Понятие n- мерного вектора и векторного пространства

n-мерный вектор — упорядоченная совокупность n действительных чисел

$\overline{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$,

где *x* — i-ая компонента вектора $\overline{x}$

- *Два n-мерных вектора равны* тогда и только тогда, когда равны их соответствующие компоненты $\overline{x} = \overline{y} \Leftrightarrow x_i = y_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$.
- *Сумма двух векторов* $\overline{x}$ и $\overline{y}$ одинаковой размерности называется вектор $\overline{z} = \overline{x} + \overline{y}$, компоненты которого $z_i = x_i + y_i$ $i = 1, 2, \ldots, n$.
- *Произведением вектора* $\overline{x}$ *на действительное число* λ называется вектор $\overline{u} = \lambda\overline{x}$, компоненты которого $u_i = \lambda x_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

Свойства линейных операций

1. $\overline{x} + \overline{y} = \overline{y} + \overline{x}$

2. $\left(\overline{x} + \overline{y}\right) + \overline{z} = \overline{x} + \left(\overline{y} + \overline{z}\right)$

3. $\alpha\left(\beta\overline{x}\right) = (\alpha\beta)\overline{x}$

4. $\alpha\left(\overline{x} + \overline{y}\right) = \alpha\overline{x} + \alpha\overline{y}$

5. $(\alpha + \beta)\overline{x} = \alpha\overline{x} + \beta\overline{x}$

6. Существует нулевой вектор $\overline{0} = (0, 0, ..., 0)$ такой, что для любого вектора $\overline{x}$ $\overline{x} + \overline{0} = \overline{x}$.

7. Для любого вектора $\overline{x}$ существует противоположный вектора $-\overline{x}$ такой, что $\overline{x} + \left(-\overline{x}\right) = \overline{0}$.

8. $1 \cdot \overline{x} = \overline{x}$.

- Множество векторов с действительными компонентами, в котором определены операции сложения векторов и умножения вектора на число, удовлетворяющее 8 свойствам (аксиомам), называется *векторным пространством.*

Если элементами множества являются объекты другой природы, то оно называется *линейным пространством.*

Примеры

1) R — множество действительных чисел — линейное пространство.

2) R^n — множество матриц-столбцов с n строками — линейное пространство.

3) N — множество натуральных чисел — не является линейным пространством. (нет $\overline{0}$, $-\overline{x}$.