## МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

Для обеспечения непрерывного и эффективного функционирования практически любой организации необходимо создание запасов, например, в производственном процессе, торговле, медицинском обслуживании и т.д. В зависимости от ситуации под запасами могут подразумеваться: готовая продукция, сырье, полуфабрикаты, станки, инструмент, транспортные средства, наличные деньги и др. Неверный расчет необходимых запасов может привести как к незначительному ущербу (потеря части дохода от дефицита товара), так и к катастрофическим последствиям (при ошибочной оценке запасов топлива на самолете)

К экономическому ущербу приводит как чрезмерное наличие запасов, так и их недостаточность. Так, если некоторая компания имеет товарные запасы, то капитал, овеществленный в этих товарах, замораживается. Этот капитал, который нельзя использовать, представляет для компании потерянную стоимость в форме невыплаченных процентов или неиспользуемых возможностей инвестирования. Кроме того, запасы, особенно скоропортящиеся продукты, требуют создания специальных условий для хранения. Для этого необходимо выделить определенные площади, нанять персонал, застраховать запасы. Все это влечет определенные издержки. С другой стороны чем меньше уровень запаса, тем больше вероятность возникновения дефицита, что может принести убытки вследствие потери клиентов, остановки производственного процесса и т.д. Кроме того, при малом уровне запасов приходится часто поставлять новые партии товара, что приводит к большим затратам на доставку заказов.

Отсюда следует важность разработки и использования математических моделей, позволяющих найти оптимальный уровень запасов, минимизирующий сумму всех описанных видов издержек.

Математические модели управления запасами (УЗ) позволяют найти оптимальный уровень запасов некоторого товара, минимизирующий суммарные затраты на покупку, оформление и доставку заказа, хранение товара, а также убытки от его дефицита. Модель Уилсона является простейшей моделью УЗ и описывает ситуацию закупки продукции у внешнего поставщика, которая характеризуется следующими допущениями:

* интенсивность потребления является априорно известной и постоянной величиной;
* заказ доставляется со склада, на котором хранится ранее произведенный товар;
* время поставки заказа является известной и постоянной величиной;
* каждый заказ поставляется в виде одной партии;
* затраты на осуществление заказа не зависят от размера заказа;
* затраты на хранение запаса пропорциональны его размеру;
* отсутствие запаса (дефицит) является недопустимым

*Входные параметры Модели Уилсона:*

– интенсивность потребления запаса, [ед. товара / ед. времени];

s – затраты на хранение запаса, [ден. ед. / ед. товара \* ед. времени];

K – затраты на осуществление заказа, [ден. ед.].

*Выходные параметры:*

Q – размер заказа, [ед. тов.];

– период поставки, [ед. времени];

L – общие затраты на управление запасами в единицу времени, [ден. ед./ ед.]

времени];

h0 – точка заказа [ед. тов.].

Очередная партия запаса должна приходить в момент, когда запас на складе опускается в точности до 0. В момент поставки размер запаса поднимается вверх на величину поставки Q и затем расходуется с постоянной интенсивностью . Величина определяет угол наклона прямых на графике.

Поскольку интенсивность постоянна, то наклонные прямые параллельны.

Размер партии и длина цикла связаны соотношением

Q = νT. *(11)*

Типичная динамика величины складского запаса V во времени

представлена ниже на графике (рис.13).



*Рисунок 13.* График циклов изменения запасов в модели Уилсона

Можно пополнять запас большими партиями через длинные промежутки времени, а можно малыми партиями и через короткие промежутки. Задача в том, чтобы определить оптимальный размер партии (и, соответственно, оптимальную длину цикла)

**Формулы модели Уилсона**

 *(12)*

где  – оптимальный размер заказа в модели Уилсона;

 *(13)*

При коротких циклах (частые поставки небольшими партиями) затраты будут значительными за счет первого слагаемого. При длинных циклах (редкие поставки крупными партиями) – за счет второго.

Поставка партии на склад требует определенного времени.

Обозначим ***срок поставки*** (***период упреждения***) посредством Тд.

Для того, чтобы заказанная партия поступила точно в требуемый момент, заказ следует подавать заранее, за время Тд до этого момента. В момент поступления объем запаса должен быть равен 0. Следовательно, в момент подачи заказа объем запаса на складе должен составлять величину h0:

h0 Tд *(14)*

 *(15)*

Модель Уилсона, используемую для моделирования процессов закупки продукции у внешнего поставщика, можно модифицировать и применять в случае собственного производства продукции.

*Входные параметры модели планирования экономичного размера партии*

 – интенсивность производства продукции первым станком, [ед.тов./ед.t];

 – интенсивность потребления запаса, [ед.тов./ед.t];

s – затраты на хранение запаса, [];

K – затраты на осуществление заказа, включающие подготовку (переналадку) первого станка для производства продукции, потребляемой на втором станке, [руб.];

 – время подготовки производства (переналадки), [ед.t].

*Выходные параметры модели планирования экономичного размера партии*

Q – размер заказа, [ед.тов.];

L – общие затраты на управление запасами в единицу времени, [руб./ед.t];

 – период запуска в производство партии заказа, т.е. время между включениями в работу первого станка, [ед.t];

 – точка заказа, т.е.размер запаса, при котором надо подавать заказ на производство очередной партии, [ед.тов.].

##### Формулы модели экономичного размера партии

 или , *(16)*

где \* – означает оптимальность размера заказа;

 или ; *(17)*

 или ; *(18)*

; *(19)*

. *(20)*

Основная сложность при решении задач по УЗ состоит в правильном определении входных параметров задачи, поскольку не всегда в условии их числовые величины задаются в явном виде. При использовании формул модели УЗ необходимо внимательно следить за тем, чтобы все используемые в формуле числовые величины были согласованы по единицам измерения. Так, например, оба параметра s и  должны быть приведены к одним и тем же временных единицам (к дням, к сменам или к годам), параметры K и s должны измеряться в одних и тех же денежных единицах и т.д.

Если в модели управления запасами учитываются затраты на покупку товара, то уравнение общих затрат имеет вид

[руб./ед.t], *(21)*

где с – цена товара [руб./ед.тов.];  – затраты на покупку товара в единицу времени [руб./ед.t]. Если цена закупки складируемого товара постоянна и не зависит от Q, то ее включение в уравнение общих затрат приводит к перемещению графика этого уравнения параллельно оси Q и не изменяет его формы (см. рис.14). То есть в случае постоянной цены товара ее учет не меняет оптимального решения .



*Рисунок 14.* График затрат на УЗ с учетом затрат на покупку

Если на заказы большого объема предоставляются скидки, то заказы на более крупные партии повлекут за собой увеличение затрат на хранение, но это увеличение может быть компенсировано снижением закупочной цены. Таким образом, оптимальный размер заказа может изменяться по сравнению с ситуацией отсутствия скидок. Поэтому затраты на приобретение товара необходимо учитывать в модели покупок со скидками.

*Новые входные параметры модели, учитывающей скидки*

,  – **точки разрыва цен**, т.е. размеры покупок, при которых начинают действовать соответственно первая и вторая скидки, [ед.тов.];

с, ,  – соответственно исходная цена, цена с первой скидкой, цена со второй скидкой, [руб./ед.тов.].

Влияние единственной скидки на общие затраты на УЗ показано на рис.15.



*Рисунок 14.* График затрат с учетом скидок: a); b); с) 

Чтобы определить оптимальный размер заказа  в этой ситуации надо проанализировать в какую из трех областей попадает точка разрыва цены (рис.15). Для этого применяется следующий алгоритм.

1. Определить  по формуле Уилсона (12).
2. **Если**  (область I),

**то**  (рис.15 а));

**иначе** найти значение , при котором общие затраты, рассчитанные для цен C и  совпадают, для этого надо решить уравнение .

1. **Если**  (область II),

**то**  (рис.15 b)).

1. **Если**  (область III),

**то**  (рис.15 c)).

Более кратко правило выбора  можно записать в виде:

 (22)

При решении задач с двумя скидками сначала находится оптимальный объем заказа с учетом первой скидки, а затем рассматривается вторая скидка, т.е. обе подзадачи решаются по правилу (22).

***Задание 38***

Объем продажи некоторого магазина составляет в год 500 упаковок супа в пакетах. Величина спроса равномерно распределяется в течение года. Цена покупки одного пакета равна 20 руб. За доставку заказа владелец магазина должен заплатить 200 руб. Время доставки заказа от поставщика составляет 12 рабочих дней (при 6-дневной рабочей неделе). По оценкам специалистов, издержки хранения в год составляют 40 руб. за один пакет. Необходимо определить: сколько пакетов должен заказывать владелец магазина для одной поставки; частоту заказов; точку заказа. Известно, что магазин работает 300 дней в году.

***Решение***

Примем за единицу времени год, тогда  шт. пакетов в год,  руб.,  . Поскольку пакеты супа заказываются со склада поставщика, а не производятся самостоятельно, то будем использовать модель Уилсона.

 штук.

Поскольку число пакетов должно быть целым, то будем заказывать по 158 штук. При расчете других параметров задачи будем использовать не , а Q=158. Годовые затраты на УЗ равны

 рублей в год.

Подачу каждого нового заказа должна производиться через

 года.

Поскольку известно, что в данном случае год равен 300 рабочим дням, то

 рабочих дней.

Заказ следует подавать при уровне запаса, равном

 пакетам,

т.е. эти 20 пакетов будут проданы в течение 12 дней, пока будет доставляться заказ.

***Задание 39***

На некотором станке производятся детали в количестве 2000 штук в месяц. Эти детали используются для производства продукции на другом станке с интенсивностью 500 шт. в месяц. По оценкам специалистов компании, издержки хранения составляют 50 коп. в год за одну деталь. Стоимость производства одной детали равна 2,50 руб., а стоимость на подготовку производства составляет 1000 руб. Каким должен быть размер партии деталей, производимой на первом станке, с какой частотой следует запускать производство этих партий?

***Решение***

 руб.,  шт. в месяц или 24000 шт. в год,  шт. в месяц или 6000 шт. в год,  руб. в год за деталь. В данной ситуации необходимо использовать модель планирования экономичного размера партии.

 шт.

Частота запуска деталей в производство равна

 года или 11,28 месяцев.

Общие затраты на УЗ составляют

 руб. в год.