

## Определители 2, 3, n-го порядков

Определителем 2-го порядка, соответствующим квадратной матрице  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  2-го порядка, называется число, равное

$$a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} \text{ и обозначаемое } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}.$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}.$$

Определитель матрицы  $A$  обозначается  $\Delta A$ , или  $|A|$ , или  $\det A$  и читается соответственно дельта  $A$ , или определитель матрицы  $A$ , или детерминант матрицы  $A$ .

Элементы  $a_{11}$ ,  $a_{22}$  образуют главную диагональ определителя,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$  — побочную. Схема вычисления определителя 2-го порядка представлена на рис. 2.

Рис. 2

Пример 1.5. Вычислить определитель  $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ .

Решение

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 4(-3) = 16.$$

Ответ: 16.

Пример 1.6. Вычислить определитель  $\Delta = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$ .

Решение

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} = \cos \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha \cdot \sin \alpha = \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Ответ:  $\cos 2\alpha$ .

Определителем 3-го порядка, соответствующим квадратной матрице

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \text{ 3-го порядка, называется число, равное}$$

$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{21}a_{12}a_{33}$ ,  
и обозначаемое

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{21}a_{12}a_{33}.$$

Схема вычисления определителя 3-го порядка по правилу треугольников (правилу Саррюса) представлена на рис. 3.

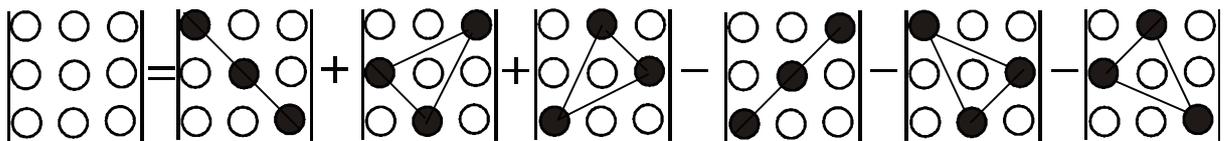


Рис. 3

Пример 1.7. Вычислить определитель  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ .

Решение

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \\ -5 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 \cdot (-1) + (-2) \cdot 2 \cdot 0 + 2 \cdot 4 \cdot (-5) - (-5) \cdot 3 \cdot 0 -$$

$$-2 \cdot 4 \cdot 1 - (-2) \cdot 2 \cdot (-1) = -3 - 40 - 8 - 4 = -55.$$

Ответ:  $-55$ .

Пример 1.8. Найдите, при каком значении  $n$  определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & n & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} \text{ равен нулю.}$$

*Решение*

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & m & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 10m + 4 - 18 - 2m - 6 + 60 = 8m + 40;$$

$$\Delta = 0, 8m + 40 = 0, m = -\frac{40}{8} = -5.$$

При  $m = -5$  определитель равен нулю.

*Ответ:*  $-5$ .

Определителем  $n$ -го порядка, соответствующим квадратной матрице размерности  $(n \times n)$ , называется число, найденное по определенному закону, представляющему из себя сумму  $n!$  слагаемых.