Угол между прямыми

Пусть даны две прямые: $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$. Найдем угол между ними. Под углом между прямыми мы подразумеваем тот наименьший угол, на который надо повернуть одну из прямых вокруг точки пересечения в направлении против хода часовой стрелки до совпадения ее с другой прямой. Как видно из рис. 7, искомый угол $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Воспользовавшись известной из тригонометрии формулой, получим

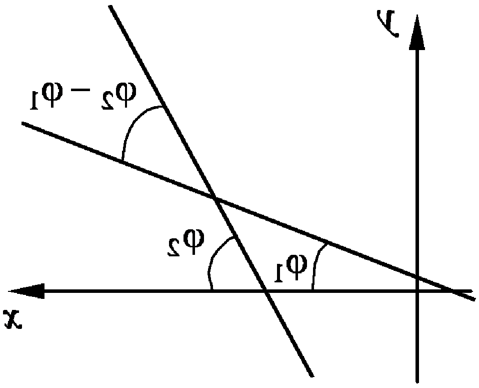

Рис. 7.

$$tg\varphi = tg(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{tg\varphi_2 - tg\varphi_1}{1 + tg\varphi_2 \cdot tg\varphi_1},$$

а так как $tg\varphi_1 = k_1$, $tg\varphi_2 = k_2$, то

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2 \cdot k_1}. \quad (1.15) \qquad (1.15)$$

Формулой (1.15) пользуются для определения угла между прямыми.

Если прямые параллельны, то $\varphi_1 = \varphi_2$ и, следовательно,

$$k_1 = k_2, \qquad (1.16)$$

т. е. *у параллельных прямых - равные угловые коэффициенты.*

Воспользуемся тем, что $\dfrac{1}{tg\varphi} = ctg\varphi$ и перепишем (1.15) в виде

$$ctg\varphi = \frac{1 + k_1 \cdot k_2}{k_2 - k_1}.$$

Если прямые перпендикулярны, то $\varphi = 90^0$, $ctg90^0 = 0$, откуда $1 + k_1k_2 = 0$ и

$$k_1k_2 = -1 \qquad \text{или} \qquad k_2 = -\frac{1}{k_1}, \qquad (1.17)$$

т. е. *угловые коэффициенты перпендикулярных прямых обратны по величине и противоположны по знаку.*

Пример 6. Прямые $y = -2x + 3$ и $y = \frac{1}{2} \cdot x - 7$ перпендикулярны, так как $k_1 = -2$, $k_2 = \frac{1}{2}$ и $k_1 k_2 = -1$.

Пример 7. Найти угол между прямыми $y = \frac{x}{2} - 1$ и $y = 3x + 2$.

Решение. Так как $k_1 = \frac{1}{2}$, $k_2 = 3$ то, согласно (1.17) $tg\varphi = \frac{3 - 0,5}{1 + 3 \cdot 0,5} = 1$, а угол $\varphi = 45^0$.