину или другое понятие (например, модель объекта).

Руководствуйтесь правилами:

А) если описываете явление – запишите особенности рассматриваемого явления (*в чем заключается явление, каковы условия его возникновения, какие законы и величины используются для исследования явления*)

В) если описываете величину – запишите определение величины (*укажите физическая скалярная или векторная величина, формулу/ы для определения величины, единицу величины, поясните, что характеризует и, если векторная величина, то она как направлена*),

С) если описываете понятие (не величину) – запишите одно предложение, которое раскрывает смысл понятия (*для примера см. система отсчета, материальная точка, система материальных точек и др.*),

Д) если описываете закон – название, формулу, формулировку, физический смысл запишите закона. **Помните, что при записи формулы надо расшифровать названия величин, входящих в данную формулу.**

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Вынужденные колебания. Периодичность вынуждающей силы.

Свойства вынужденных колебаний. Резонанс..

Введение

Колебания любой колебательной системы прекращаются из-за наличия сил трения, приводящих к рассеянию энергии. Если необходимо поддерживать существование колебаний в технической системе – необходимо организовать действие на систему внешней периодической силы. Ее вводят для того, чтобы обеспечить периодическое возобновление энергии, теряемой системой из-за диссипации собственной энергии. Вот почему колебания называют вынужденными.

Свойства вынужденных колебаний не зависят от природы колебаний. То есть они будут одинаковыми для вынужденных механических и вынужденных электромагнитных колебаний.

Какому закону подчиняются вынужденные колебания? Эти колебания подчиняются закону вынужденных колебаний, представленного в форме неоднородного дифференциального уравнения, решение которого предстает как сумма двух колебаний: одно колебание происходит в соответствии с уравнением затухающих колебаний и достаточно быстро прекращается, второе колебание происходит в соответствии с уравнением вынужденных колебаний, которые, после затухания первых колебаний, переходят в режим установившихся колебаний. Колебания в этом режиме согласуются с уравнением вынужденных колебаний, а свойства вынужденных колебаний заключаются в том, что амплитуда вынужденных колебаний и начальная фаза теперь не зависят от начальных условий, а зависят от соотношения между собственной частотой осциллятора и частотой внешней периодической силы. Колебания системы (или в системе) происходят теперь с частотой внешнего периодического воздействия (генератора, например).

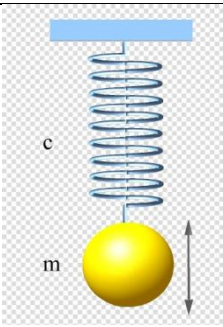
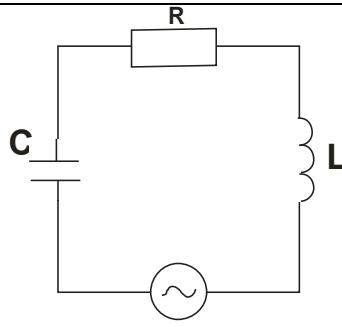
В вынужденных колебаниях может участвовать любая система. Но только в случае вынужденных колебаний осциллятора может наблюдаться

явление резонанса. Оно наблюдается тогда, когда частота внешнего периодического воздействия будет приближаться или совпадет с собственной частотой осциллятора.

Вынужденные колебания

В любой реальной физической системе, совершающей колебания, с течением времени происходит затухание колебаний вследствие диссипации энергии. Для того, чтобы поддержать колебания, необходим источник энергии, который обеспечивал бы периодическую подачу энергии в систему. Таким источником становится элемент, обеспечивающий с частотой Ω действие периодической силы в осцилляторе.

Рассмотрим примеры вынужденных колебаний в механическом и электромагнитном осцилляторах.

Механический осциллятор	Электромагнитный осциллятор
<div style="text-align: center;">  <p style="text-align: right;">+ внешняя сила</p> </div> <p>$F = F_0 \cos \Omega t$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\sum \vec{F}_i = m\vec{a}$ </div> <p>$F_{\text{упр}} = -kx \quad F_c = -\gamma V$</p> <p>$-kx - \gamma V + F_0 \cos \Omega t = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (:m)$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{\gamma dx}{m dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \cos \Omega t$ </div> <p style="text-align: right;">- основной закон вынужденных колебаний.</p> <p>Пружинный маятник в начальный момент времени совершает колебания, которые являются</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>$\varepsilon_{\text{ucm}} = \varepsilon_0 \cos \Omega t$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $U_c + U_R = \varepsilon_{\text{ucm}} + \varepsilon_s$ </div> <p>$U_c = \frac{q}{C} \quad U_R = I \cdot R \quad \varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} \quad I = \frac{dq}{dt}$</p> <p>$\frac{q}{C} + I \cdot R = \varepsilon_0 \cos \Omega t - L \frac{dI}{dt} \quad (:L)$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \Omega t$ </div> <p style="text-align: right;">- основной закон вынужденных колебаний в колебательном контуре.</p> <p>В колебательном контуре возникают колебания, которые являются</p>

результатом наложения двух видов колебаний:	результатом наложения двух видов колебаний:
1) $x = x_* \cdot e^{-\beta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi_*)$	1) $q = q_* \cdot e^{-\beta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi_*)$
2) $x = x_0 \cos(\Omega t + \varphi_0)$	2) $q = q_0 \cdot \cos(\Omega t + \varphi_0)$

С течением времени затухающие колебания прекращаются и наступает режим установившихся колебаний, которые происходят с частотой вынуждающей силы Ω .

Особенность вынужденных колебаний заключается в том, что осциллятор совершает колебания не с собственной частотой, а с частотой вынуждающего действия, а также в том, что амплитуда и начальная фаза колебаний зависят от амплитуды внешнего воздействия, от коэффициента затухания β и от соотношения между циклической частотой внешнего воздействия и собственной циклической частотой осциллятора (которая зависит от параметров системы).

$$x_0 = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \quad q = \frac{\frac{\varepsilon_0}{L}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \quad (*)$$

$$\text{При } \Omega=0, \quad x_0 = \frac{F_0}{m\omega_0^2}, \quad q_0 = \frac{\varepsilon_0}{L\omega_0^2}$$

Выражение, стоящее в знаменателе уравнений (*), будет иметь минимальное значение, если циклическая частота внешнего воздействия равна $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$. Чем меньше β , тем ближе Ω к собственной частоте осциллятора в этом случае $\Omega_{рез} \approx \omega_0$.

В целом, не важно, меньше или больше β при частоте $\Omega_{рез} \approx \omega_0$ наступает резонанс – резкое увеличение амплитуды колебаний при приближении частоты вынуждающего периодического воздействия к собственной частоте осциллятора. Частота внешнего воздействия, при которой наблюдается резонанс Ω , – резонансная частота. Условия возникновения резонанса – резонанс наступает в том случае, если (циклическая) частота внешнего

воздействия приближается к собственной (циклической) частоте осциллятора.

Резонансные кривые

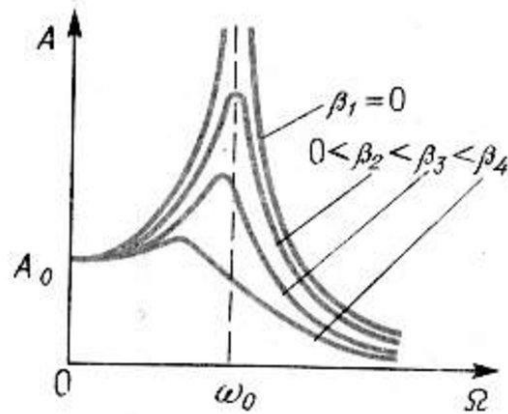
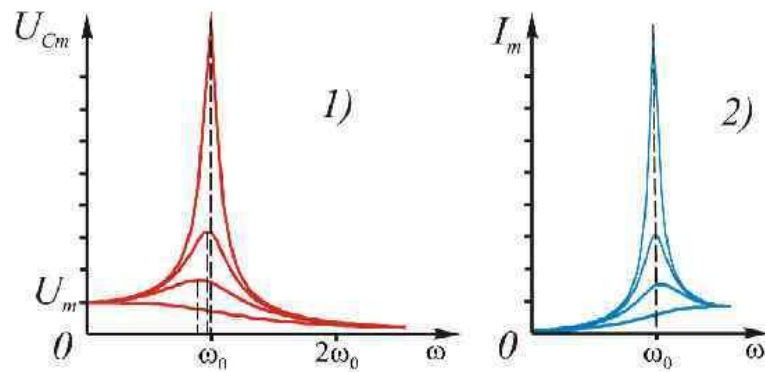


Рис.1. Пример резонансных кривых – амплитудные резонансные кривые при разных значения коэффициента затухания β



Резонансные кривые для напряжения (1) и тока (2)

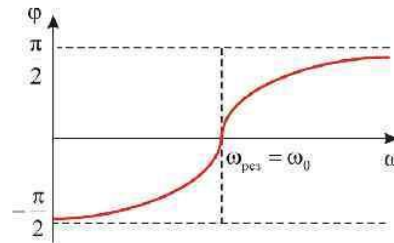
Рис.2. Пример резонансных кривых для тока и напряжения

Начальная фаза вынужденных колебаний осциллятора определяется из выражения $\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$

Фазовая резонансная кривая – это зависимость от частоты ω тангенса разности фаз между внешним напряжением и током.

В условиях резонанса, т.е. когда $\omega = \omega_0$ $\operatorname{tg} \varphi = 0$ между током и внешним напряжением равна нулю.

Принято говорить, что в условиях резонанса контур обладает только активным сопротивлением.



$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\beta\omega} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

48

Рис.3. Пример фазовой резонансной кривой

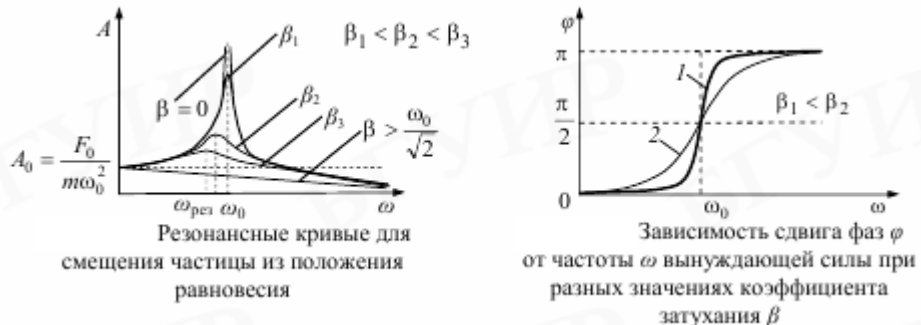


Рис.4. Пример одновременно двух резонансных кривых (циклическая частота генератора здесь представлена буквой ω)

Оба графика показывают (см.рис.4), что есть три области, которые могут проявляться в вынужденных колебаниях:

1) область малых частот; в области малых частот ($\Omega \ll \omega_0$) начальная фаза вынужденных колебаний $\varphi_0 = 0$, то есть колебания вынуждающего воздействия и колебания осциллятора происходят в одинаковой фазе (смещение осциллятора без искажения следует за внешним воздействием, пример использования – сейсмограф).

2) область высоких частот, в области высоких частот ($\Omega \gg 0$), начальная фаза вынужденных колебаний $\varphi_0 = \pi$, то есть колебания осциллятора происходят в противофазе к колебаниям вынуждающего воздействия (пример использования – демпфирование).

3) Область резонанса – частота вынуждающей силы приближена к собственной частоте $\Omega_{рез} \approx \beta$. Возникает резонанс.

Выводы:

1. Вынужденные колебания осциллятора происходят под действием внешней периодической силы.
2. Особенностью вынужденных колебаний является то, что они происходят с частотой вынуждающих воздействий Ω . Амплитуда и начальная фаза колебаний определяются не начальными условиями, как в свободных или затухающих колебаниях, а зависят от ряда величин, в частности, от соотношения между циклической частотой вынуждающего воздействия и циклической частотой осциллятора.
3. В области малых частот колебания осциллятора следуют за колебаниями вынуждающей силы, в области высоких частот колебания осциллятора происходят в противофазе колебаниям внешнего воздействия. И если частота вынуждающего воздействия приближается к собственной частоте осциллятора, может наблюдаться резонанс.
4. В случае резонанса система поглощает максимальное значение энергии. Максимум энергии поглощается, когда $\Omega \approx \omega_0$.

График зависимости поглощаемой осциллятором энергии от частоты вынуждающего воздействия – перевернутый график амплитудной резонансной кривой.

Особенности колебаний в электрическом контуре

(дополнительный материал)

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 \cdot q = \frac{\varepsilon}{L} \cos \Omega t$$

$$q = q_0 \cdot \cos(\Omega t + \varphi_0)$$

$$q_0 = \frac{\frac{\varepsilon_0}{L}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}} \quad (*)$$

Сила тока по определению $I = \frac{dq}{dt} = -q\Omega \sin(\Omega t + \varphi_0)$

$$I_0 = q_0 \Omega \quad \beta = \frac{R}{2L} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\Omega \sqrt{R^2 + (\Omega L - \frac{1}{LC})^2}}$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\Omega L - \frac{1}{LC})^2}} \quad \text{- закон Ома для цепи переменного тока}$$