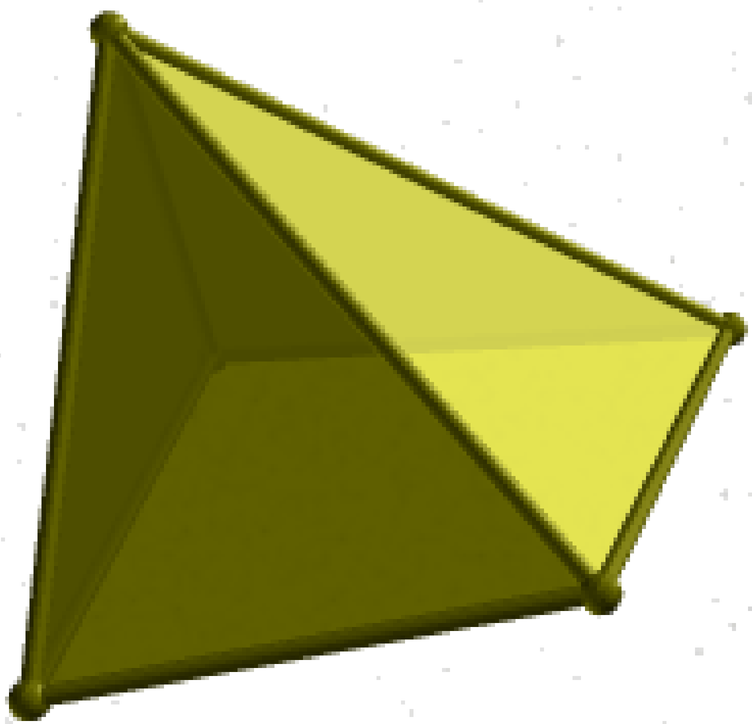
МНОГОГРАННИКИ

Многогранником называется совокупность таких плоских многоугольников, у которых каждая сторона одного является одновременно стороной другого (но только одного).

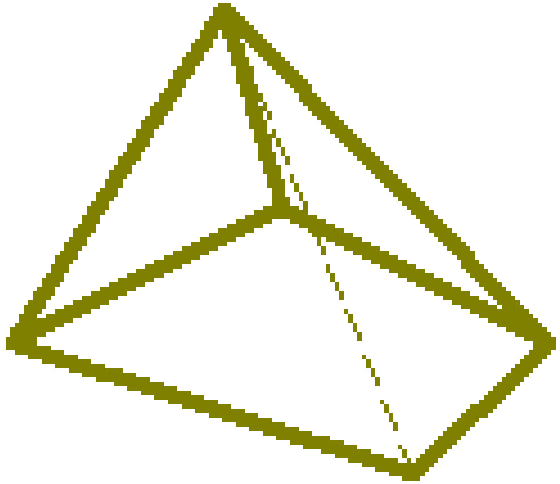
ВИДЫ МНОГОГРАННИКОВ

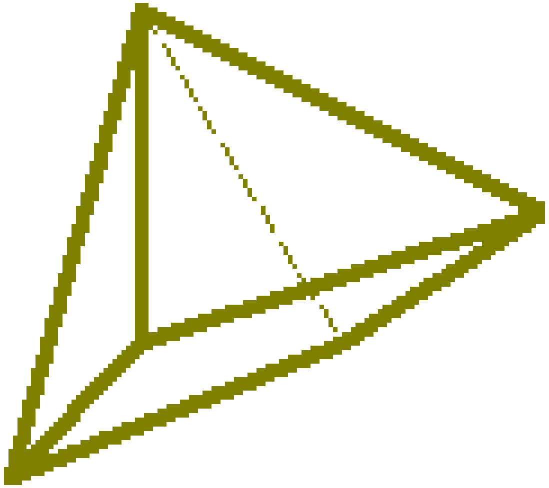
1. **Пирамида** – это многогранник, одна грань которого многоугольник, а остальные грани – треугольники с общей вершиной. Пирамида называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник и высота пирамиды проходит через центр многоугольника. Пирамида называется усеченной, если вершина её отсекается плоскостью.

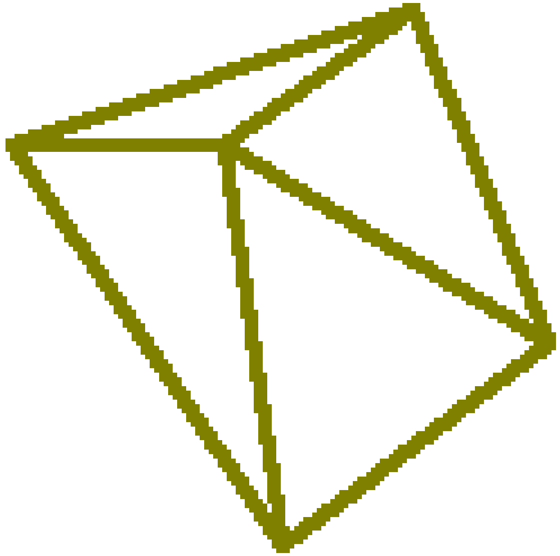
Пирамида



Пирамида



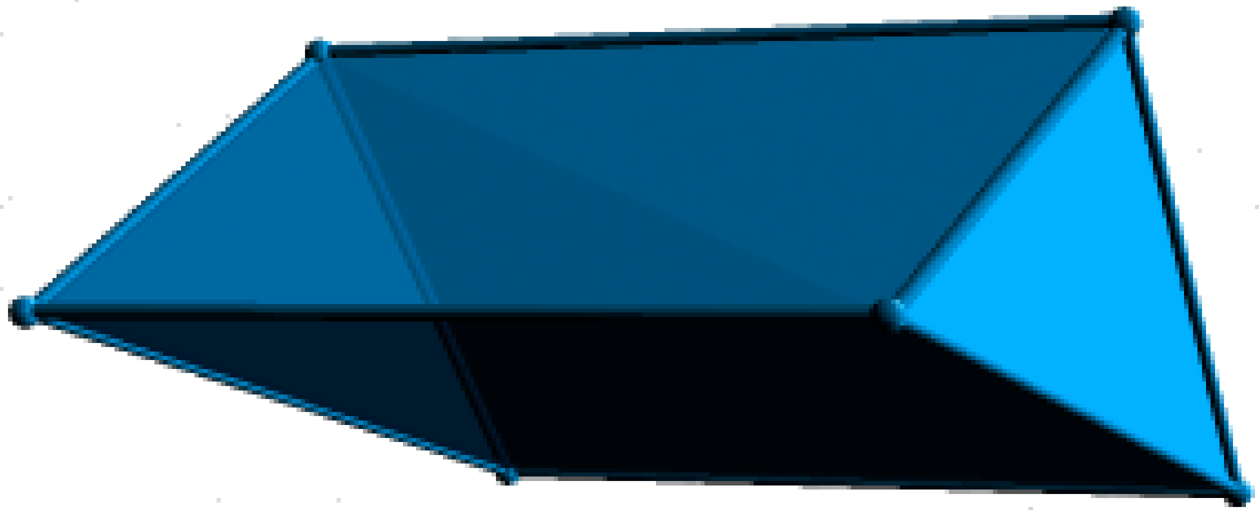




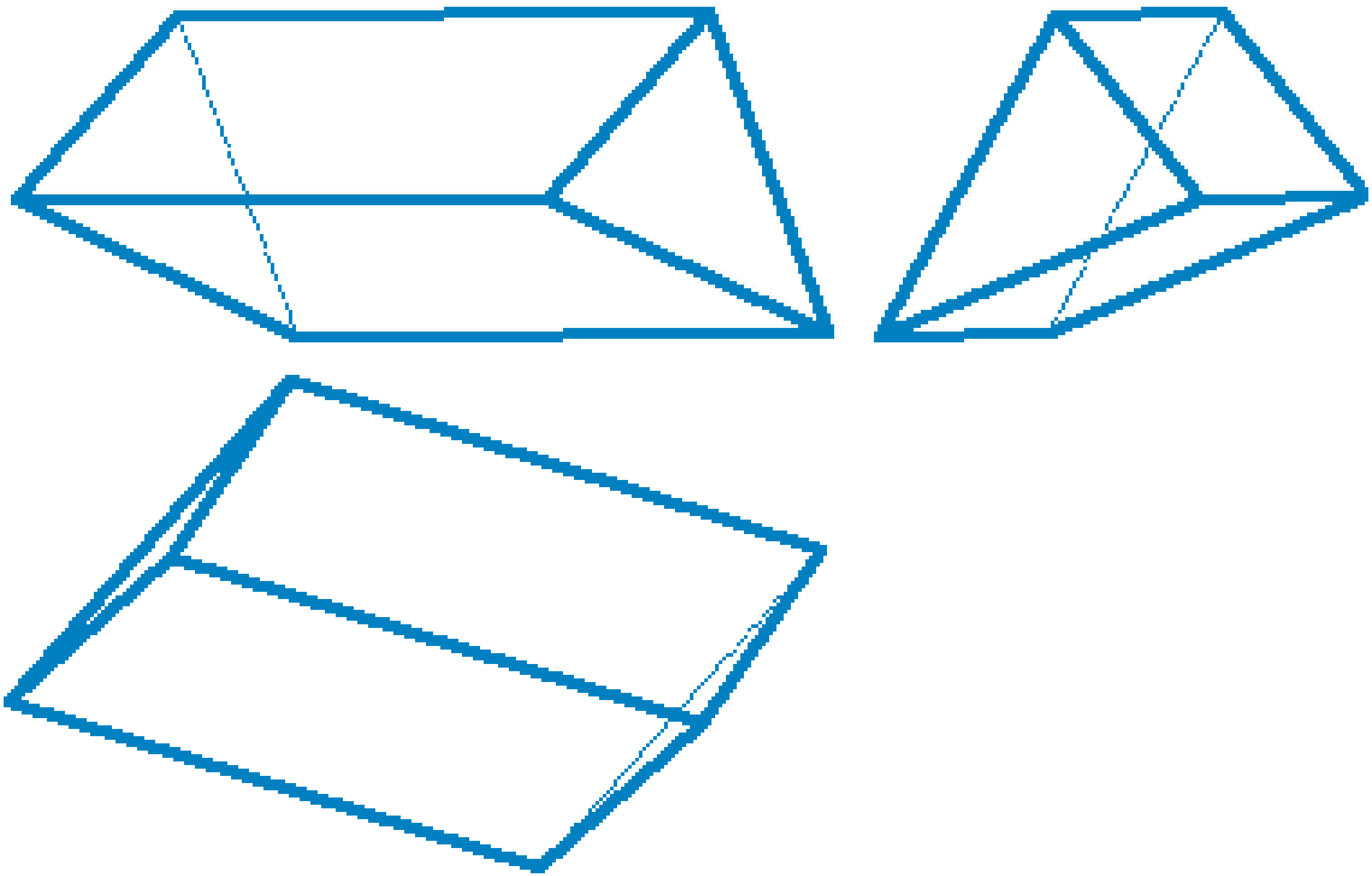
Призма

Призма – многоугольник, две грани которого (основания призмы) представляют собой равные многоугольники с взаимно параллельными сторонами, а все другие грани параллелограммы. Призма называется прямой, если её ребра перпендикулярны плоскости основания. Если основанием призмы является прямоугольник, призму называют параллелепипедом

Призма

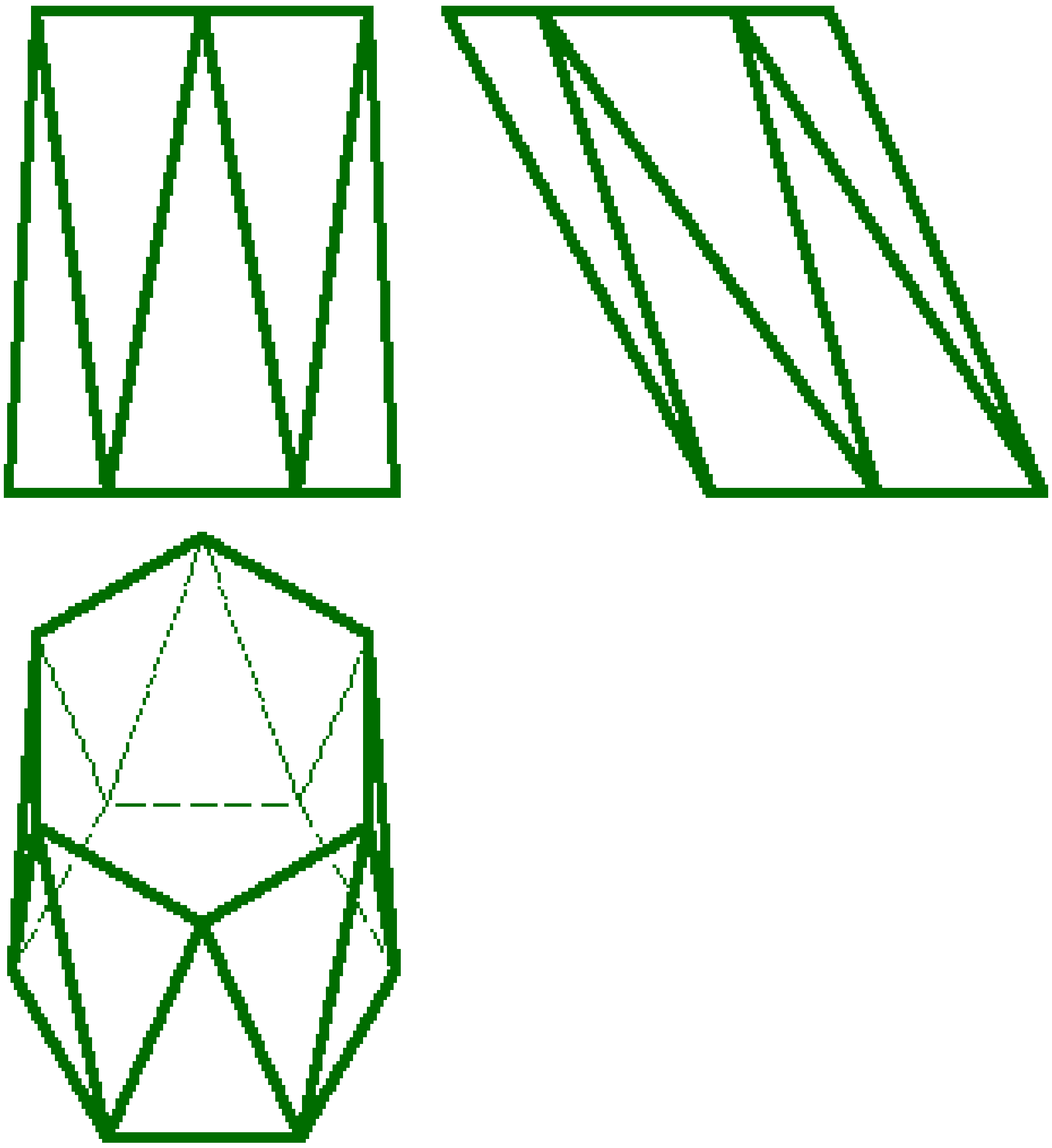


Призма



Призматоид

Призматоид



Тела Платона

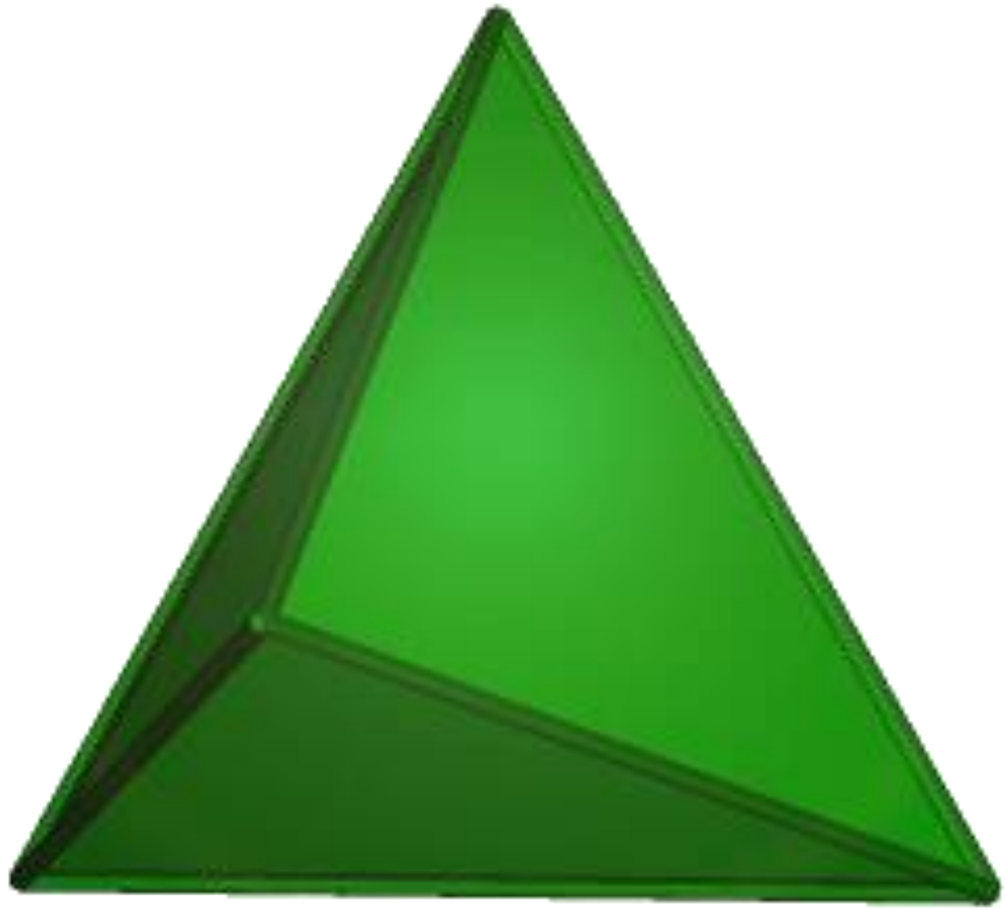
Многогранник, все грани которого представляют собой правильные и равные многоугольники, называют ***правильными.*** Углы при вершинах такого многогранника равны между собой.

Существует пять типов правильных многогранников. Эти многогранники и их свойства были описаны более двух тысяч лет назад древнегреческим философом **Платоном,** чем и объясняется их общее название.

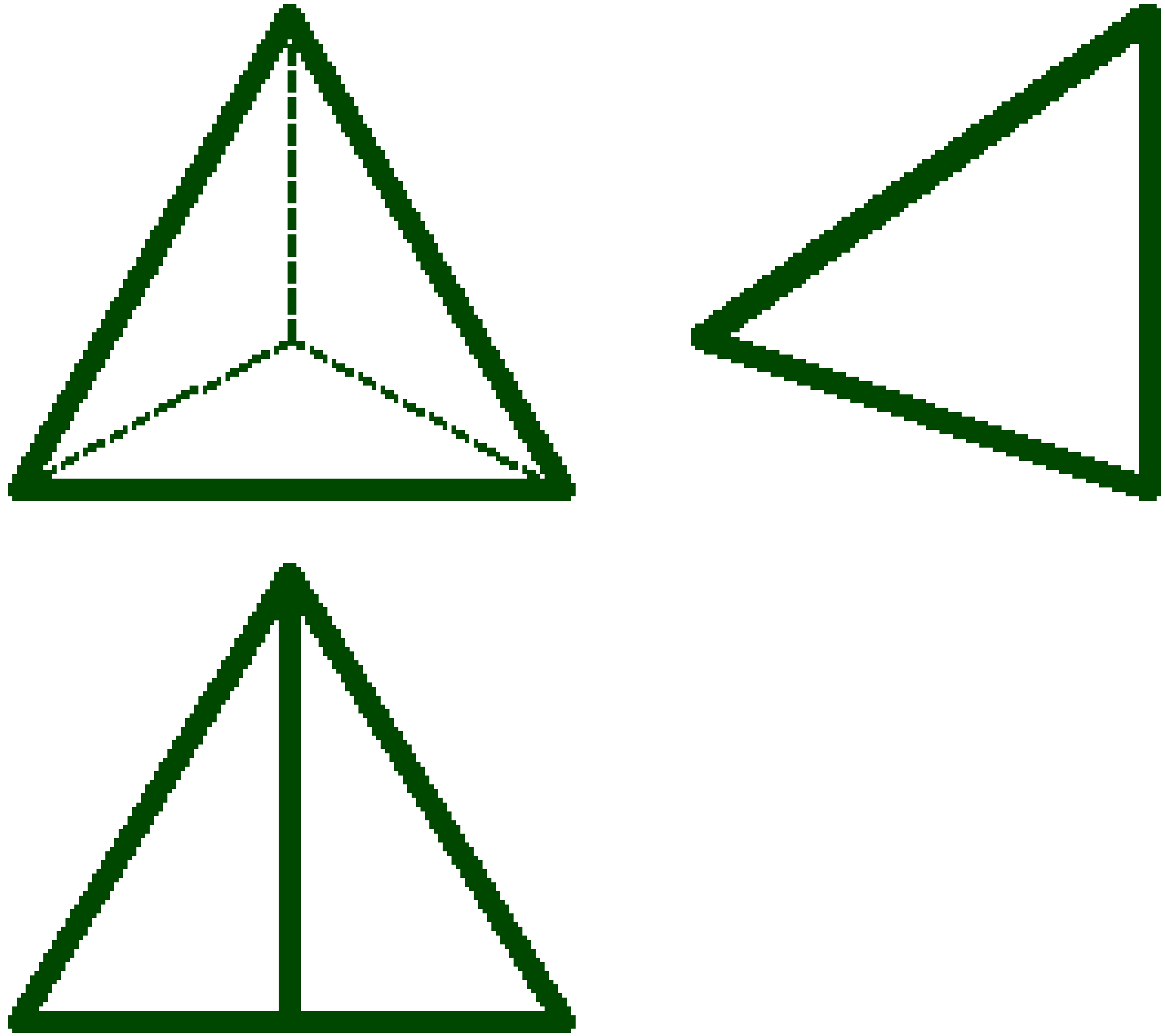
Тетраэдр

- Правильный четырехгранник.
- Он ограничен четырьмя равносторонними треугольниками (это правильная треугольная пирамида).

Тетраэдр



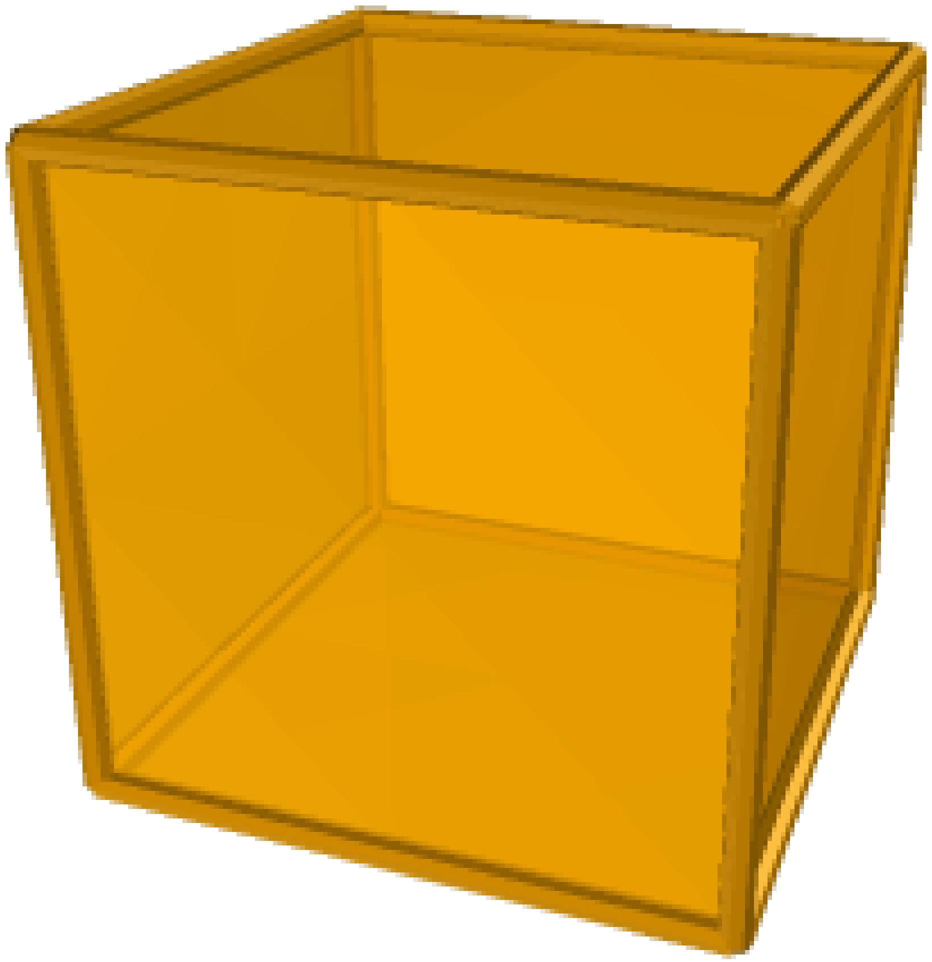
Тетраэдр



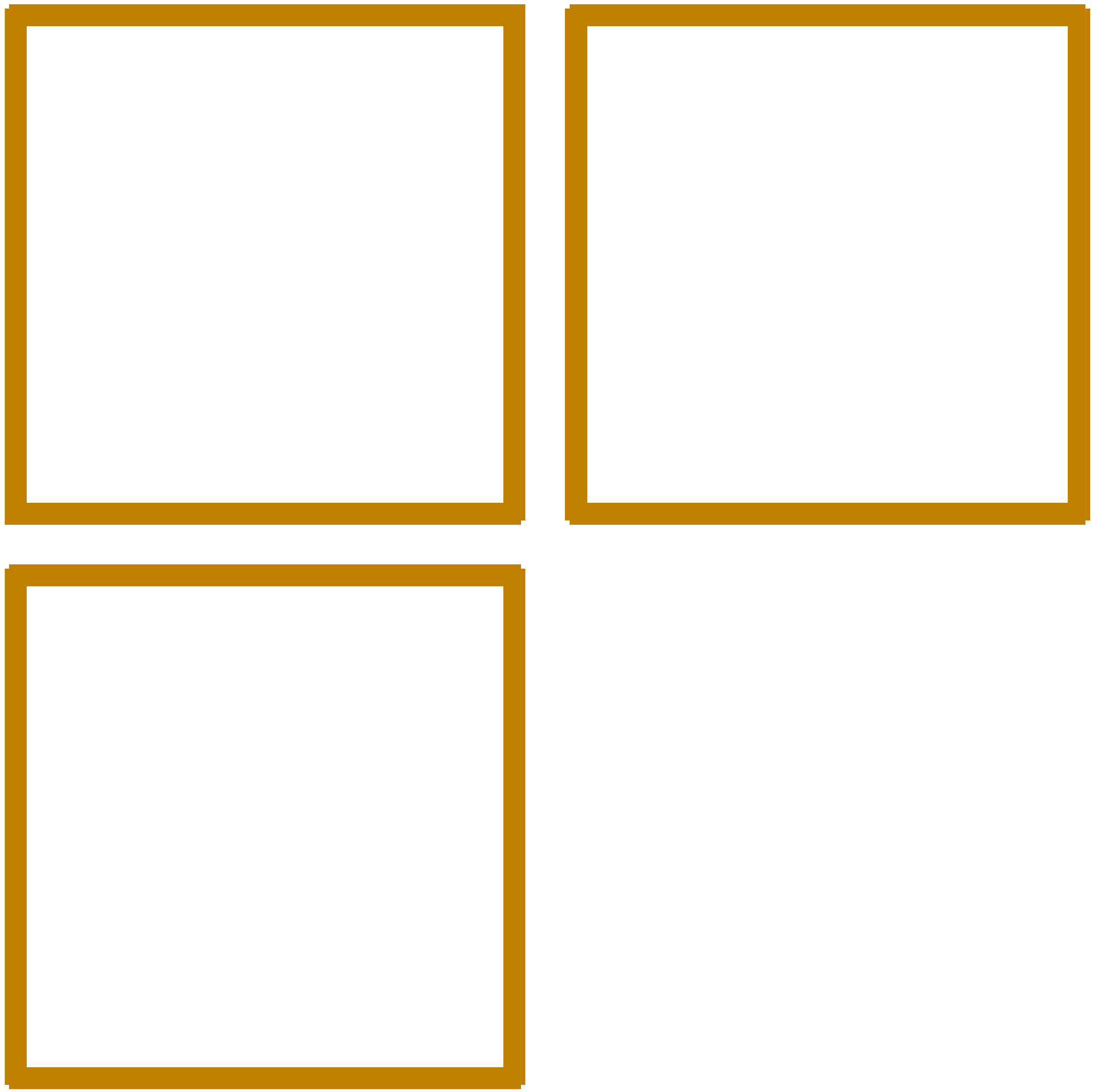
Гексаэдр

- Правильный шестигранник.
- Это куб состоящий из шести равных квадратов.

Гексаэдр



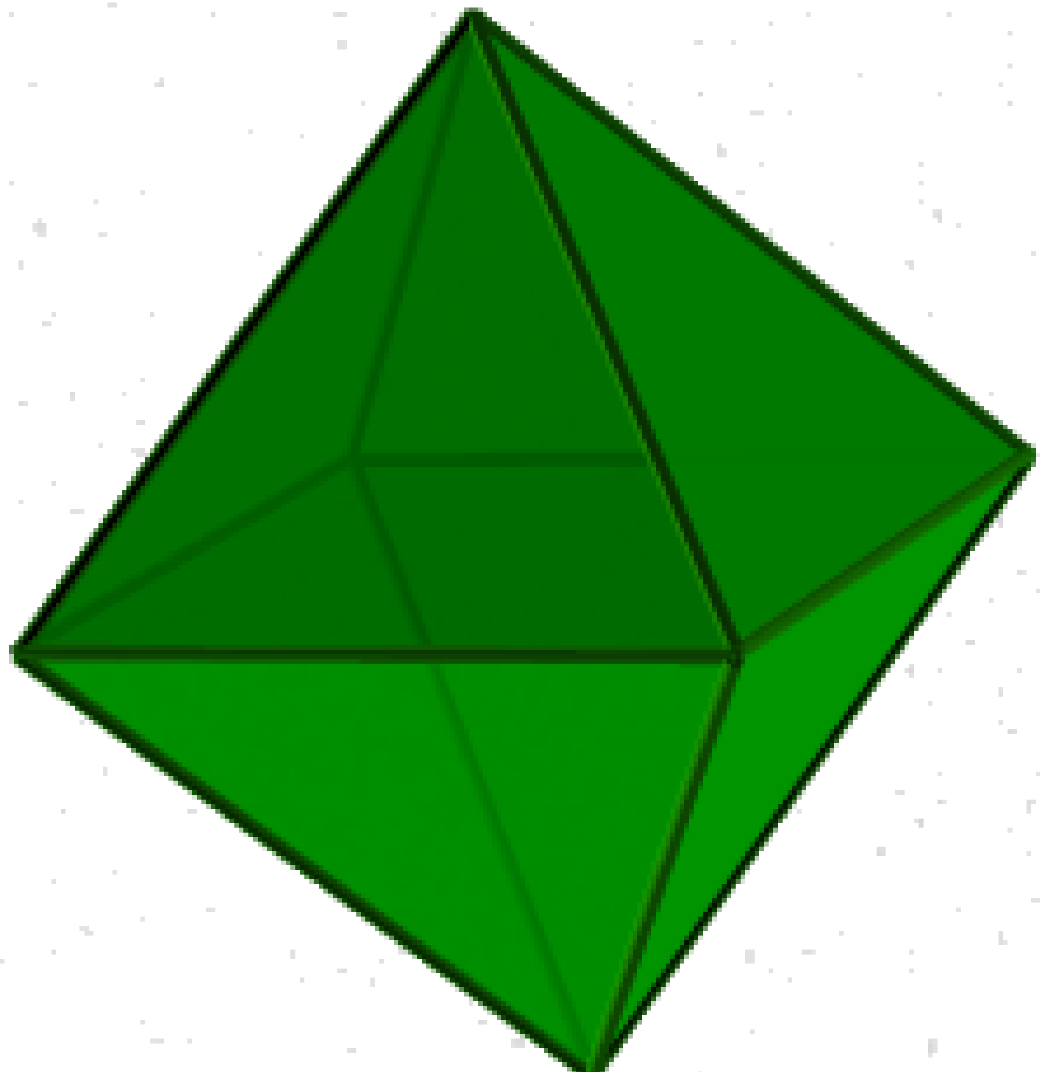
Гексаэдр



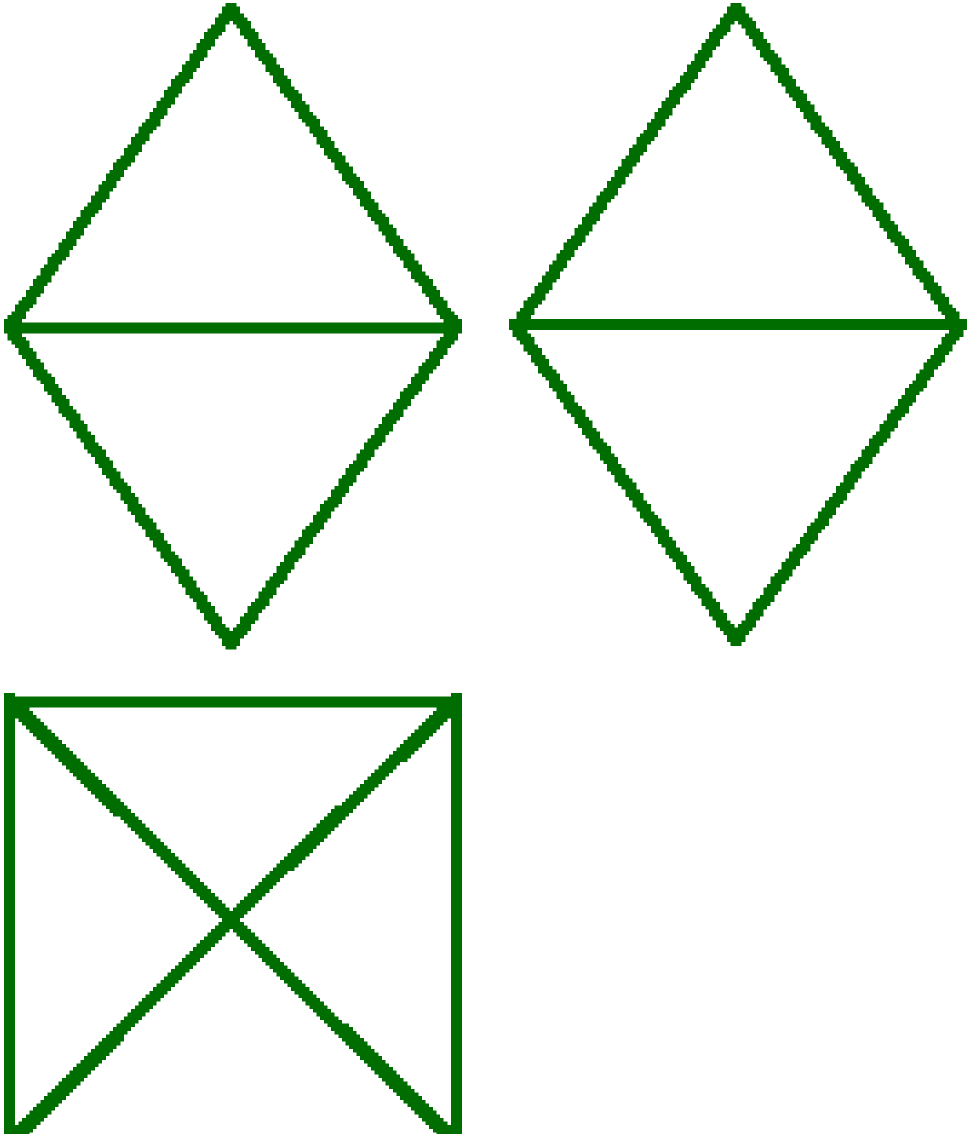
Октаэдр

- Правильный восьмигранник.
- Он состоит из восьми равносторонних и равных между собой треугольников, соединенных по четыре у каждой вершины

Октаэдр



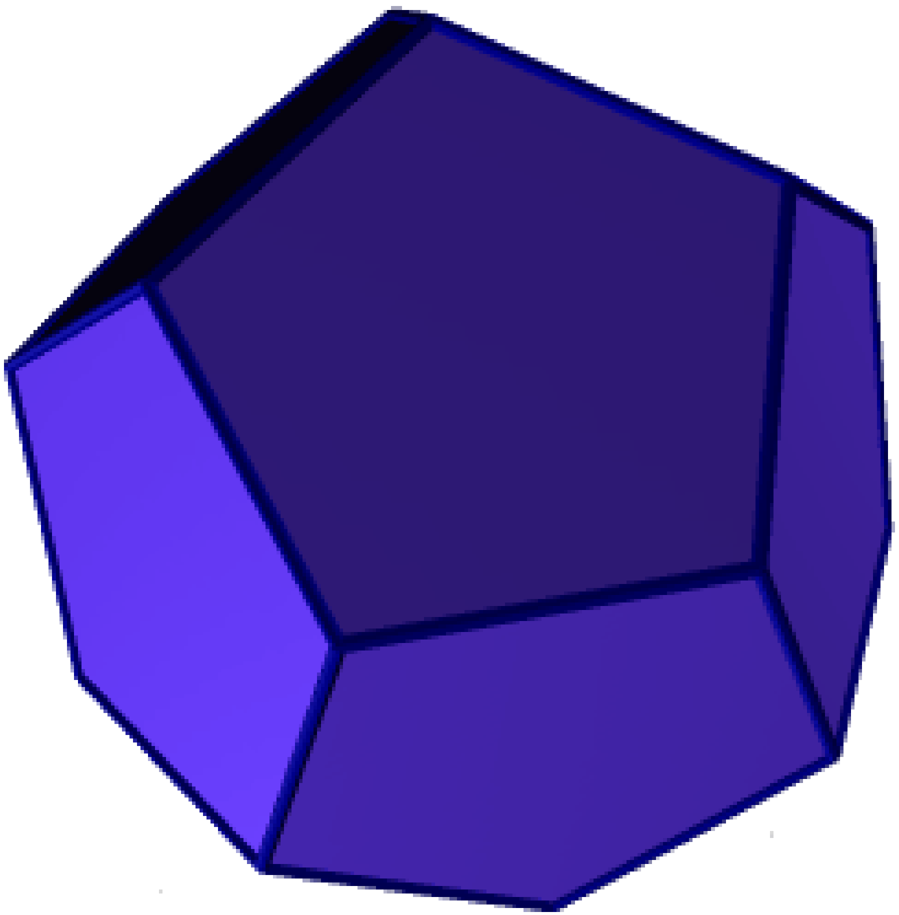
Октаэдр



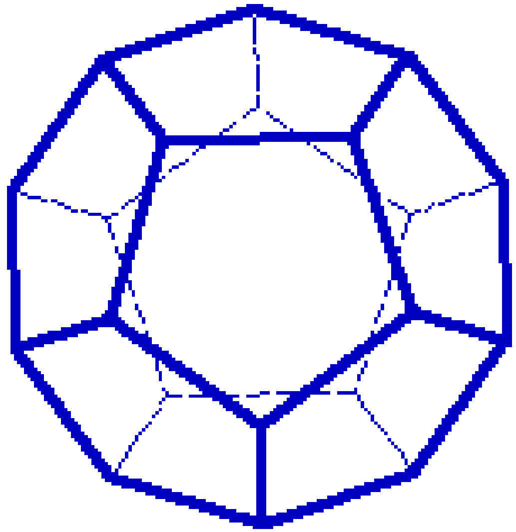
Додекаэдр

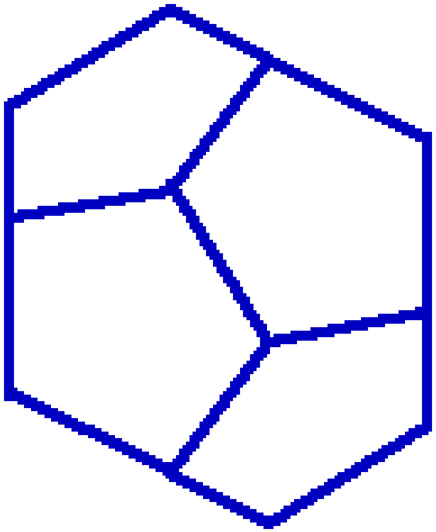
- Правильный двенадцатигранник, состоит из двенадцати правильных и равных пятиугольников, соединенных по три около каждой вершины

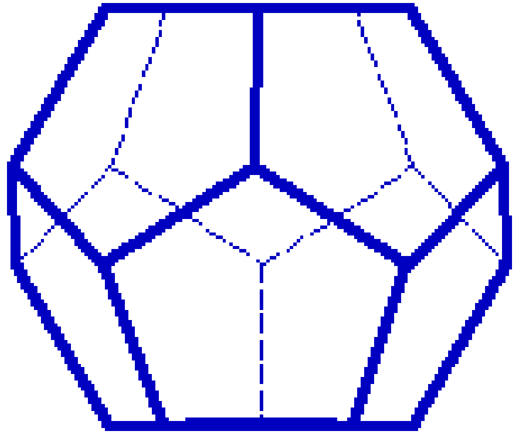
Додекаэдр



Додекаэдр



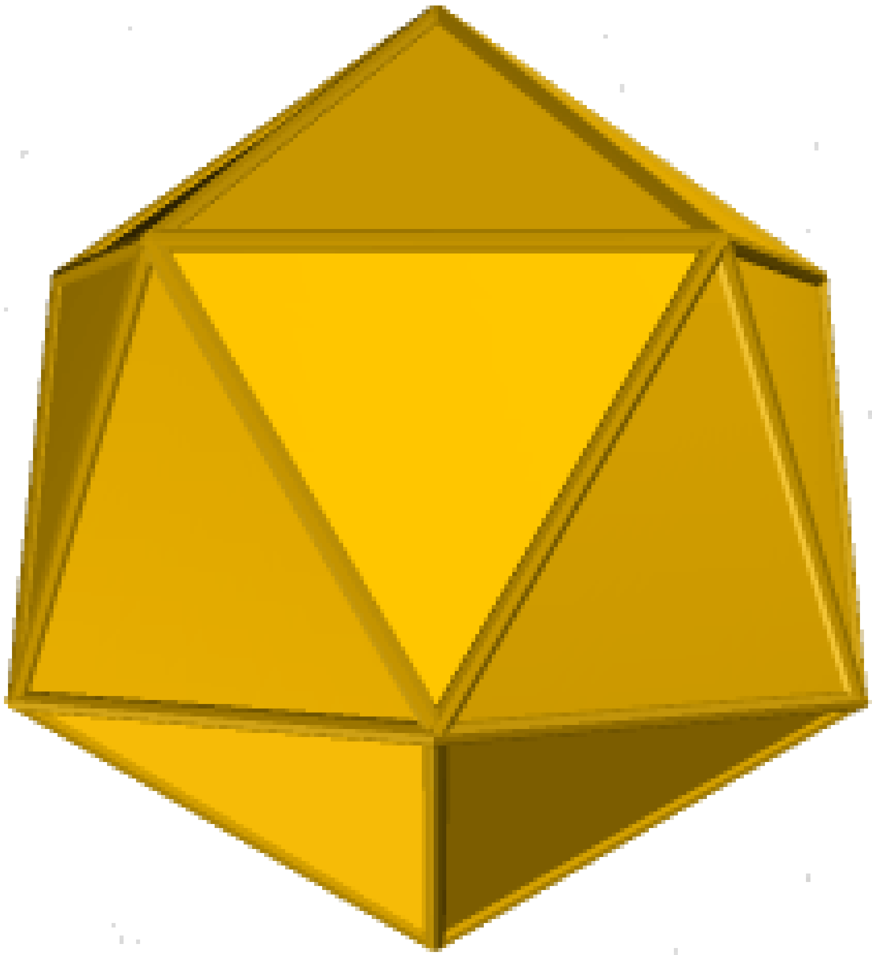




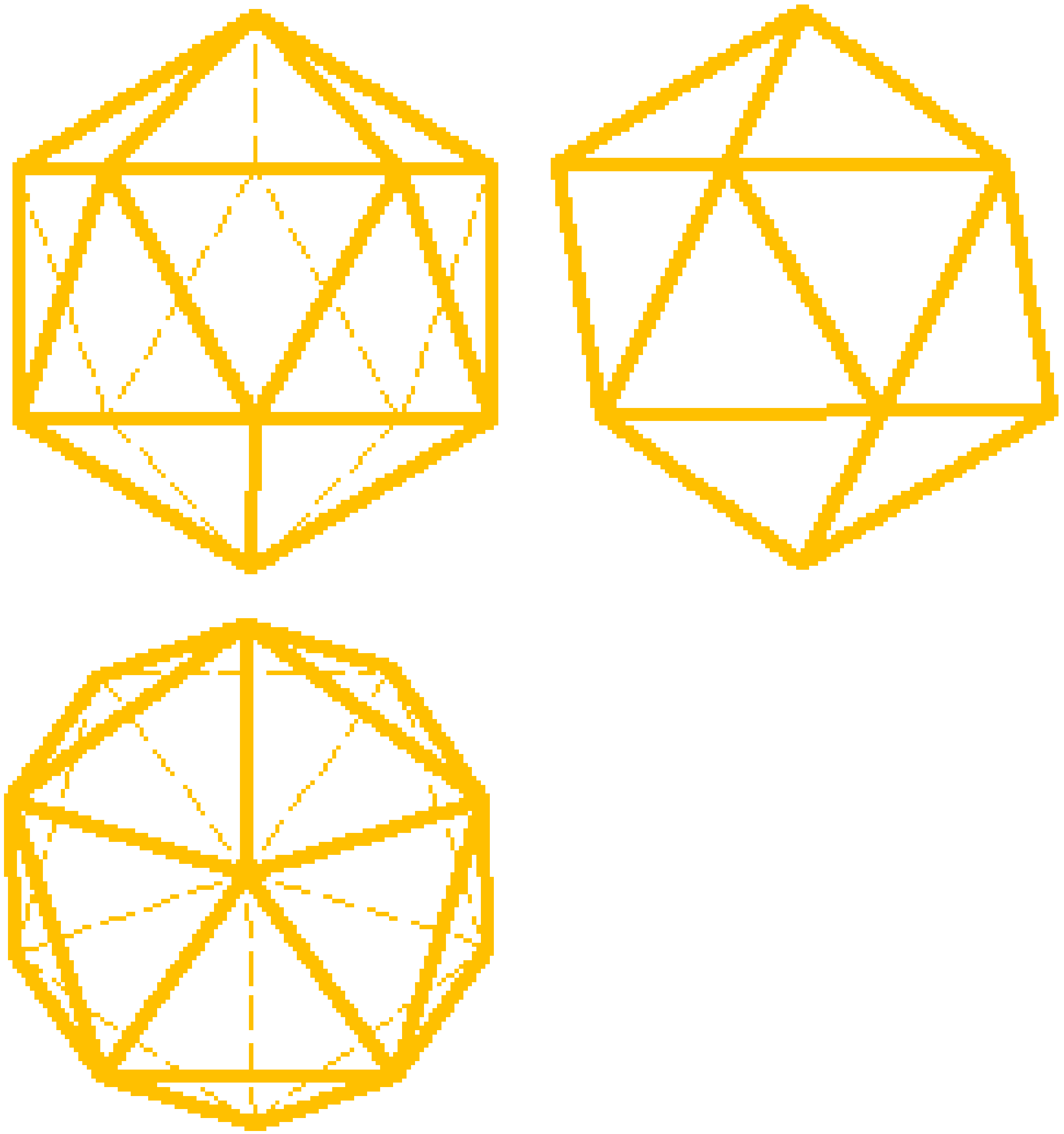
Икосаэдр

- Состоит из 20 равносторонних и равных треугольников, соединенных по пять около каждой вершины

Икосаэдр



Икосаэдр



Звездчатые формы и соединения тел Платона

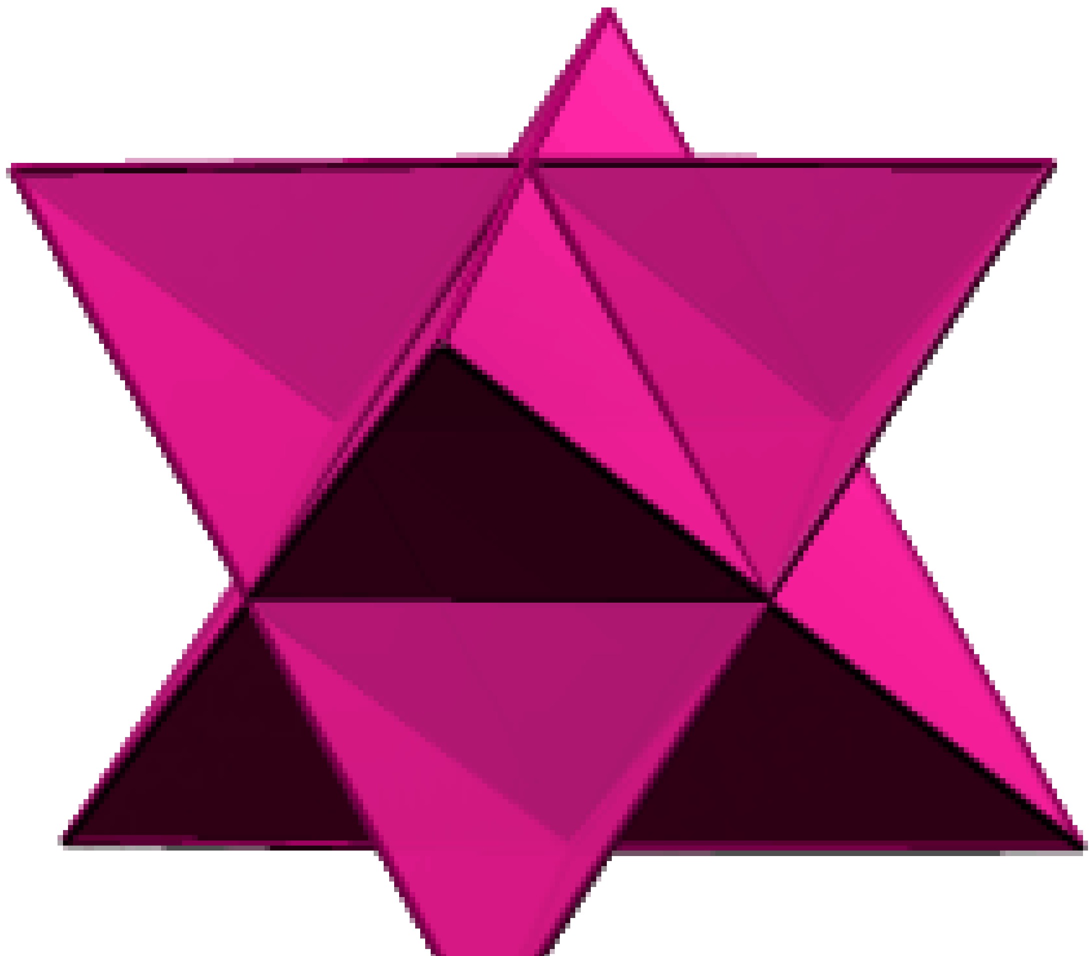
- Кроме правильных выпуклых многогранников существуют и правильные выпукло-вогнутые многогранники.
-
- Их называют звездчатыми (самопересекающимися).

Рассматривая пересечения продолжения граней Платоновых тел, мы будем получать звездчатые многогранники

Звездчатый октаэдр

- восемь пересекающихся плоскостей граней октаэдра отделяют от пространства новые "куски", внешние по отношению к октаэдру. Это малые тетраэдры основания которые совпадают с гранями октаэдра. его можно рассматривать как соединение двух пересекающихся тетраэдров центры которых совпадают с центром исходного октаэдра. Все вершины звездчатого октаэдра совпадают с вершинами некоторого куба, а ребра его являются диагоналями граней (квадратов) этого куба. Дальнейшее продление граней октаэдра не приводит к созданию нового многогранника. Октаэдр имеет только одну звездчатую форму

Звездчатый октаэдр



Малый звездчатый додекаэдр

Звездчатый додекаэдр первого продолжения.

Он образован продолжением граней выпуклого додекаэдра до их первого пересечения. Каждая грань выпуклого додекаэдра при продолжении образует правильный звездчатый пятиугольник. Пересекающиеся плоскости граней додекаэдра отделяют от пространства новые "куски", внешние по отношению к додекаэдру.

Это двенадцать правильных пятиугольных пирамид, основания которых совпадают с гранями додекаэдра.

Малый звездчатый додекаэдр

Кривые линии

Кривая линия

- ***Кривая линия*** – это множество точек пространства, координаты которых являются функциями одной переменной.

- ***Термин «кривая»*** *в разных разделах математики определяется по-разному. В начертательной геометрии кривую рассматривают как траекторию, описанную движущей точкой, как проекцию другой кривой, как линию пересечения двух поверхностей, как множество точек, обладающих каким-либо общим для всех их свойством и т.д.*

Кривые линии разделяют на *плоские* и *пространственные*.

Плоскими называют такие кривые, все точки которых лежат в одной плоскости.

Пространственными называют кривые, точки которых не лежат в одной плоскости.

Способы задания кривых:

- **Аналитический** – кривая задана математическим уравнением;
- **Графический** – кривая задана визуально на носителе графической информации;
- **Табличный** – кривая задана координатами последовательного ряда точек

Парабола

- кривая второго порядка, прямая пересекает ее в двух точках. При этом парабола может быть определена как:

–множество точек *M*(*xy*) плоскости, расстояние *FM* которых до определенной точки *F* этой плоскости (фокуса параболы) равно расстоянию *MN* до определенной прямой *AN* – директрисы параболы;

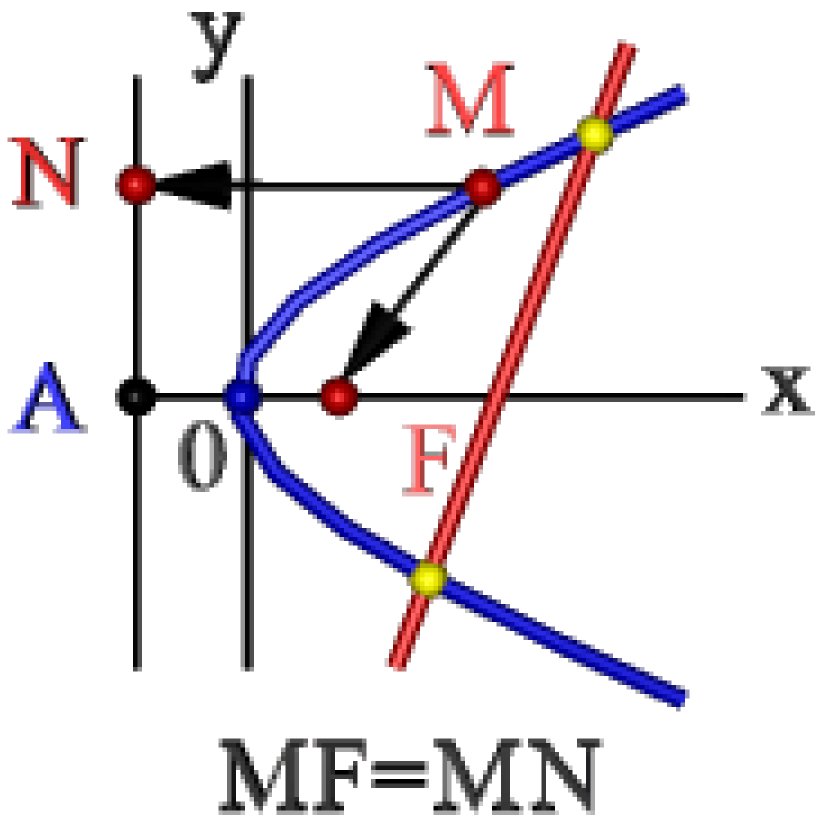
–линия пересечения прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через вершину конуса и параллельная какой либо касательной плоскости этого конуса;

–в прямоугольной системе координат *Oxy* с началом в вершине параболы и осью *Ox* направленной по оси параболы уравнение параболы имеет так называемый канонический вид

$y2=2px,$

где *p* (фокальный параметр) – расстояние от фокуса до директрисы

Парабола



Гипербола

–множество точек M плоскости разность (по абсолютной величине) расстояний $F1M$ и $F2M$ которых до двух определенных точек $F1$ и $F2$ этой плоскости (фокусов гиперболы) постоянна:

$F1M - F2M=2a<2c$

Середина O отрезка $F1F2$ (фокусного расстояния) называется центром гиперболы;

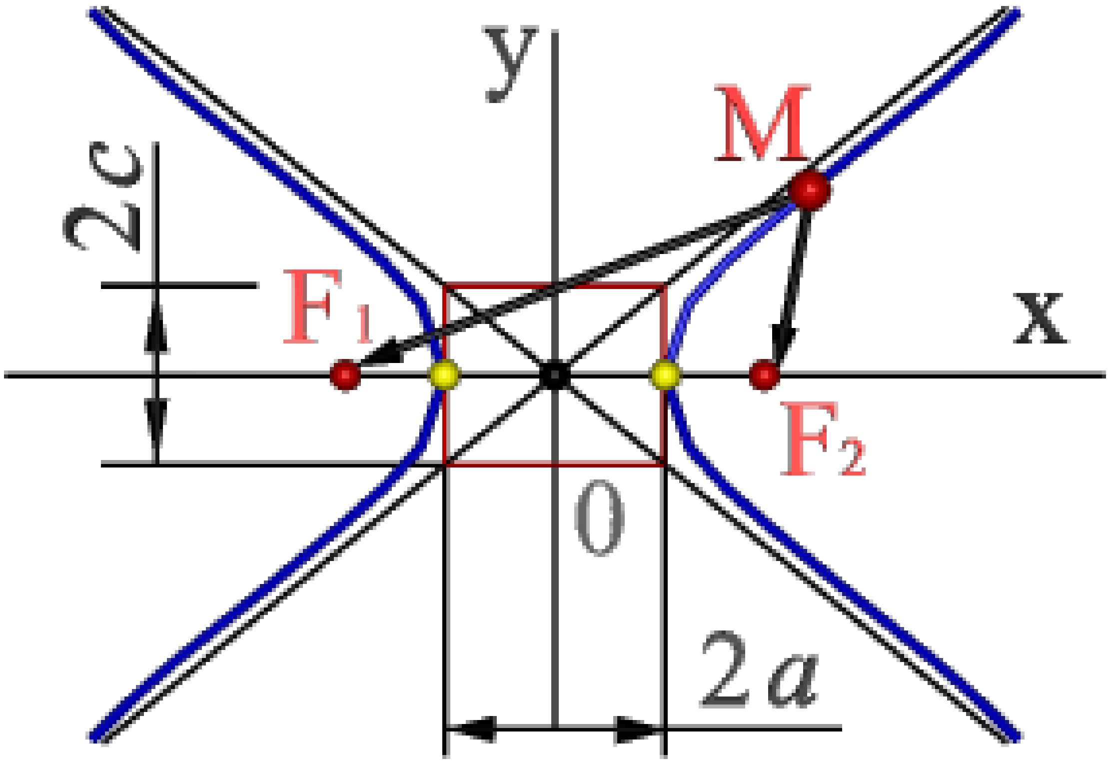
– линия пересечения прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через вершину конуса и пересекающая обе его полости;

– в прямоугольной системе координат Oxy с началом в центре гиперболы, на оси Ox которой лежат фокусы гиперболы уравнение гиперболы имеет так называемый канонический

$x2/a2 - y2/в2=1,\ в2=c2 - a2,$

где a и $в$ длинны полуосей гиперболы.

Гипербола



$MF_1 - MF_2 = 2a$

Эллипс

– множество точек M плоскости, сумма расстояний $MF1$ и $MF2$ которых до двух определенных точек $F1$ и $F2$ (фокусов эллипса) постоянна

$$MF1+MF2=2a.$$

Середина O отрезка $F1F2$ (фокусного расстояния)называется центром эллипса;

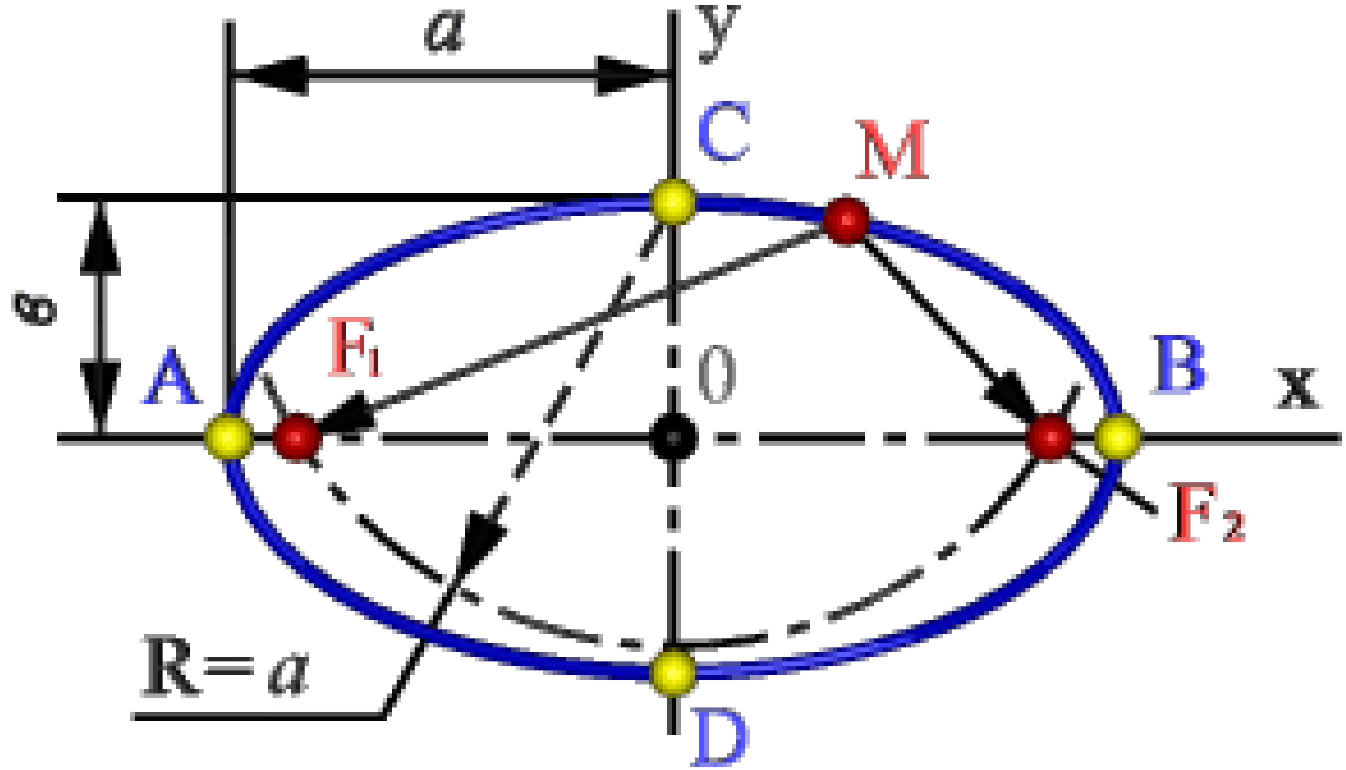
– линия пересечения прямого кругового конуса плоскостью, не проходящей через вершину конуса и пересекающей все прямолинейные образующие одной полости этого конуса;

– в прямоугольной системе координат Oxy с началом в центре эллипса, на оси Ox которой лежат фокусы эллипса уравнение эллипса имеет следующий вид

$$x2/a2+y2/в2=1,$$

где a и $в$ – длинны большой и малой полуосей эллипса. При $a=в$ фокусы $F1$ и $F2$ совпадают и указанное уравнение определяет окружность, которая рассматривается как частный случай эллипса.

Эллипс



$$MF_1+MF_2=2a$$

СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЙ КРИВОЙ ЛИНИИ

1. Проекцией кривой линии является кривая линия;
2. Касательная к кривой линии проецируется в касательную к её проекции;
3. Несобственная точка кривой проецируется в несобственную точку её проекции;
4. Порядок линии – проекции алгебраической кривой равен порядку самой кривой или меньше;
5. Число узловых точек (в которых кривая пересекает сама себя) проекции равно числу узловых точек самой кривой.

Пространственные кривые линии

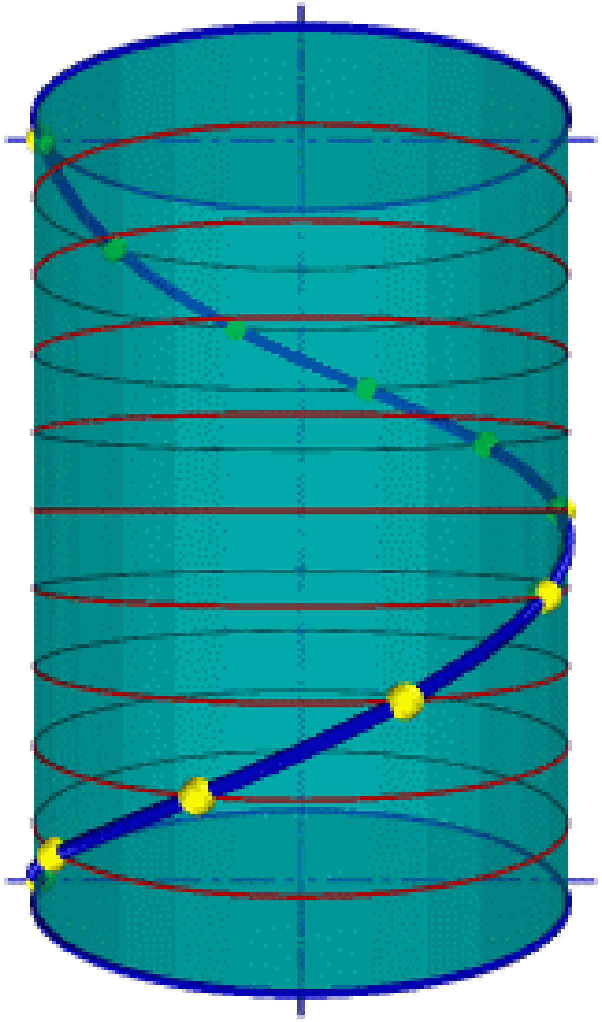
Пространственные кривые линии в начертательной геометрии обычно рассматриваются как результат пересечения поверхностей или траекторию движения точки.

Пространственную, так же как и плоскую, кривую линию на чертеже задают последовательным рядом точек.

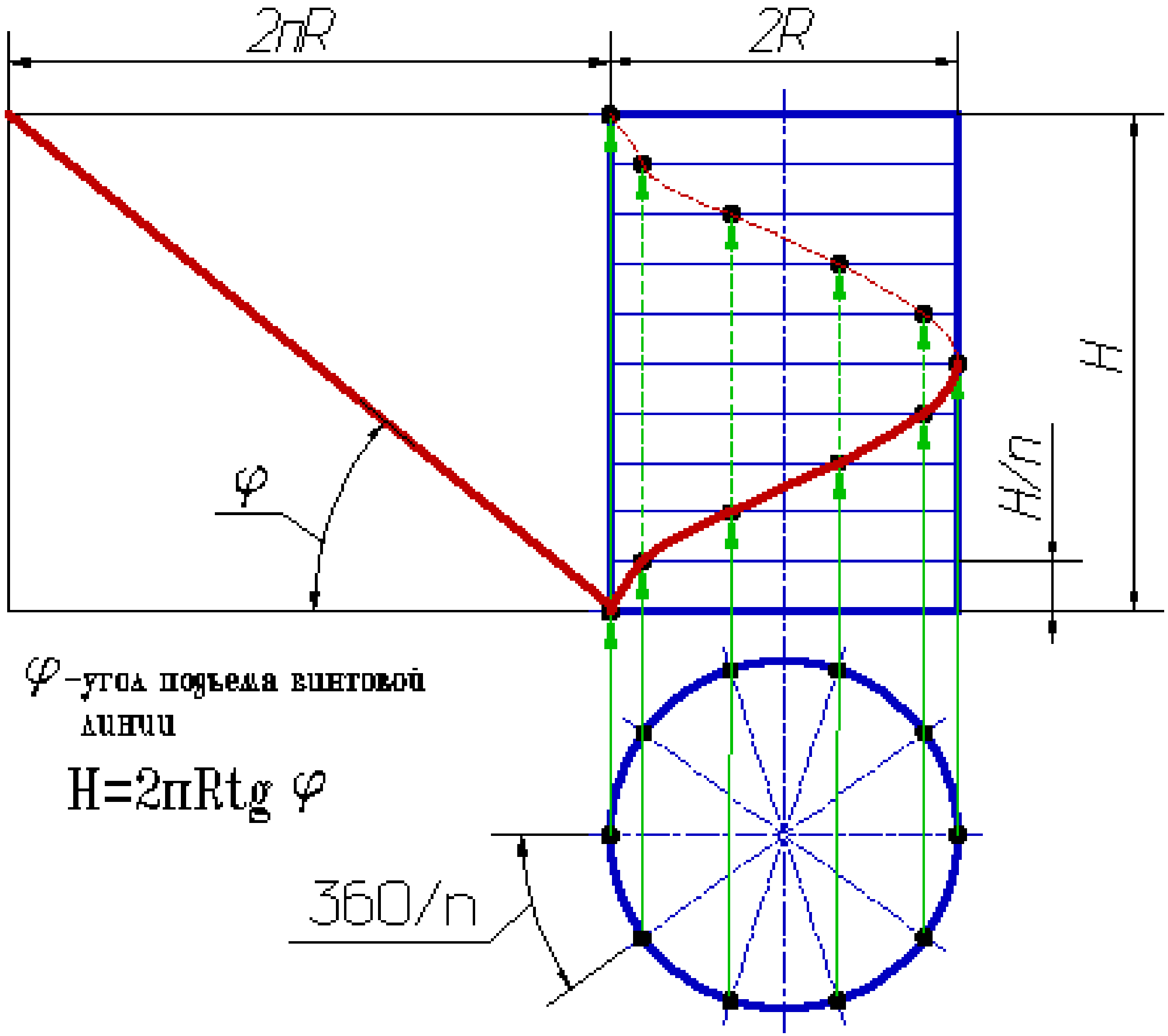
Классическим примером пространственных кривых линий являются **цилиндрическая и коническая винтовые линии**.

Смещение точки вдоль образующей за один оборот называется ***шагом*** цилиндрической винтовой линии.

Цилиндрическая винтовая линия



Цилиндрическая винтовая линия



φ – угол подъема винтовой линии

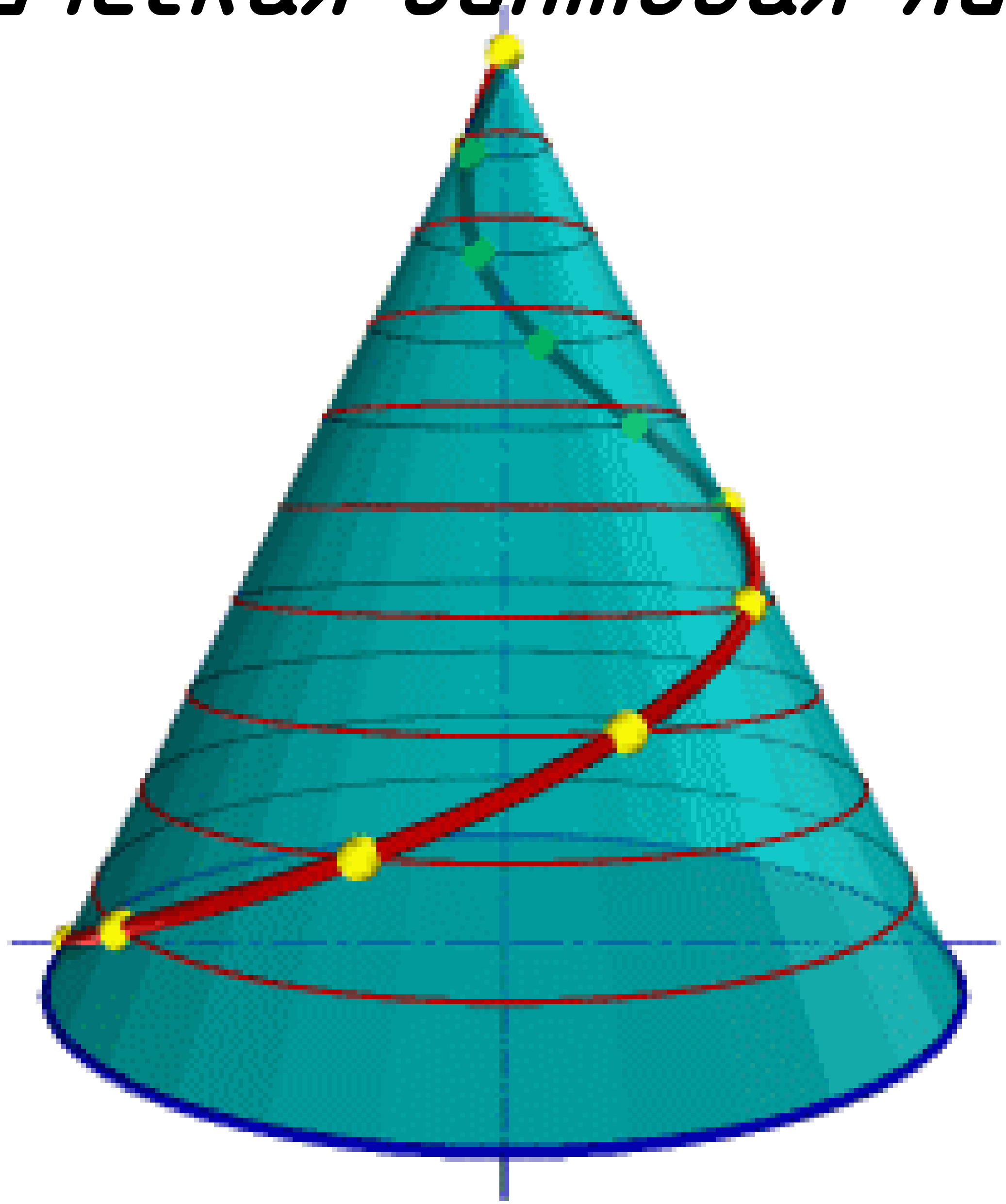
$$H = 2\pi R \operatorname{tg} \varphi$$

Коническая винтовая линия

- линию описывает точка, которая движется по какой-либо образующей прямого кругового конуса, вращающегося вокруг своей оси так, что путь пройденный точкой по образующей все время равен углу поворота конуса.

Проекция на ось конуса смещения точки вдоль образующей за один оборот называется шагом конической винтовой линии. Горизонтальной проекцией конической винтовой линии является спираль Архимеда – одна из плоских кривых линий.

Коническая винтовая линия



Коническая винтовая линия