МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РФ
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ
ФГОУ ВПО КОСТРОМСКАЯ ГСХА

Кафедра
информационных технологий в электроэнергетике

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПАКЕТ MATHCAD

Учебно-методическое пособие
для студентов инженерных специальностей
очной и заочной форм обучения

2-е издание, стереотипное

КОСТРОМА
КГСХА
2009

УДК 681.3
ББК 32.973
М 34

Составители: сотрудники кафедры информационных технологий в электроэнергетике Костромской ГСХА ст. преподаватель *С.В. Николаева*, ассистент *Н.В. Кромкина*.

Рецензент: доцент кафедры физики Костромской ГСХА *П.В. Кузьмин*.

Рекомендовано к изданию методической комиссией факультета электрификации и автоматизации сельского хозяйства, протокол № 3 от 19 марта 2007 года.

М 34 **Математический пакет MathCAD** : учебно-методическое пособие для студентов инженерных специальностей очной и заочной форм обучения / сост. С.В. Николаева, Н.В. Кромкина. — 2-е изд., стереотип. — Кострома : КГСХА, 2009. — 62 с.

В издании содержатся основные сведения о математическом пакете MathCAD, изложены приемы работы с графикой, рассмотрены способы решения уравнений и систем уравнений, а также приведены примеры и задания для самостоятельного выполнения.

Пособие предназначено для практических занятий по «Информатике» и самостоятельного изучения студентами инженерных специальностей очной и заочной форм обучения.

УДК 681.3
ББК 32.973

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Существует довольно много специальных математических программ (MathLAB, Maple, Mathematica и прочие), но, несомненно, самой популярной и признанной является MathCAD. И для этого есть несколько объективных причин.

Универсальность. Большинство других программ, как правило, довольно узкопрофильны. Есть программы, специализирующиеся на решении систем линейных уравнений, численном поиске корней более сложных выражений, построении графиков и работы с массивами. Математический пакет MathCAD способен в значительной мере справиться с задачами из всех областей применения математики.

Наглядность. Принцип построения интерфейса MathCAD определяется формулой What you see is what you get — что вы видите, то и получите. То есть интеграл или производная в MathCAD — это привычные математические значки, а не специальная, значительно снижающая наглядность решения функция. Эту особенность оценят те, кому приходилось решать задачи при помощи языков программирования — ведь понять суть решения в этом случае мог лишь владеющий подобными навыками человек. Документ MathCAD же можно смело подшивать к докладу или дипломной работе — такое решение будет понятно абсолютно всем.

MathCAD — это программа, позволяющая работать в очень тесной интеграции с другими системами (Word, Excel, AutoCAD и пр.), эффективно использовать Web-технологии. Это позволяет максимально эффективно и быстро решать поставленную задачу. Кроме того, в MathCAD встроена очень широкая справочная база с множеством примеров, подсказок и качественной системой поиска.

1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ПАКЕТЕ MATHCAD

1.1. Рабочее окно MathCAD

Загрузка системы осуществляется двойным щелчком по соответствующему ярлыку на рабочем столе.

Прежде чем перейти к изучению большого количества возможностей MathCAD, рассмотрим элементы его окна.

- *Главное меню* является воротами к математическим выражениям, графике, функциям и обеспечивает команды, посредством которых происходит управление рабочими листами и их редактирование (рис. 1.1).

Рис. 1.1. Главное меню

- *Панель инструментов* является другой кнопочной панелью, которая обеспечивает ярлыки для многих общих задач, от открытия рабочего листа и сохранения файла до проверки правильности написания и выдачи списка встроенных функций (рис. 1.2).

Рис. 1.2. Панель инструментов

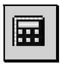
- Панель *Форматирование* позволяет выбирать текстовые и математические шрифты (рис. 1.3).

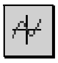
Рис. 1.3. Панель Форматирование

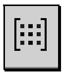
- Панель *Математика* (рис. 1.4).

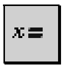
Рис. 1.4. Панель Математика

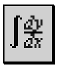
При щелчке на кнопке панели *Математика* открывается дополнительная панель:

 — панель калькулятора

 — панель графики

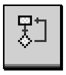
 — панель векторов и матриц

 — панель оценки

 — панель исчислений

 — булевая панель

 — панель греческих символов

 — панель программирования

1.2. Элементы языка MathCAD

К основным элементам математических выражений MathCAD относятся операторы, константы, переменные, массивы и функции.

1.2.1. Операторы

Операторы — элементы MathCAD, с помощью которых можно создавать математические выражения. К ним, например, относятся символы арифметических операций, знаки вычисления сумм, произведений, производной, интеграла и т.д.

Оператор определяет:

а) действие, которое должно выполняться при наличии тех или иных значений операндов;

б) сколько, где и какие операнды должны быть введены в оператор.

Операнд — число или выражение, на которое действует оператор.

Например, в выражении 5!+3 числа 5! и 3 — операнды оператора «+» (плюс), а число 5 — операнд факториала (!).

Любой оператор в MathCAD можно ввести двумя способами:

- нажав клавишу (сочетание клавиш) на клавиатуре;
- используя математическую панель.

Для присвоения или вывода содержимого ячейки памяти, связанной с переменной, используются следующие операторы:

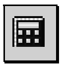
:= *знак присвоения* — такое присвоение называется *локальным,* до этого присваивания переменная не определена и ее нельзя использовать (вводится нажатием двоеточия в английской раскладке клавиатуры или нажатием соответствующей кнопки на панели *Калькулятор*);

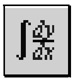
≡ *глобальный оператор присвоения* — это присвоение может производиться в любом месте документа, к примеру, если переменной присвоено таким образом значение в самом конце документа, то она будет иметь это же значение и в начале документа;

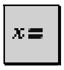
= *оператор приближенного равенства* (жирное равно) используется при решении систем уравнений, вводится нажатием точки с запятой в английской раскладке клавиатуры или нажатием соответствующей кнопки на *Булевой панели*;

= *оператор равенства* (простое равно) отведен для вывода значения константы или переменной.

Процесс вычисления осуществляется при помощи:

 — панель *Калькулятор*

 — панель *Исчислений*

 — панель *Оценка*

> *Внимание.* Если необходимо поделить все выражение в числителе, то его нужно первоначально выделить, нажав пробел на клавиатуре или поместив в скобки.

Задание 1.1. Произведите следующие вычисления:

1) $25+\dfrac{125}{3}$; 3) $\sqrt{18}$; 5) $\dfrac{-6+48}{12}$; 7) $\prod_{i=2}^{10}\left(1-\frac{1}{i!}\right)^2$;

2) $2\,(15+18)$; 4) $\dfrac{0.08-3.52\sqrt{7.62}}{3.32+8.9\sqrt{6.69}}$; 6) $4!$; 8) $\sum_{i=1}^{100}\sum_{j=1}^{i}\dfrac{1}{2j+i}$.

1.2.2. Константы

Константы — поименованные объекты, хранящие некоторые значения, которые не могут быть изменены.

Например, π = 3.14.

Задание 1.2. Выведите на экран значения *e* и *π*.

Размерные константы — это общепринятые единицы измерения. Например, метры, секунды и т.д.

Чтобы записать размерную константу, необходимо после числа ввести знак * (умножить), выбрать пункт меню *Вставка* подпункт *Юнит*.

Среди категорий измерений наиболее известные: *Length* — длина (м, км, см); *Mass* — вес (г, кг, т); *Time* — время (мин, сек, час).

Задание 1.3. Произведите следующие вычисления:

1) 15·25·m; 2) $\dfrac{8500\cdot kg}{1200\cdot kg}$; 3) $\dfrac{60\cdot m}{20\cdot \mathrm{sec}}$.

1.2.3. Переменные

Переменные являются поименованными объектами, имеющими некоторое значение, которое может изменяться по ходу выполнения программы. Переменные могут быть числовыми, строковыми, символьными и т.д. Значения переменным задаются с помощью знака присвоить :=.

> *Внимание.* MathCAD прописные и строчные буквы воспринимает как разные идентификаторы.

Задание 1.4. Дано: $x = 1$, $y = 5$. Найдите сумму a и b, если

$$a = \frac{3 + e^{y-1}}{1 + x^2 |y|}; \qquad b = 1 + |y - x| + \frac{y - x}{2} + \frac{|y - x|^3}{3}.$$

Системные переменные. В MathCAD содержится небольшая группа особых объектов, которые нельзя отнести ни к классу констант, ни к классу переменных, значения которых определены сразу после запуска программы. Их правильнее считать системными переменными. Это, например, TOL [0.001] — погрешность числовых расчетов, ORIGIN [0] — нижняя граница значения индекса индексации векторов, матриц и др. Значения этим переменным при необходимости можно задать другие.

Ранжированные переменные. Эти переменные имеют ряд фиксированных значений либо целочисленных, либо изменяющихся с определенным шагом от начального значения до конечного.

Для создания ранжированной переменной используется выражение

$$Name = N_{begin},(N_{begin} + Step)..N_{end},$$

где $Name$ — имя переменной;
N_{begin} — начальное значение;
$Step$ — заданный шаг изменения переменной;
N_{end} — конечное значение.

Ранжированные переменные широко применяются при построении графиков. Например, для построения графика некоторой функции $f(x)$ прежде всего необходимо создать ряд значений переменной x — для этого она должна быть ранжированной переменной.

> *Внимание.* Если в диапазоне изменения переменной не указывать шаг, то программа автоматически примет его равным 1.

П р и м е р. Переменная x изменяется в диапазоне от –16 до +16 с шагом 0,1.

Чтобы записать ранжированную переменную, нужно ввести:

– имя переменной x;

– знак присвоения :=;

– первое значение диапазона –16;

– запятую;

– второе значение диапазона, которое является суммой первого значения и шага –16+0.1;

– многоточие .. — изменение переменной в заданных пределах (многоточие вводится нажатием точки с запятой в английской раскладке клавиатуры);

– последнее значение диапазона 16.

В результате у вас получится: $x := -16, -16+0.1..16$.

Таблицы вывода. Любое выражение с ранжированными переменными после знака равенства инициирует таблицу вывода (рис. 1.5).

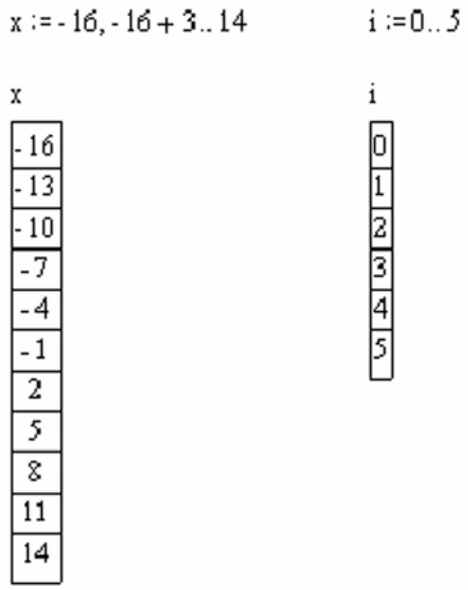


Рис. 1.5. Пример таблицы вывода ранжированных переменных

В таблицы вывода можно и вставлять числовые значения, и корректировать их.

З а д а н и е 1.5. Задайте диапазон изменения переменной z от –10 до 5 с шагом 0,2. Выведите таблицу значений переменной z.

Переменная с индексом. Это переменная, которой присвоен набор не связанных друг с другом чисел, каждое из которых имеет свой номер (индекс).

Ввод индекса осуществляется нажатием левой квадратной скобки на клавиатуре или при помощи кнопки x_n на панели *Калькулятор*.

В качестве индекса можно использовать как константу, так и выражение. Для инициализации переменной с индексом необходимо ввести элементы массива, разделяя их запятыми.

Пример. Ввод индексных переменных.

$i := 0..2$ — индекс изменяется от 0 до 2 (индексная переменная будет содержать 3 элемента).

$$s_1 := \begin{array}{|c|}\hline -2 \\ \hline 2 \\ \hline 5.75 \\ \hline \end{array}$$ — ввод числовых значений в таблицу производится через запятую;

$s_1 = 2$ — вывод значения первого элемента вектора S;

$s_0 = -2$ — вывод значения нулевого элемента вектора S.

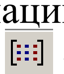
1.2.4. Массивы

Массив — имеющая уникальное имя совокупность конечного числа числовых или символьных элементов, упорядоченных некоторым образом и имеющих определенные адреса.

В пакете MathCAD используются массивы двух наиболее распространенных типов:

– одномерные (векторы);
– двухмерные (матрицы).

Вывести шаблон матрицы или вектора можно одним из способов:

• выбрать пункт меню *Вставка — Матрица*;
• нажать комбинацию клавиш *Ctrl* + *M*;
• нажать кнопку  на *Панели векторов и матриц*.

В результате появится диалоговое окно, в котором задается необходимое число строк и столбцов (рис. 1.6):

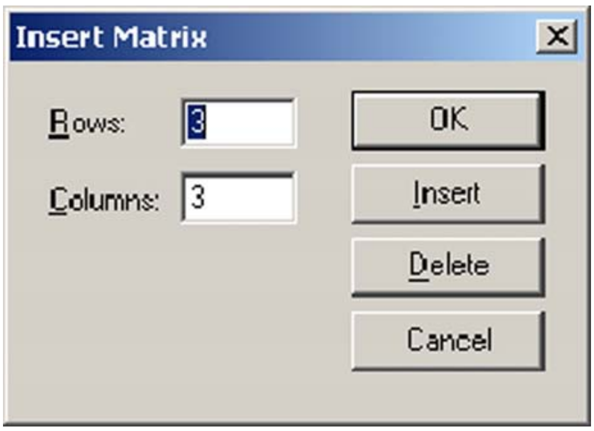


Рис. 1.6.*Диалоговое окно векторов и матриц:*
Rows — число строк; *Columns* — число столбцов

Если матрице (вектору) нужно присвоить имя, то вначале вводится имя матрицы (вектора), затем — оператор присвоения и после — шаблон матрицы (рис. 1.7).

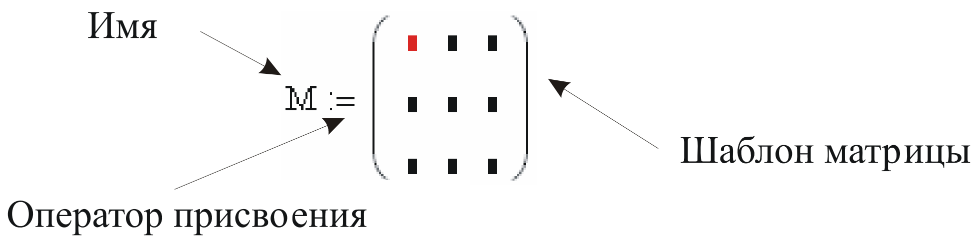


Рис. 1.7. Вид шаблона для ввода значений матрицы

Векторы могут быть двух типов: *векторы-строки* и *векторы-столбцы*.

Например:

$\begin{bmatrix} 12 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}$ — вектор-столбец; $\begin{bmatrix} 12 & 20 & 30 \end{bmatrix}$ — вектор-строка

Несмотря на то, что два этих вектора имеют одни и те же числовые значения элементов, они различны по типу и дадут разные результаты при векторных и матричных операциях.

Задание 1.6. Произведите следующие расчеты:

1) $\begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix} \cdot 2$; 2) (10 20 30) · 2; 3) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -26 \end{pmatrix}$.

Матрица — двухмерный массив с именем $M_{n,m}$, состоящий из n строк и m столбцов.

С матрицами можно выполнять различные математические операции.

Задание 1.7. Даны две матрицы A и B:

$$A := \begin{bmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad B := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Произведите следующие расчеты:

1) $A + B$; 2) $A{\cdot}B$; 3) $2\,A + 5\,B$; 4) $A{\cdot}B - 2B{\cdot}A$; 5) $A{\cdot}B - A^{-1}$;

6) найти $A{\cdot}n$, если $n = 3$;

7) выполнить транспонирование матрицы B: B^{T} (заменить элементы строк на элементы столбцов);

8) выполнить инвертирование (обращение) матрицы A: A^{-1};

9) умножить исходную матрицу A на обратную: $A{\cdot}A^{-1}$;

10) вычислить определитель матрицы B: $|B|$;

11) вычислить след матрицы (сумму ее диагональных элементов): $tr(B)$.

1.2.5. Функции

Функция — выражение, согласно которому производятся некоторые вычисления с аргументами и определяется его числовое значение. Примеры функций: sin(x), tan(x) и др.

Функции в пакете MathCAD могут быть как встроенными, так и определенными пользователем. Способы вставки встроенной функции:

- выбрать пункт меню *Вставка – Функция*;
- нажать комбинацию клавиш Ctrl + E;
- щелкнуть по кнопке $\boxed{f(x)}$ на панели инструментов;
- набрать имя функции на клавиатуре.

Функции пользователя обычно используются при многократных вычислениях одного и того же выражения. Для того чтобы задать функцию пользователя, необходимо:

- ввести имя функции с обязательным указанием в скобках аргумента, например, $f(x)$;
- ввести оператор присвоения (:=);
- ввести вычисляемое выражение.

Пример. $f(z) := \sin(2\,z^2)$

Задание 1.8. Произведите следующие вычисления:

1) $\int\limits_{-1}^{1} x\,tan(x)dx$; 2) $\int\limits_{-1}^{1} \frac{cos(x)}{sin(x)+1}dx$.

3) Найдите значение функции $f(x) = sin(3x^{0,4})$

и ее производной $\frac{d}{dx}f(x)$ при $x = 1$.

1.3. Форматирование чисел

В MathCAD можно изменить формат вывода чисел. Обычно вычисления производятся с точностью 20 знаков, но выводятся на экран не все значащие цифры.

Чтобы изменить формат числа, необходимо дважды щелкнуть на нужном численном результате. Появится окно форматирования чисел, открытое на вкладке *Number Format* (Формат чисел) с нижеследующими форматами.

- *General* (Основной) — принят по умолчанию. Числа отображаются с порядком (например, $1{,}22\cdot10^5$). Число знаков мантиссы определяется в поле *Exponential Threshold* (Порог экспоненциального представления). При превышении порога число отображается с порядком. Число знаков после десятичной точки меняется в поле *Number of decimal places*.

- *Decimal* (Десятичный) — десятичное представление чисел с плавающей точкой (например, 12,2316).
- *Scientific* (Научный) — числа отображаются только с порядком.
- *Engineering* (Инженерный) — числа отображаются только с порядком, кратным трем (например, $1{,}22 \cdot 10^6$).

> *Внимание*. Если после установки нужного формата в окне форматирования чисел выбрать кнопку Ok, формат установится только для выделенного числа. А если выбрать кнопку Set as Default, формат будет применен ко всем числам данного документа.

Автоматически числа округляются до нуля, если они меньше установленного порога. Порог устанавливается для всего документа, а не для конкретного результата. Для того чтобы изменить порог округления до нуля, необходимо выбрать пункт меню *Форматирование – Результат* и во вкладке *Tolerance* в поле *Zero threshold* ввести необходимое значение порога.

Пример. Представление значения выражения $a := e^{10}$ в разных форматах:
$a = 2{,}203 \cdot e^{10}$ — основной (по умолчанию);
$a = 22026{,}466$ — десятичный;
$a = 2{,}203 \cdot 10^4$ — научный;
$a = 22{,}03 \cdot 10^3$ — инженерный.

Задание 1.9

1) Вычислите $\frac{5}{260}$, для результата установите число знаков после запятой, равное 5;
2) вычислите $\frac{0.5}{260}$, для результата выберите десятичный формат.

1.4. Работа с текстом

Текстовые фрагменты представляют собой куски текста, которые пользователь хотел бы видеть в своем документе. Это могут быть пояснения, ссылки, комментарии и т.д. Они вставляются при помощи пункта меню *Вставка – Текстовый регион*.

Задание 1.10. Наберите следующий текст в MathCAD:

> Текстовые фрагменты включают в себя ссылки, пояснения, комментарии и т.д.

Вы можете отформатировать текст: поменять шрифт, его размер, начертание, выравнивание и т.д. Для этого нужно его выделить и выбрать соответствующие параметры на панели шрифтов или в меню *Форматирование – Текст*.

Измените ваш текст, выбрав следующие параметры: шрифт — **Boyarsky**, размер 18 пунктов, цвет зеленый, выравнивание по центру.

1.5. Редактирование объектов MathCAD

Для выделения блока (математического, текстового, графического) надо установить указатель мыши левее и выше выделяемого блока и, удерживая нажатой левую кнопку мыши, растянуть пунктирный прямоугольник (рамку выделения) так, чтобы он охватил нужный объект. Таким образом можно выделить как один, так и несколько блоков. Для выделения всех объектов сразу используется команда *Правка – Выбрать все* или комбинация клавиш CTRL + A.

Копирование, вырезание выделенных блоков в буфер обмена и вставка их из буфера производится при помощи основного меню, контекстного меню, кнопок на панели инструментов и комбинаций клавиш.

Например, для того чтобы скопировать блок с помощью контекстного меню, необходимо:

- выделить блок;
- щелкнуть по выделенному блоку правой кнопкой мыши и выбрать из меню *Копировать* (Copy);
- установить курсор в то место текущего документа (или другого документа), куда вы хотите вставить блок, щелкнуть правой кнопкой мыши и выбрать *Вставить* (Paste).

Перемещение блока внутри документа можно производить с помощью мыши. Для этого необходимо:

- подвести указатель мыши к объекту, чтобы он превратился в изображение черной ладошки;
- нажав левую кнопку мыши, перетащить блок в нужное место.

Перемещение блока в другой документ необходимо производить через буфер обмена, используя команды *Вырезать* и *Вставить*.

Поскольку вырезать, копировать и вставлять объекты приходится часто, полезно запомнить сочетание клавиш для выполнения этих операций:

– вырезать — Ctrl + x;
– копировать — Ctrl + c;
– вставить — Ctrl + v;
– отмена предыдущего действия — Ctrl + z.

Задание 1.11. Скопируйте первый пример в конец документа. Переместите второй пример в начало документа.

1.6. Форматирование математических выражений

При изменении математических шрифтов MathCAD различает *переменные* и *константы*, и это позволяет применять к ним различные параметры форматирования. Форматирование математических выражений происходит аналогично форматированию текста. Необходимо выделить переменную или константу математического выражения и, используя *Панель шрифтов*, произвести необходимые изменения для шрифта.

Задание 1.12. С помощью форматирования приведите математическое выражение

$$\prod_{i=2}^{100}\frac{(i+1)}{i+2}=0,029$$

к следующему виду:

$$\prod_{i=\underline{\mathbf{2}}}^{\underline{\mathbf{100}}}\left(\frac{i+\underline{\mathbf{1}}}{i+\underline{\mathbf{2}}}\right)=\underline{\mathbf{0.029}}$$

1.7. Сохранение и открытие документа

Для того чтобы сохранить документ, необходимо:

- выбрать в меню *Файл – Сохранить как*;
- в появившемся окне в поле Папка выбрать нужный диск и папку, в поле *Имя файла* ввести имя файла, например m135 (расширение .mcd система проставляет автоматически), и нажать кнопку *Сохранить*.

Для открытия сохраненного документа необходимо:

- загрузить MathCAD;
- в меню выбрать *Файл – Открыть*;
- в появившемся окне в поле *Папка* выбрать нужный диск и папку и найти свой файл.

Задание 1.13. Закройте программу, предварительно сохранив свой файл.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое оператор и операнд? Приведите примеры.
2. Какие виды констант и переменных есть в системе MathCAD?
3. Как задаются размерные константы?
4. Какие системные переменные вам известны? Как узнать их значение? Как изменить их значение?
5. Как задать ранжированную переменную с произвольным шагом? Какой шаг по умолчанию?
6. Как задаются и вводятся индексные переменные?
7. Как задаются функции пользователя в системе MathCAD?
8. Как изменить формат чисел для всего документа и для отдельного выражения?
9. Как вставить встроенную функцию в документ MathCAD?
10. Какие виды массивов в MathCAD вам известны?
11. Опишите способы создания массивов в MathCAD.
12. Как вставить текстовую область в документ MathCAD?

2. РАБОТА С ГРАФИКОЙ

При решении многих задач, где производится исследование функции, часто возникает необходимость в построении ее графика, где наглядно будет отражено поведение функции на определенном промежутке.

В системе MathCAD существует возможность построения различных видов графиков: в декартовой и полярной системе координат, трехмерных графиков, поверхностей тел вращения, многогранников, пространственных кривых, графиков векторного поля. Мы рассмотрим приемы построения некоторых из них.

2.1. Построение двухмерных графиков

Для построения двухмерного графика функции необходимо:

- задать диапазон значений аргумента;
- задать функцию;
- установить курсор в то место, где должен быть построен график, на математической панели выбрать кнопку *Graph* (График) и в открывшейся панели кнопку *X-Y Plot* (двухмерный график);
- в появившемся шаблоне двухмерного графика, представляющем собой пустой прямоугольник с метками данных, в центральную метку данных по оси абсцисс (ось *X*) ввести имя переменной, а на месте центральной метки данных по оси ординат (ось *Y*) ввести имя функции (рис. 2.1);
- щелкнуть мышью вне шаблона графика — график функции будет построен.

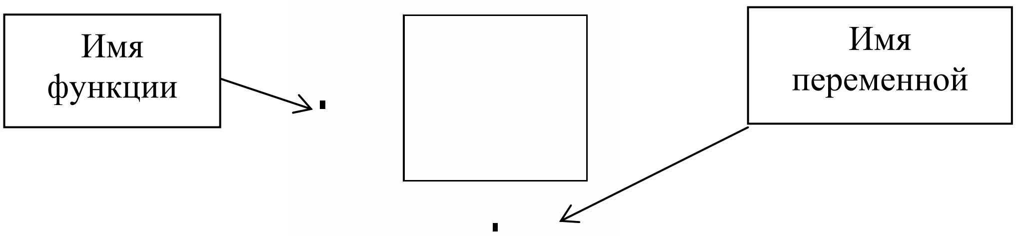


Рис. 2.1. Шаблон двухмерного графика

Диапазон изменения аргумента состоит из 3-х значений: начальное, второе и конечное.

Пусть необходимо построить график функции на интервале [–2, 2] с шагом 0,2. Значения переменной *t* задаются в виде диапазона следующим образом:

$$t := -2, -1.8..2,$$

где –2 — начальное значение диапазона;

–1.8 — второе значение диапазона (–2 + 0,2 — начальное значение плюс шаг);

2 — конечное значение диапазона.

Внимание. Многоточие вводится нажатием точки с запятой в английской раскладке клавиатуры.

П р и м е р. Построение графика функции $y = x^2$ на интервале [–5, 5] с шагом 0,5 (рис. 2.2).

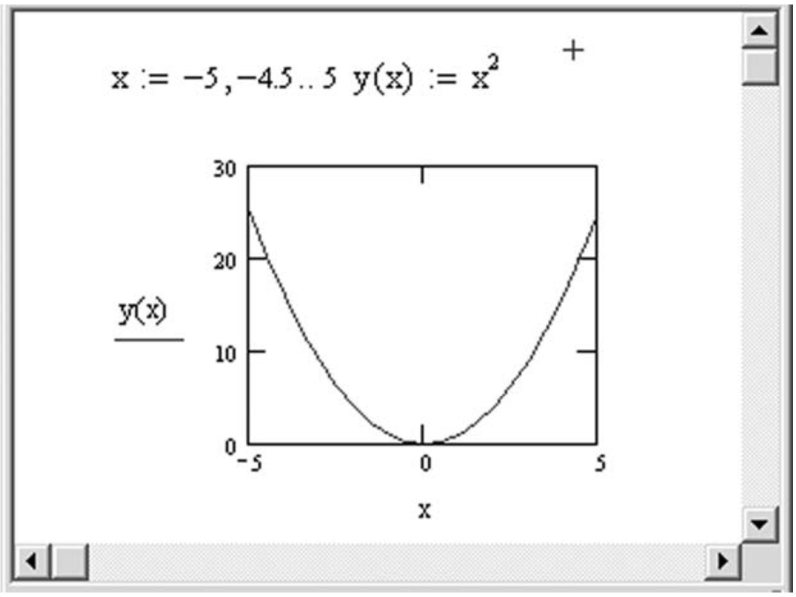


Рис. 2.2. Построение графика функции $y = x^2$

При построении графиков необходимо учитывать следующее:

- если диапазон значений аргумента не задан, то по умолчанию график строится в диапазоне [–10, 10];
- если в одном шаблоне необходимо разместить несколько графиков, то имена функций указываются через запятую;
- если две функции имеют различные аргументы, например $f_1(x)$ и $f_2(y)$, то на оси ординат (Y) через запятую указываются имена функций, а по оси абсцисс (X) — имена обеих переменных тоже через запятую;
- крайние метки данных на шаблоне графика служат для указания предельных значений абсцисс и ординат, т.е. они задают масштаб графика. Если оставить эти метки незаполненными, то масштаб будет установлен автоматически. Автоматический масштаб не всегда отражает график в нужном виде, поэтому предельные значения абсцисс и ординат приходится редактировать, изменяя вручную.

Примечание. Если после построения график не принимает нужный вид, можно:
– уменьшить шаг;
– изменить интервал построения графика;
– уменьшить на графике предельные значения абсцисс и ординат.

П р и м е р. Построение окружности с центром в точке (2, 3) и радиусом $R = 6$.

Уравнение окружности с центром в точке с координатами (x_0,y_0) и радиусом R записывается в виде

$$\left(x - x_0\right)^2 + \left(y - y_0\right)^2 = R^2.$$

Выразим из этого уравнения y:

$$\left(y - y_0\right)^2 = R^2 - \left(x - x_0\right)^2$$

$$y - y_0 = \pm\sqrt{R^2 - \left(x - x_0\right)^2}$$

$$y = \pm\sqrt{R^2 - \left(x - x_0\right)^2} + y_0.$$

Таким образом, для построения окружности необходимо задать две функции: верхнюю и нижнюю полуокружности. Диапазон значений аргумента вычисляется следующим образом:

– начальное значение диапазона = $x_0 - R$;

– конечное значение диапазона = $x_0 + R$;

– шаг лучше взять равным 0,1 (рис. 2.3.).

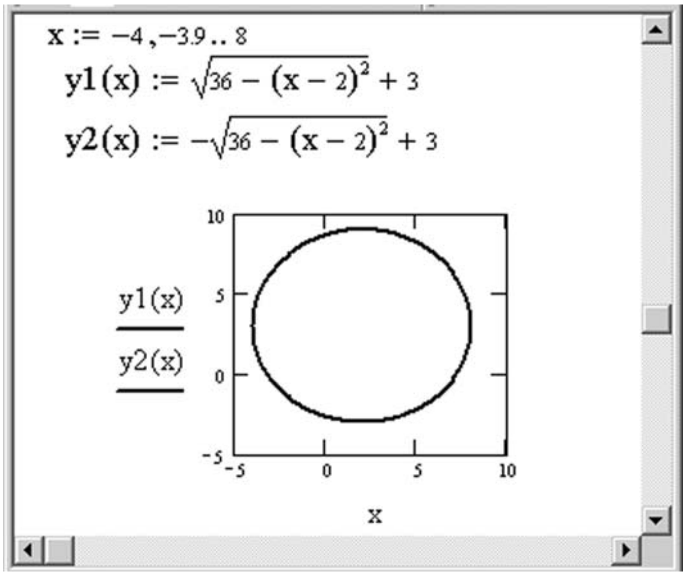


Рис. 2.3. Построение окружности

Задание 2.1. Построить графики элементарных функций. Пределы изменения значений аргумента x задать самостоятельно.

1) $y = exp(-0{,}1 - x)$;	4) $y = 3x^4 + 2x^2 + 1$;	7) $y = x^3 + 2x^2 + x$;
2) $y = \dfrac{x+3}{x-2}$;	5) $y = \dfrac{\log(x+2)}{4}$;	8) $y = \dfrac{x}{x^2 + 3x + 1}$;
3) $y = 4\sin(3x - \pi/3)$;	6) $y = 2\cos(x - 4)$;	9) $y = \tan(\pi/4 - x)$.

2.1.1. Параметрический график функции

Иногда бывает удобнее вместо уравнения линии, связывающего прямоугольные координаты x и y, рассматривать так называемые параметрические уравнения линии, дающие выражения текущих координат x и y в виде функций от некоторой переменной величины t (параметра): $x(t)$ и $y(t)$. При построении параметрического графика на осях ординат и абсцисс указываются имена функций одного аргумента.

Пример. Построение окружности с центром в точке с координатами (2, 3) и радиусом $R = 6$. Для построения используется параметрическое уравнение окружности $x = x_0 + R\cos(t)$, $y = y_0 + R\sin(t)$ (рис. 2.4.).

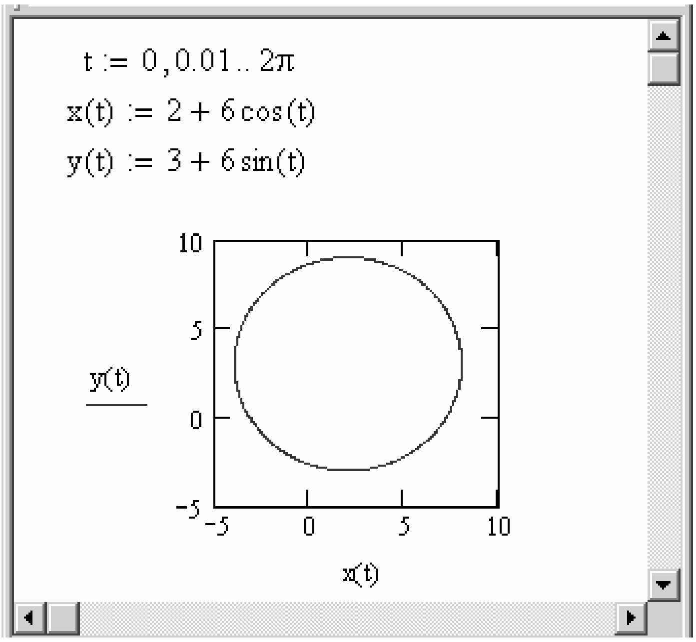


Рис. 2.4. Построение окружности

Задание 2.2. Построить графики функций, заданных параметрически:
1) $x = t^2$, $y = 2t$ (парабола);
2) $x = t - \sin(t)$, $y = (1 - \cos(t))$ (циклоида);
3) $x = 5(\cos(t))^2 + 2\cos(t)$, $y = 5\cos(t)\sin(t) + 2\sin(t)$ (улитка Паскаля).

2.1.2. Форматирование графиков

Чтобы отформатировать график, необходимо дважды щелкнуть по области графика. Откроется диалоговое окно форматирования графика. Ниже перечислены вкладки окна форматирования графика:

■ ***X-Y Axes*** — форматирование осей координат.

Установив нужные флажки, можно:

- *Log Scale* — представить численные значения на осях в логарифмическом масштабе (по умолчанию численные значения наносятся в линейном масштабе);
- *Grid Lines* — нанести сетку линий;
- *Numbered* — расставить числа по координатным осям;
- *Auto Scale* — автоматический выбор предельных численных значений на осях (если этот флажок снят, предельными будут максимальные вычисленные значения);

- *Show Marker* — нанесение меток на график в виде горизонтальных или вертикальных пунктирных линий, соответствующих указанному значению на оси, причем сами значения выводятся в конце линий (на каждой оси появляются 2 места ввода, в которые можно ввести численные значения, не вводить ничего, ввести одно число или буквенные обозначения констант);
- *Auto Grid* — автоматический выбор числа линий сетки (если этот флажок снят, надо задать число линий в поле Number of Grids);
- *Crossed* — ось абсцисс проходит через нуль ординаты;
- *Boxed* — ось абсцисс проходит по нижнему краю графика.

■ **Trace** — форматирование линии графиков функций.

Для каждого графика в отдельности можно изменить:
- символ (*Symbol*) на графике для узловых точек (кружок, крестик, прямоугольник, ромб);
- вид линии (*Solid* — сплошная, *Dot* — пунктир, *Dash* — штрихи, *Dadot* — штрих-пунктир);
- цвет линии (*Color*);
- тип (*Type*) графика (*Lines* — линия, *Points* — точки, *Bar* или *Solidbar* — столбики, *Step* — ступенчатый график и т.д.);
- толщину линии (Weight).

■ **Label** — заголовок в области графика. В поле *Title* (Заголовок) можно записать текст заголовка, выбрать его положение — вверху или внизу графика (*Above* — вверху, *Below* — внизу). Можно вписать, если надо, названия аргумента и функции (*Axis Labels*).

■ **Defaults** — с помощью этой вкладки можно вернуться к виду графика, принятому по умолчанию (*Change to default*), либо сделанные вами изменения на графике использовать по умолчанию для всех графиков данного документа (*Use for Defaults*).

П р и м е р. На рисунке 2.5 приведен пример форматирования графиков:
– во вкладке *X-Y Axes* установлены флажки: *Numbered*, *Auto Grid*, *Show Marker*, в поле *Axes Style* выбрано *Crossed*;
– во вкладке *Traces для trace 1* были установлены значения: вид линии — *solid,* цвет линии — *red*, тип графика — *lines*, толщина линии — 2. Для trace 2 были установлены значения: цвет линии — *blk*, тип графика — *points*, толщина линии — 3;

– во вкладке *Label* в поле *Title* введен заголовок: Пример форматирования графика, выбрано положение — вверху графика (*Above*) (при этом обязательно должно быть выбрано *Show title* — показывать заголовок). Вписаны названия аргумента и функции;
– на самом графике на появившемся месте меток по оси абсцисс были введены значения –3 и 3.

Рис. 2.5. Пример форматирования графиков

Задание 2.3. Вернитесь к построенным графикам. На всех графиках проведите ось абсцисс через нуль ординаты, измените вид, цвет, тип и толщину линий, введите заголовки для графиков.

2.2. Построение полярных графиков

Для построения полярного графика функции необходимо:
- задать диапазон значений аргумента;
- задать функцию;
- установить курсор в то место, где должен быть построен график, на математической панели выбрать кнопку *Graph* (график) и в открывшейся панели кнопку *Polar Plot* (полярный график);
- в местах ввода появившегося шаблона необходимо ввести угловой аргумент функции (внизу) и имя функции (слева).

П р и м е р . Построение лемнискаты Бернулли: $\rho = \sqrt{2cos(2\varphi)}$ (рис. 2.6.).

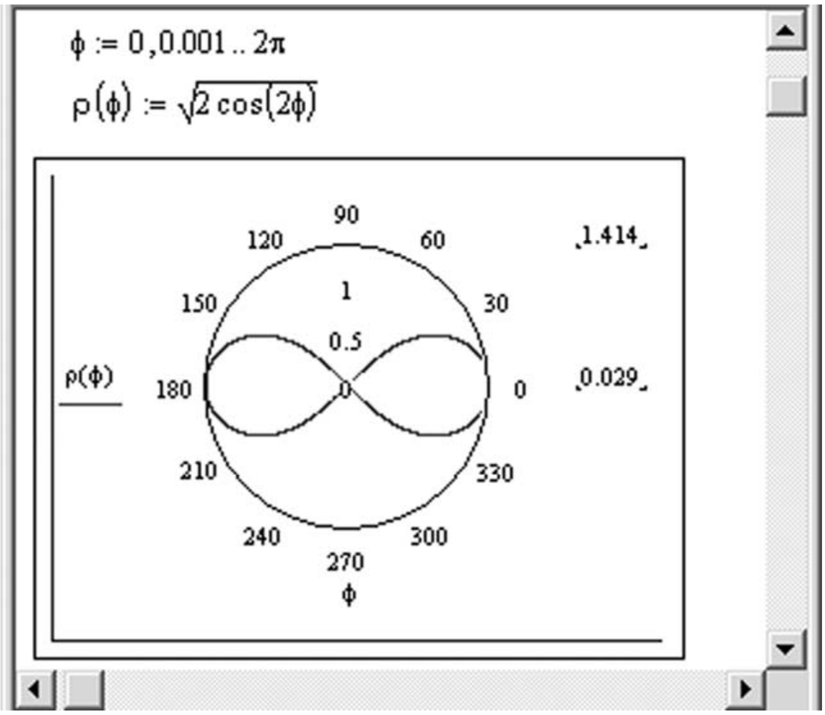


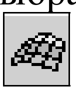
Рис. 2.6. Пример построения полярного графика

З а д а н и е 2 . 4 . Построить графики в полярной системе координат:
1) $\rho = 10cos(\varphi) + 5$ (улитка Паскаля);
2) $\rho = 5\sqrt{\varphi} + 2$ (параболическая спираль).

2.3. Построение графиков поверхностей (трехмерные или 3D-графики)

При построении трехмерных графиков используется панель *Graph* (График) математической панели. Можно построить трехмерный график с помощью мастера, вызываемого из главного меню; можно построить график, создав матрицу значений функции двух переменных; можно задействовать ускоренный метод построения; можно вызвать специальные функции *CreateMech* и *CreateSpase*, предназначенные для создания массива значений функции и построения графика. Мы рассмотрим ускоренный метод построения трехмерного графика.

2.3.1. Быстрое построение графика

Для быстрого построения трехмерного графика функции необходимо:
- задать функцию;
- установить курсор в то место, где должен быть построен график, на математической панели выбрать кнопку *Graph* (График) и в открывшейся панели кнопку  (Поверхностный график);

- в единственное место шаблона введите имя функции (не указывая переменные);
- щелкнуть мышью вне шаблона графика — график функции будет построен.

П р и м е р. Построение графика функции $z(x, y) = x^2 + y^2 - 30$ (рис. 2.7).

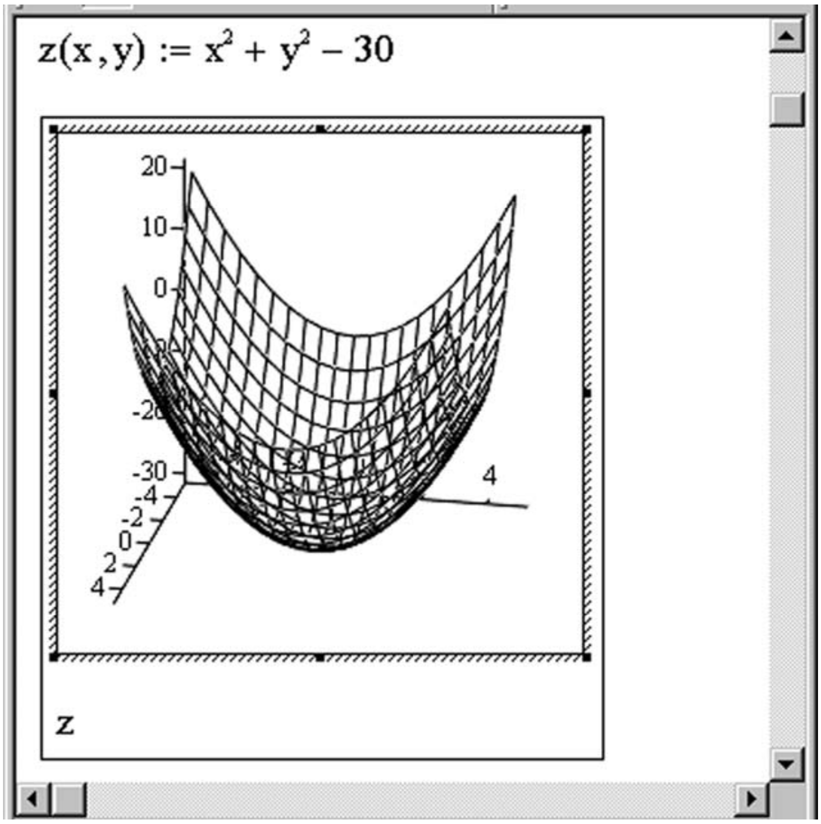


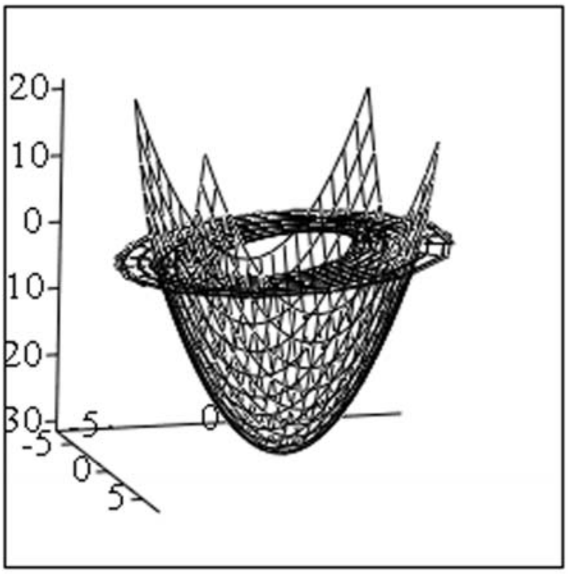
Рис. 2.7. Пример быстрого построения поверхностного графика

Построенным графиком можно управлять:

- вращение графика выполняется после наведения на него указателя мыши при нажатой левой кнопке мыши;
- масштабирование графика выполняется после наведения на него указателя мыши при одновременном нажатии левой кнопки мыши и клавиши Ctrl (если двигать мышь, график приближается или удаляется);
- анимация графика выполняется аналогично, но при нажатой дополнительно клавише Shift. Необходимо только начать вращение графика мышью, дальше анимация будет выполняться автоматически. Для остановки вращения следует щелкнуть левой кнопкой мыши внутри области графика.

Существует возможность построения сразу нескольких поверхностей на одном рисунке. Для этого необходимо задать обе функции и через запятую указать имена функций на шаблоне графика (рис. 2.8).

$$G(a,b) := \begin{bmatrix} (5+2\cdot\cos(a))\cdot\cos(b) \\ (5+2\cdot\cos(a))\cdot\sin(b) \\ 2\cdot\sin(b) \end{bmatrix} \qquad Z(x,y) := x^2 + y^2 - 30$$



Z,G

Рис. 2.8. Пример построения двух поверхностей на одном рисунке

При быстром построении графика по умолчанию выбираются значения обоих аргументов в пределах от –5 до +5 и число контурных линий, равное 20. Для изменения этих значений необходимо:

- дважды щелкнуть по графику;
- в открывшемся окне выбрать вкладку *Quick Plot Data*;
- ввести новые значения в области окна *Range1* — для первого аргумента и *Range2* — для второго аргумента (*start* — начальное значение, *end* — конечное значение);
- в поле # of Grids изменить число линий сетки, покрывающих поверхность;
- щелкнуть на кнопке Ок.

П р и м е р . Построение графика функции $z(x, y) = -\sin(x^2 + y^2)$ (рис. 2.9).

При построении этого графика пределы изменения значений обоих аргументов лучше выбрать от –2 до +2.

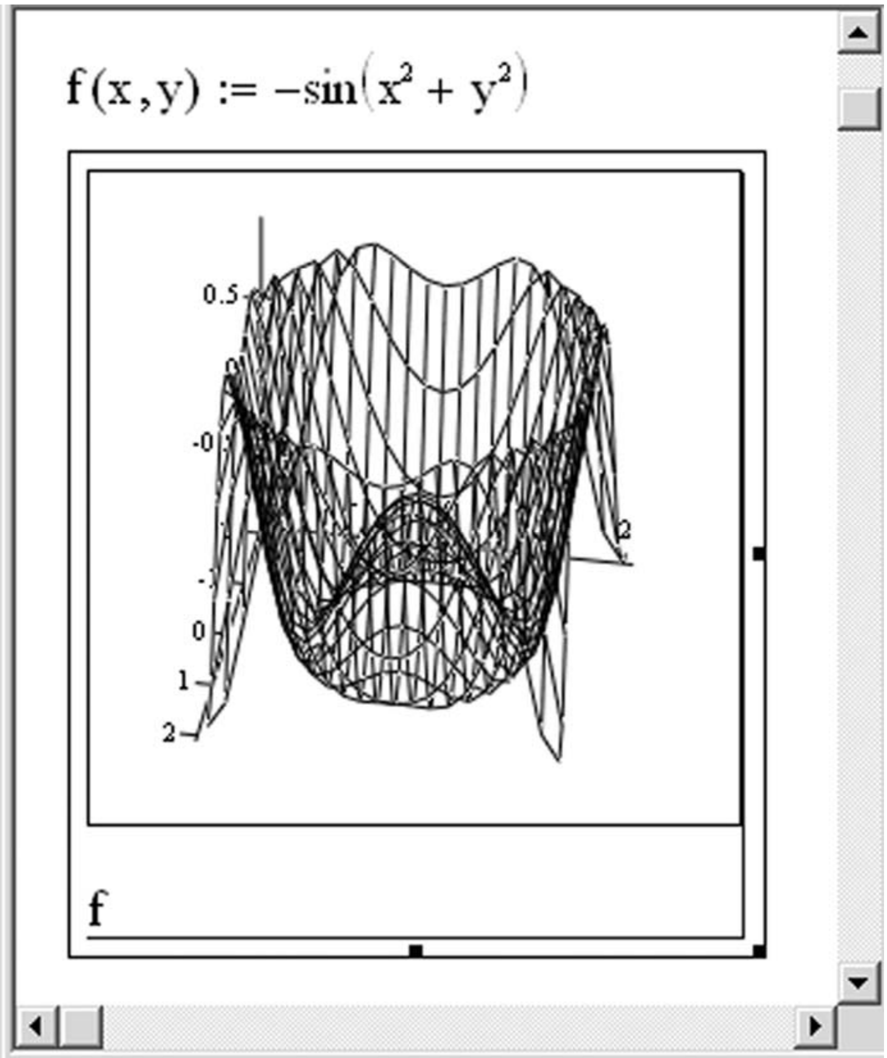


Рис. 2.9. Пример построения графика
функции $z(x,y) = -\sin(x^2 + y^2)$

2.3.2. Форматирование трехмерных графиков

Для форматирования графика необходимо дважды щелкнуть по области построения — появится окно форматирования с несколькими вкладками: *Appearance*, *General*, *Axes*, *Lighting*, *Title*, *Backplanes*, *Special*, *Advanced*, *Quick Plot Data*.

Назначение вкладки *Quick Plot Data* было рассмотрено выше.

Вкладка *Appearance* позволяет менять внешний вид графика. Поле *Fill Options* позволяет изменить параметры заливки, поле *Line Option* — параметры линий, *Point Options* — параметры точек.

Во вкладке *General* **(**Общие) в группе *View* можно выбрать углы поворота изображенной поверхности вокруг всех трех осей; в группе *Display as* можно поменять тип графика.

Во вкладке *Lighting* (Освещение) можно управлять освещением, установив флажок *Enable Lighting* (Включить освещение) и переключатель *On* (Включить). Одна из 6-ти возможных схем освещения выбирается в списке *Lighting scheme* (Схема освещения).

Задание 2.5. Построить трехмерные графики:

1) $f(x,y)=(x^2y^2)$. Для данного графика выбрать зеленую заливку, красные линии, схема освещения 4.

2) $f(x,y)=sin(x+y)$. Для данного графика изменить пределы изменения первого аргумента от 0 до 2.5, второго аргумента — от 0 до 1.4. Число контурных линий выбрать 10.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие виды графиков строит система MathCAD?
2. Как задается диапазон изменения переменной при построении графика?
3. На каком интервале строится график по умолчанию?
4. Как построить графики: поверхности; полярный; декартовый?
5. Как построить несколько графиков в одной системе координат?
6. Как произвести форматирование графика?
7. Как изменить масштаб графика?
8. Как изменить пределы значений переменных при построении поверхностного графика?

3. СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ В MATHCAD

В данном разделе мы узнаем, каким образом в системе MathCAD решаются простейшие уравнения вида $F(x) = 0$. Решить уравнение аналитически — значит найти все его корни, т.е. такие числа, при подстановке которых в исходное уравнение получим верное равенство. Решить уравнение графически — значит найти точки пересечения графика функции с осью *OX*.

3.1. Решение уравнений с помощью функции *root*(*f*(*x*),*x*)

Для решений уравнения с одним неизвестным вида $F(x) = 0$ существует специальная функция

root(f(x),x),

где $f(x)$ — выражение, равное нулю;

x — аргумент.

Эта функция возвращает с заданной точностью значение переменной, при котором выражение $f(x)$ равно 0.

> *Внимание*. Если правая часть уравнения $\neq 0$, то необходимо привести его к нормальному виду (перенести все в левую часть).

Перед использованием функции *root* необходимо задать аргументу x начальное приближение. Если корней несколько, то для отыскания каждого корня необходимо задавать свое начальное приближение.

> *Внимание*. Перед решением желательно построить график функции, чтобы проверить, есть ли корни (пересекает ли график ось Ox), и если есть, то сколько. Начальное приближение можно выбрать по графику поближе к точке пересечения.

Пример. Решение уравнения $x^3 = 15x$ с помощью функции *root* представлено на рисунке 3.1. Перед тем как приступить к решению в системе MathCAD, в уравнении все перенесем в левую часть. Уравнение примет вид: $x^3 - 15x = 0$.

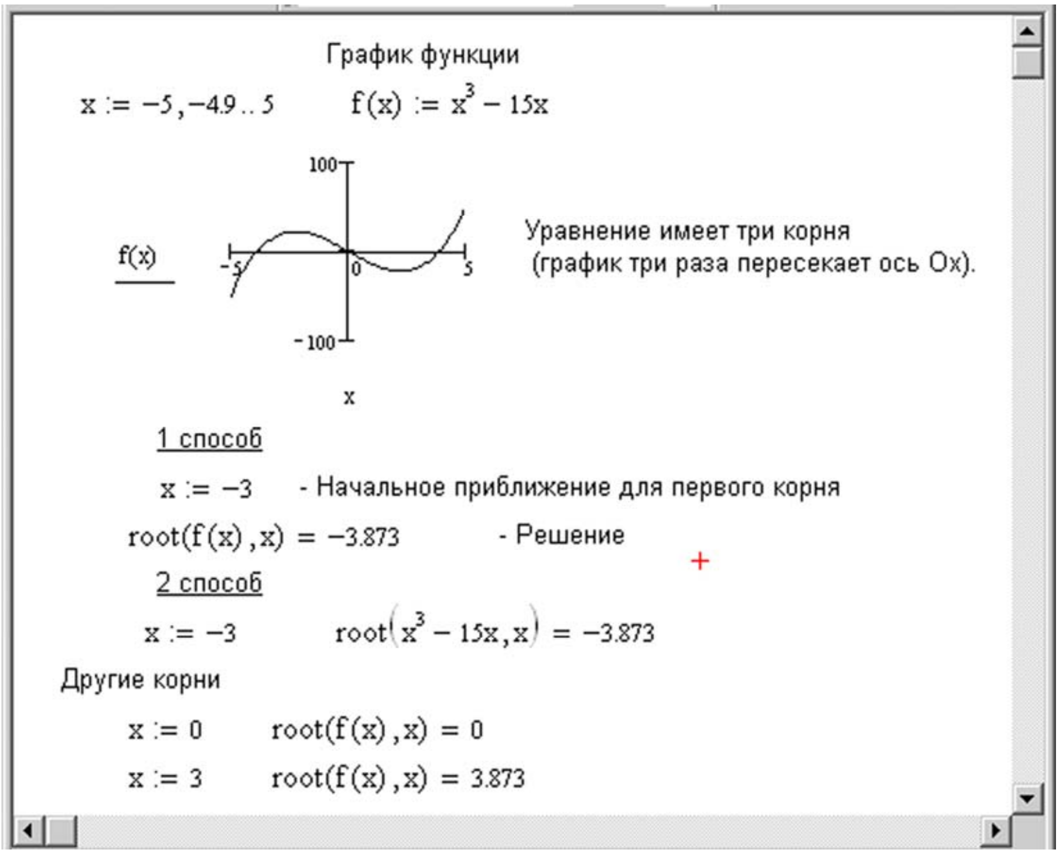


Рис. 3.1. Решение уравнения
при помощи функции root

3.2. Решение уравнений с помощью функции Polyroots(v)

Для одновременного нахождения всех корней полинома используют функцию *Polyroots(v),* где *v* — вектор коэффициентов полинома, начиная со свободного члена. Нулевые коэффициенты опускать нельзя. В отличие от функции *root,* функция *Polyroots* не требует начального приближения.

П р и м е р. Решение уравнения $0,75x^3 - 8x + 5 = 0$ с помощью функции *Polyroots* представлено на рисунке 3.2.

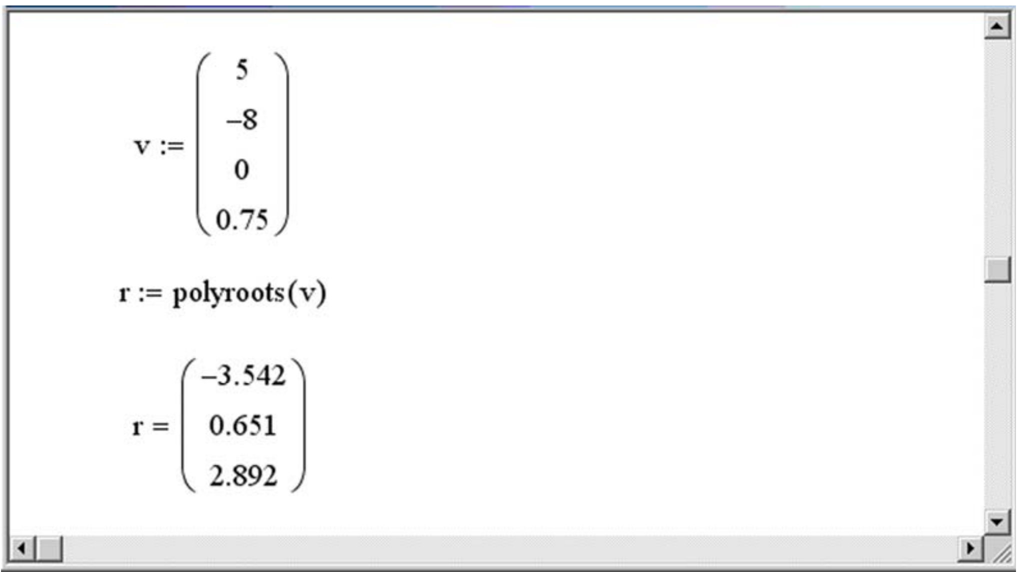


Рис. 3.2. Решение уравнения с помощью функции Polyroots

3.3. Решение уравнений с помощью функции Find(x)

Функция *Find* (Найти) работает в ключевой связке с ключевым словом *Given* (Дано). Конструкция *Given – Find* использует расчетную методику, основанную на поиске корня вблизи точки начального приближения, заданной пользователем.

Если задано уравнение $f(x) = 0$, то его можно решить следующим образом с помощью блока *Given – Find*:

– задать начальное приближение

$$x := x0;$$

– ввести служебное слово

Given;

– записать уравнение, используя знак *жирное равно*

$$f(x) = 0;$$

– написать функцию *Find* с неизвестной переменной в качестве параметра

$$Find(x) =$$

В результате, после знака равно выведется найденный корень.

Если существует несколько корней, то их можно найти, меняя начальное приближение $x0$ на близкое к искомому корню.

Пример. Решение уравнения $x^2 + 8 = e^x$ с помощью функции *Find* представлено на рисунке 3.3.

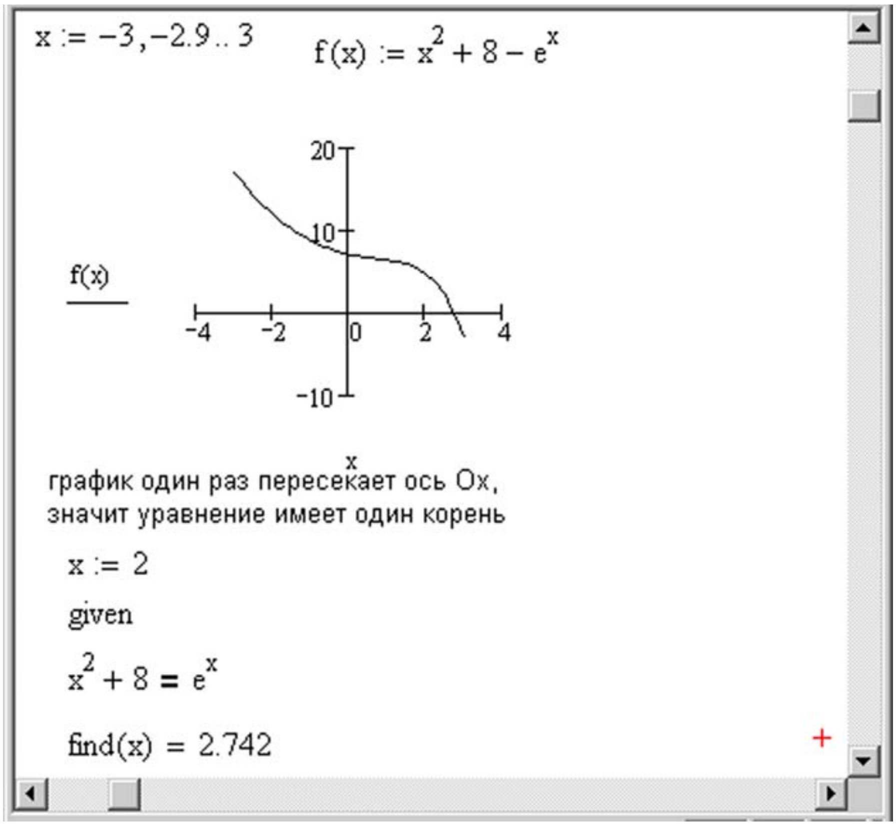


Рис. 3.3. Решение уравнения с помощью функции *Find*

Иногда возникает необходимость отметить на графике какие-либо точки (например, точки пересечения функции с осью *Ox*). Для этого необходимо:

- указать значение x данной точки (по оси *Ox*) и значение функции в этой точке (по оси *Oy*);
- дважды щелкнуть по графику и в окне форматирования во вкладке *Traces* для соответствующей линии выбрать тип графика — *points*, толщину линии — 2 или 3.

Пример. На графике отмечена точка пересечения функции $f(x) = x^2 + 8 - e^x$ с осью *Ox*. Координата x этой точки была найдена в предыдущем примере: $x = 2{,}742$ (корень уравнения $x^2 + 8 - e^x = 0$) (рис. 3.4).

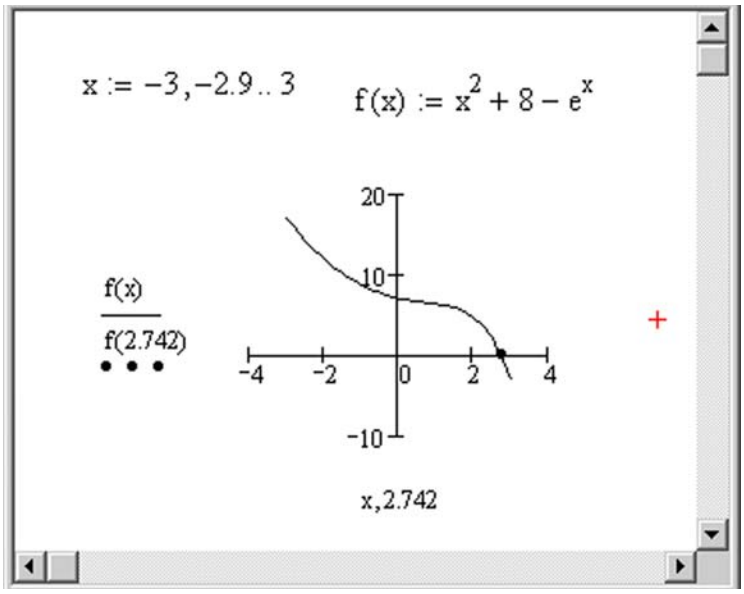


Рис. 3.4. График функции $f(x) = x^2 + 8 - e^x$
с отмеченной точкой пересечения

В окне форматирования графика во вкладке *Traces* для *trace2* изменены: тип графика — *points*, толщина линии — 3, цвет — черный.

Задание 3.1. Решить каждое уравнение всеми тремя способами, рассмотренными выше, на графиках отметить найденные точки пересечения с осью *Ox*:

1) $2x^3 - 2x^2 - 3x + 5 = 0$;
2) $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x - 96 = 0$;
3) $x^2 - 10x + 21 = 0$;
4) $2y^3 - 3y^2 + 2y - 3 = 0$;
5) $4x^4 - 14x^2 - 3 = 0$;
6) $4x^2 - 12x - 24 = 0$.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие функции для решения уравнений в MathCAD вы знаете?
2. Какие особенности использования функции root?
3. Как выбирается начальное приближение?
4. Как создается вектор для решения уравнения с помощью функции Polyroots?
5. Опишите структуру блока решения уравнения с помощью функции Find.

4. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

4.1. Решение систем линейных уравнений

Систему линейных уравнений можно решить *матричным методом* (или через обратную матрицу, или используя функцию *lsolve*(A,B)) и с использованием двух функций *Find* и функции *Minerr*.

4.1.1. Матричный метод

Пример. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 5 \\ 5x_1 + 4x_2 = 3 \end{cases}.$$

Решение данной системы уравнений матричным методом представлено на рисунке 4.1.

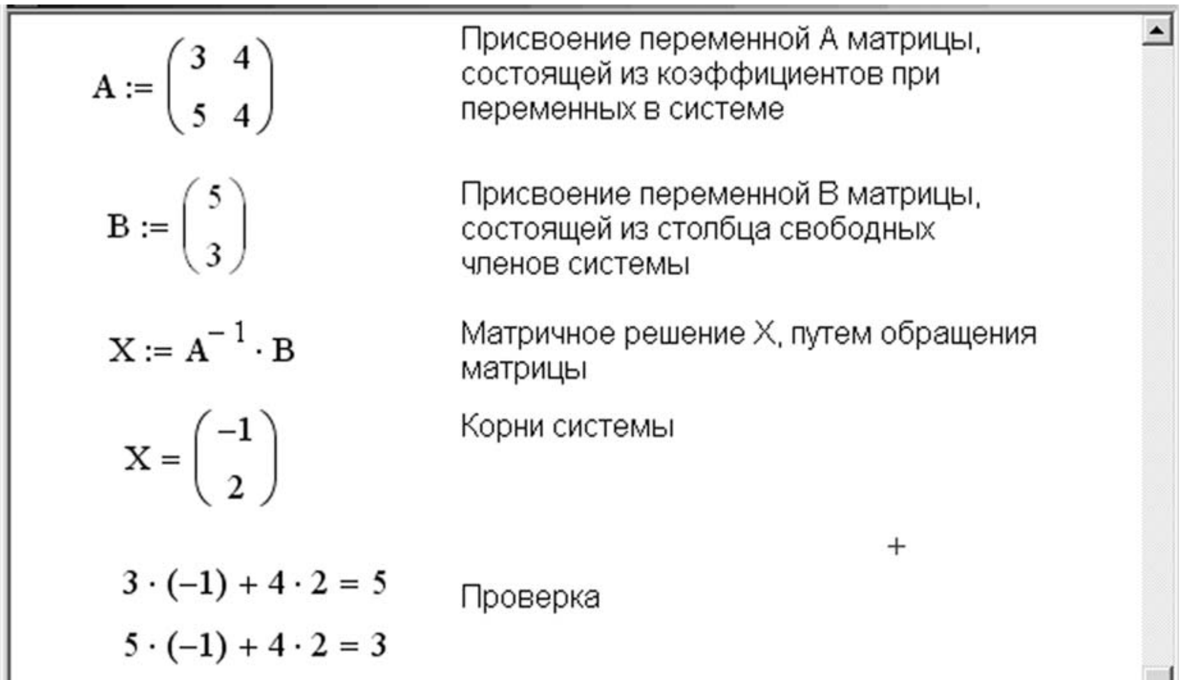


Рис. 4.1. Решение системы линейных уравнений матричным методом

4.1.2. Использование функции lsolve(A,B)

Lsolve(A,B) — это встроенная функция, которая возвращает вектор X для системы линейных уравнений $A \cdot X = B$ при заданной матрице коэффициентов A и векторе свободных членов B.

П р и м е р . Дана система уравнений:

$$\begin{cases} 1,2357x_1 + 2,1742x_2 - 5,4834x_3 = 1 \\ 6,0696x_1 - 6,2163x_2 - 4,6921x_3 = 1 \\ 3,4873x_1 + 6,1365x_2 - 4,7483x_3 = 1 \end{cases}.$$

Способ решения данной системы с использованием функции *lsolve*(*A,B*) приведен на рисунке 4.2.

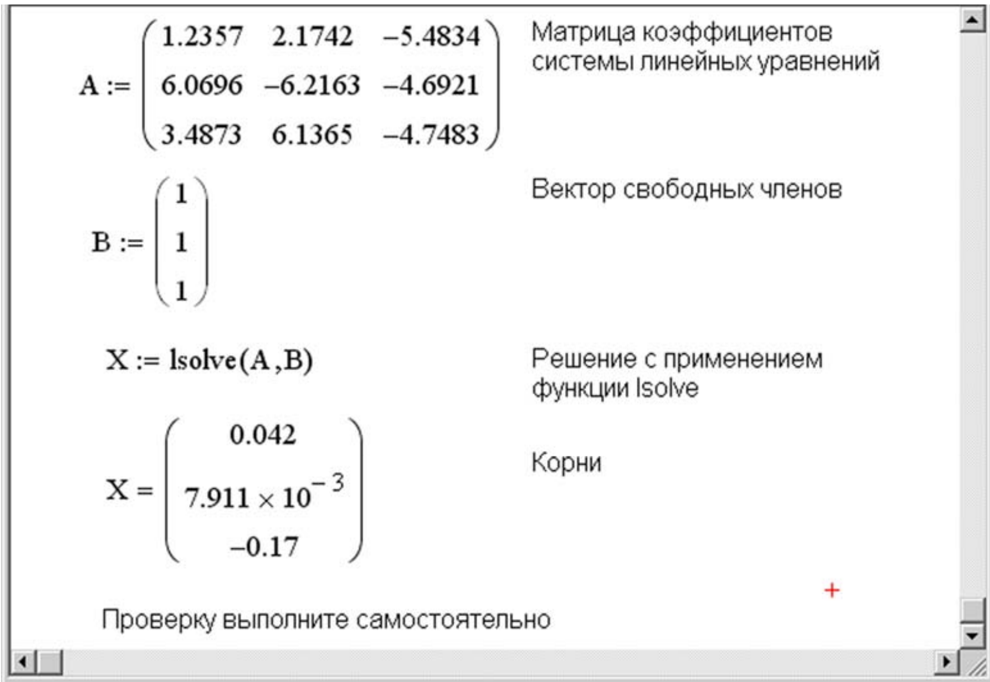


Рис. 4.2. Решение системы линейных уравнений
с использованием функции *lsolve*

4.1.3. Решение системы линейных уравнений с помощью функции Find

При данном методе уравнения вводятся без использования матриц, т.е. в «натуральном виде». Предварительно необходимо указать начальные приближения неизвестных переменных. Это могут быть любые числа, входящие в область определения. Часто за них принимают столбец свободных членов.

Для того чтобы решить систему линейных уравнений с помощью вычислительного блока *Given – Find*, необходимо:

– задать начальные приближения для всех переменных;
– ввести служебное слово *Given*;
– записать систему уравнений, используя знак «жирное равно» **=**;
– написать функцию *Find*, перечислив неизвестные переменные в качестве параметров функции.

В результате расчетов выведется вектор решения системы.

Пример. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 5 \\ 5x_1 + 4x_2 = 3 \end{cases}.$$

Решение данной системы с помощью вычислительного блока *Given – Find* приведено на рисунке 4.3.

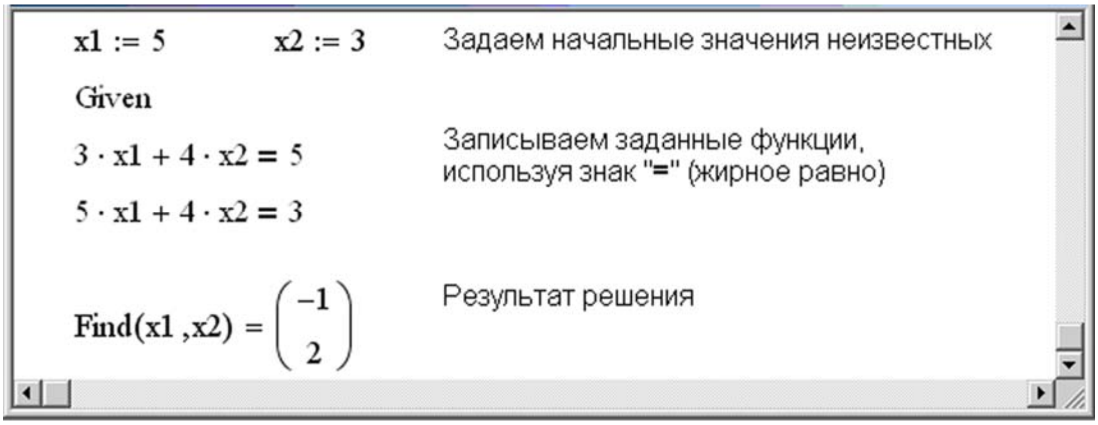


Рис. 4.3. Решение системы линейных уравнений
с помощью функции Find

MathCAD позволяет решать системы линейных уравнений с помощью функции *Find* не только в скалярной, но и в матричной форме, при этом начальные приближения задаются в виде вектора.

Пример. Дана система уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 5 \\ 5x_1 + 4x_2 = 3 \end{cases}.$$

Решение данной системы в матричной форме с помощью вычислительного блока *Given – Find* приведено на рисунке 4.4.

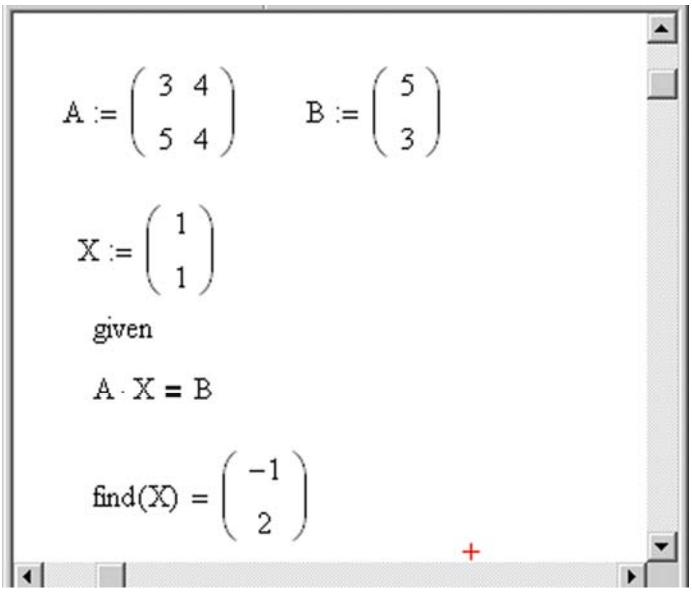


Рис. 4.4. Решение системы линейных уравнений
с помощью функции *Find* в матричной форме

4.1.4. Приближенное решение системы линейных уравнений

Решение системы линейных уравнений с помощью функции *Minerr* аналогично решению с помощью функции Find (используется тот же алгоритм), только функция *Find* дает точное решение, а *Minerr* — приближенное. Если в результате поиска не может быть получено дальнейшее уточнение текущего приближения к решению, *Minerr* возвращает это приближение. Функция *Find* в этом случае возвращает сообщение об ошибке.

Ниже перечислены некоторые рекомендации, которые следует выполнять, если MathCAD не может самостоятельно найти решение:

- можно подобрать другое начальное приближение;
- можно увеличить или уменьшить точность расчетов. Для этого в меню выбрать *Math – Options* (Математика – Опции), вкладка *Built-In Variables* (Встроенные переменные). В открывшейся вкладке необходимо уменьшить допустимую погрешность вычислений (*Convergence Tolerance* (*TOL*)). По умолчанию *TOL* = 0,001.

Задание. Решить системы линейных уравнений разными способами:

$$1)\ \begin{cases} 12x_1 + x_2 - 7x_3 + 43x_4 = 26 \\ 6x_1 + 33x_2 + 20x_3 - 24x_4 = 51 \\ -50x_1 + 43x_2 + 51x_3 + x_4 = 40 \\ -10x_1 - 35x_2 - 16x_3 + 55x_4 = 29 \end{cases};\quad 3)\ \begin{cases} -3x_1 + 49x_2 - 24x_3 - 56x_4 = 14 \\ 7x_4 - 29x_1 - 13x_2 - 39x_3 = 29 \\ -42x_2 + 5x_1 - 19x_3 - 59x_4 = 46 \\ -16x_3 - 33x_1 + 56x_2 + 37x_4 = 42 \end{cases}.$$

$$2)\ \begin{cases} x - y + 2z = 2 \\ 2x - 2y + 4z = 4; \\ 3x - 2y + 6z = 3 \end{cases}$$

Внимание. При матричном методе решения необходимо переставить коэффициенты согласно возрастанию неизвестных x_1, x_2, x_3, x_4.

4.2. Решение систем нелинейных уравнений

Системы нелинейных уравнений в MathCAD решаются с помощью вычислительного блока *Given – Find*.

Конструкция *Given – Find* использует расчетную методику, основанную на поиске корня вблизи точки начального приближения, заданной пользователем.

Для решения системы уравнений с помощью блока *Given – Find* необходимо:

1) задать начальные приближения для всех переменных;
2) ввести служебное слово *Given*;
3) записать систему уравнений, используя знак жирное равно =;
4) написать функцию *Find*, перечислив неизвестные переменные в качестве параметров функции.

В результате расчетов выведется вектор решения системы.

Если система имеет несколько решений, алгоритм следует повторить с другими начальными приближениями.

Примечание. Если решается система из двух уравнений с двумя неизвестными, перед решением желательно построить графики функций, чтобы проверить, есть ли корни у системы (пересекаются ли графики заданных функций), и если есть, то сколько. Начальное приближение можно выбрать по графику поближе к точке пересечения.

Пример. Дана система уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 + 14 \\ y = 7x + 45 \end{cases}.$$

Перед решением системы построим графики функций: параболы (первое уравнение) и прямой (второе уравнение). Построение графика прямой и параболы в одной системе координат приведено на рисунке 4.5.

Рис. 4.5. Построение графика двух функций
в одной системе координат

Прямая и парабола пересекаются в двух точках, значит, система имеет два решения. По графику выбираем начальные приближения неизвестных x и y для каждого решения. Нахождение корней системы уравнений представлено на рисунке 4.6.

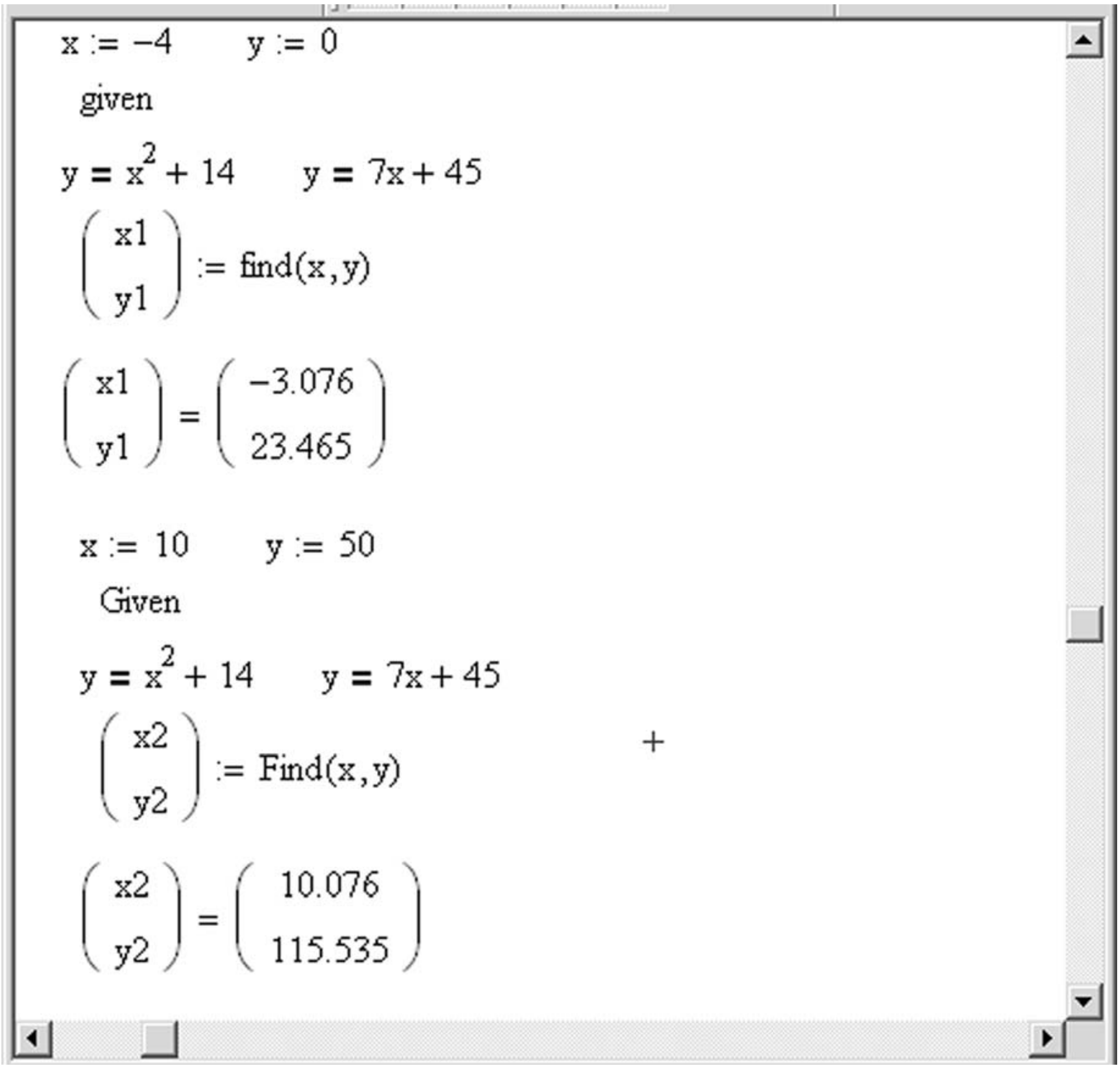


Рис. 4.6. Нахождение корней системы нелинейных уравнений

Для того чтобы отметить на графике точки пересечения параболы и прямой, координаты точек, найденные при решении системы, введем по оси *Ox* (значения x) и по оси *Oy* (значения y) через запятую. В окне форматирования графика во вкладке *Traces* для *trace3* и *trace4* изменим: тип графика — points, толщина линии — 3, цвет — черный (рис. 4.7).

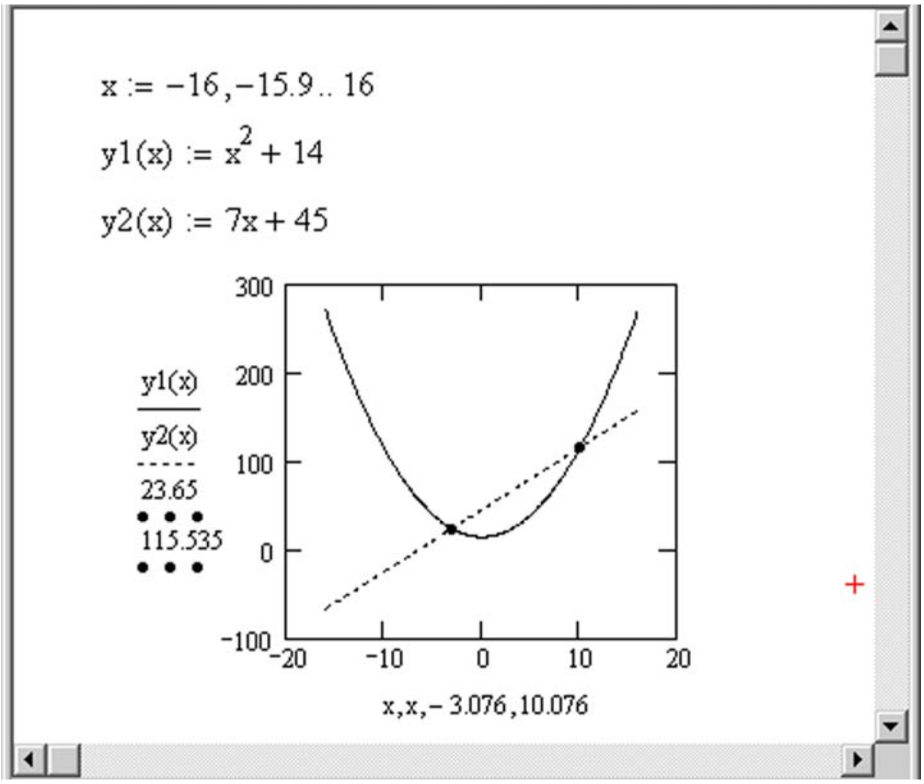


Рис. 4.7. Графики функций
с отмеченными точками пересечения

З а д а н и е 4.1. Решить систему нелинейных уравнений и построить графики функций в одной системе координат. Отметить на графике точки пересечения кривых.

1) $\begin{cases} y = 2x^3 + 1 \\ y = 1{,}5x^2 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} y = \dfrac{1}{12x^2 - 5} \\ y = tan(9x - 6) \end{cases}$; 3) $\begin{cases} y = \dfrac{1}{8x + 7} \\ y = (4x^2 + 2) - 96 \end{cases}$.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие способы решения систем линейных уравнений MathCAD вы знаете?
2. Какова особенность создания матрицы коэффициентов?
3. Назовите функции для решения систем линейных уравнений в MathCAD и особенности их применения.
4. Опишите структуру блока решения систем нелинейных уравнений с помощью функции Find?
5. Какой комбинацией клавиш вставляется в документ знак *жирное равно?*
6. Дайте сравнительную характеристику функциям *Find* и *Minerr*.
7. Как отметить на графике точки пересечения кривых?

5. СИМВОЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Кроме числовых расчетов, в MathCAD можно производить символьные вычисления.

Наиболее простым и часто используемым методом проведения символьных вычислений является применение символьного знака равенства ($\rightarrow$). Для того чтобы произвести символьные вычисления с помощью этого знака, достаточно:

- ввести необходимое математическое выражение;
- ввести символьный знак равенства ($\rightarrow$) (его можно выбрать на математической панели *Evaluation* (Подсчет) или ввести с клавиатуры нажатием клавиш Ctrl + . (точка)).

На экране появится результат символьного вычисления.

Таким образом можно производить вычисление производной любого заданного порядка, определенного и неопределенного интеграла, суммы и произведения ряда, предела выражения.

Примеры символьных вычислений приведены на рисунке 5.1.

Задание 5.1

1. Самостоятельно проинтегрируйте и продифференцируйте функции:

1) $\tan(t)^2$; 2) $(\tan(t) + \cos(t))^2$; 3) $e^{3t}3^t$.

2. Вычислите пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^5-1}{x-1}$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{x-5}$.

Примечание. Недостаток символьного знака равенства состоит в том, что величины, которым были ранее присвоены численные значения, сохраняют их и при символьном вычислении, то есть вместо символьного вычисления получается численное.

Есть еще два инструмента выполнения символьных вычислений:

- меню *Symbolic* (Символика);
- панель *Symbolic* математической панели.

Меню *Symbolic* (Символика) представляет меньше возможностей, чем панель *Symbolic*, но в ряде случаев к ней обращаться лучше, чем к панели инструментов.

Для выполнения любой из команд меню *Symbolic* необходимо сначала выделить объект вычислений. Объектом может являться все математическое выражение, часть выражения или переменная, относительно которой надо произвести символьную операцию.

Последняя в меню *Symbolic* команда *Evaluation Style* (Стиль вычислений) открывает окно диалога, которое позволяет выбрать стиль выводимого символьного решения: горизонтально — рядом с исходным выражением, вертикально — под ним, с комментариями и без них.

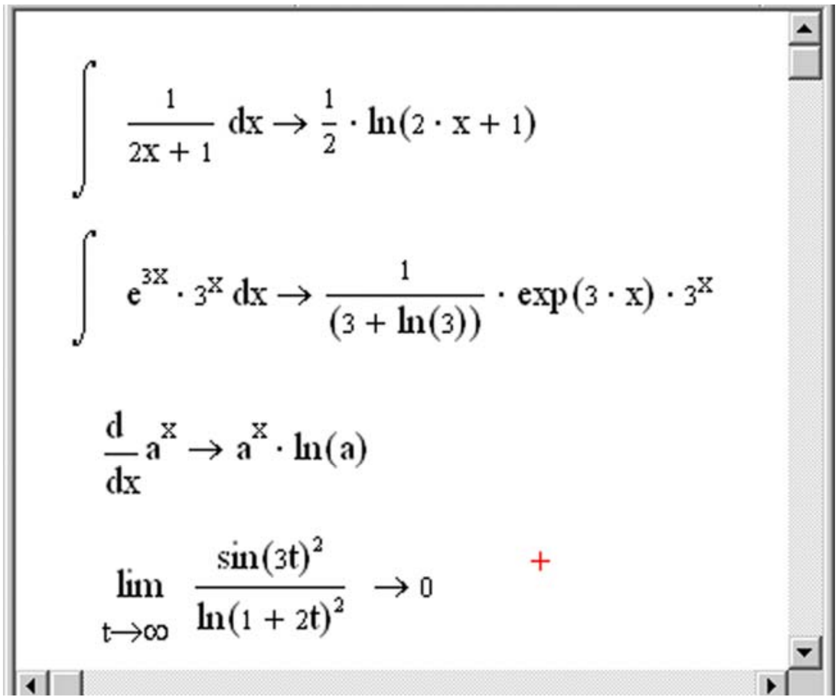


Рис. 5.1. Символьные вычисления
производной, интеграла, пределов

З а д а н и е 5.2. Выберите горизонтальное расположение ответов с комментариями.

Рассмотрим некоторые команды меню *Symbolic*.

5.1. Упрощение выражений

Команда *Simplify* (Упростить) служит для алгебраических и тригонометрических упрощений выбранного выражения. Она выполняет арифметические преобразования, сокращает общие множители, использует основные тождества для тригонометрических и обратных функций, уменьшает степени.

Примеры использования команды *Simplify* (Упростить) приведены на рисунке 5.2.

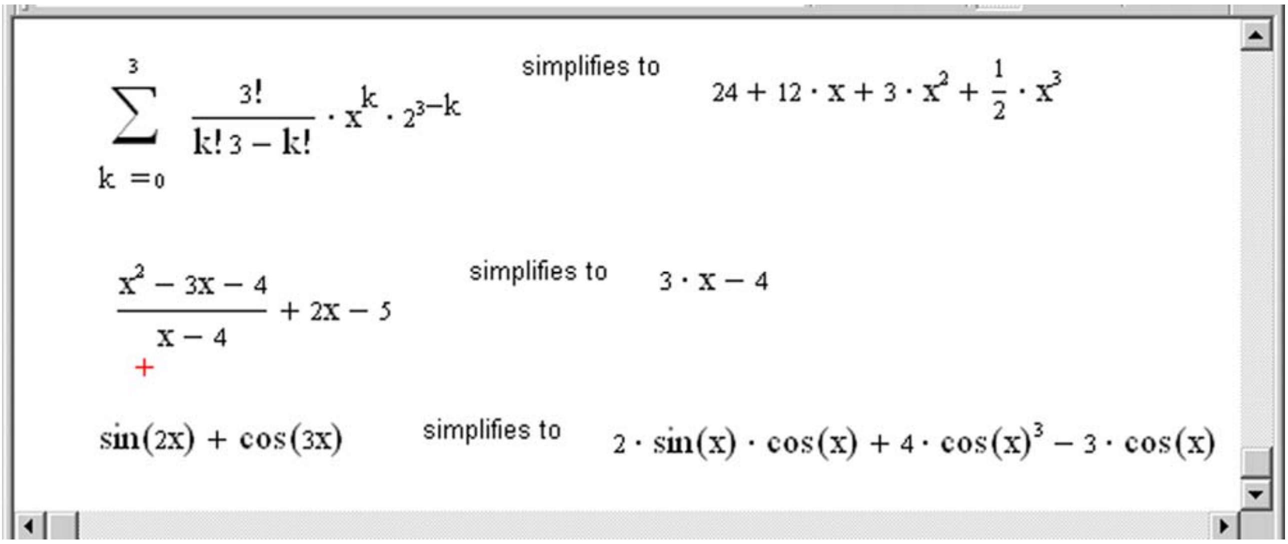


Рис. 5.2. Примеры упрощения выражений

Задание 5.3. Упростите математические выражения:
1) $(a-2)(a^2+a-1)-a^2\,(a-1)$;
2) $(3-p)(9+3p+p^2)-(1-p^3)$.

5.2. Разложение выражений

Операция символьного разложения противоположна операции упрощения и выполняется с помощью команды *Expand* (Разложить или расширить). В ходе разложения раскрываются все суммы и произведения, а сложные тригонометрические выражения разлагаются с помощью тригонометрических тождеств.

Примеры использования команды *Expand* (Разложить или расширить) приведены на рисунке 5.3.

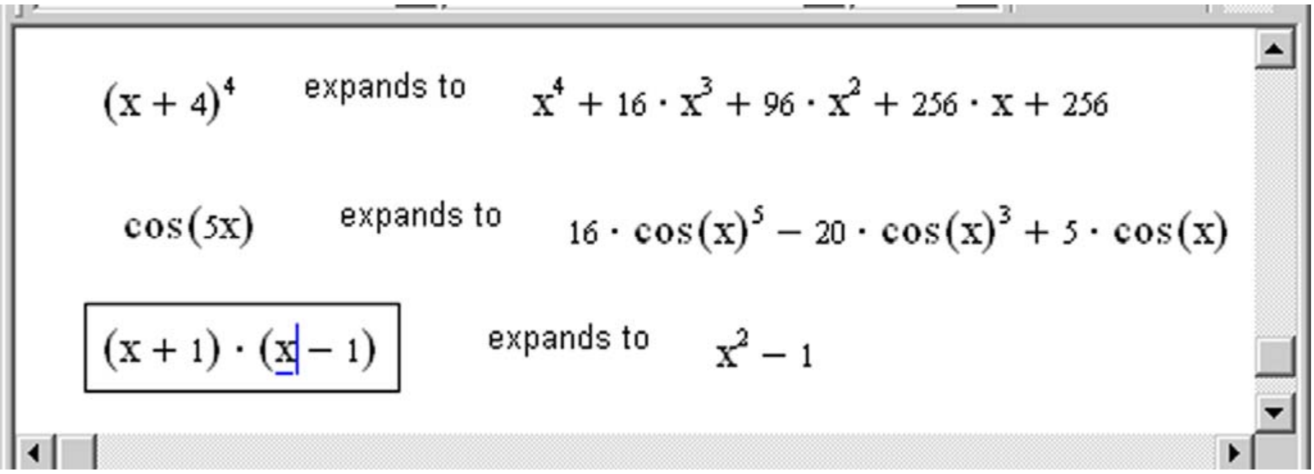


Рис. 5.3. Примеры разложения выражений

Задание 5.4. Представьте в виде многочлена:
1) $5y(y^2-3)(y^2+3)$; 2) $(a^4-3)(a^4+3)(a^8+9)$.

5.3. Разложение на множители

Команда *Factor* (Разложить на множители) позволяет представить полиномы как произведения более простых полиномов, а целые числа как простые сомножители. Команда объединяет сумму дробей в одну дробь и упрощает «многоэтажную» дробь с несколькими дробными частями.

Примеры разложения на множители приведены на рисунке 5.4.

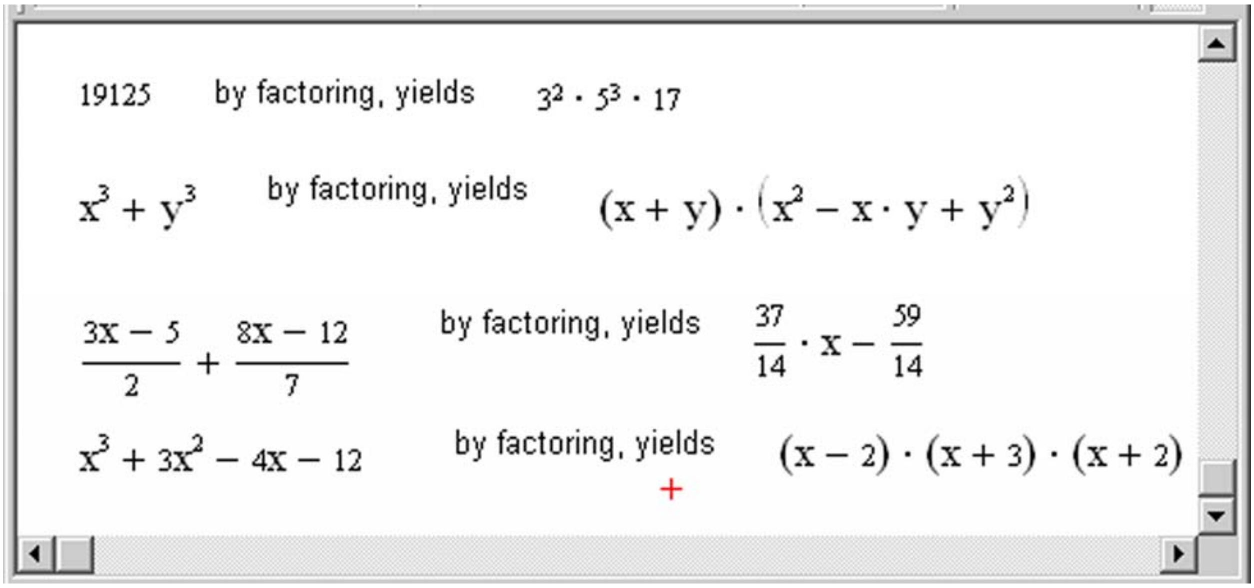


Рис. 5.4. Примеры разложения на множители

Задание 5.5. Преобразуйте в произведение выражения:

1) $2y^3 - y^2 - 32y + 16$;

2) $x^2(x+2y) - x - 2y$;

3) $2a^5y^5 + aby^5 - aby^3 - 2a^2y^3$;

4) $\dfrac{\dfrac{3}{x+1} - \dfrac{1}{x+3}}{\dfrac{3}{1-x} - \dfrac{1}{3-x}}$.

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите способы выполнения символьных операций в MathCAD.
2. В чем недостаток символьного знака равенства?
3. Перечислите основные команды меню Символика.
4. Что необходимо сделать перед применением команд меню *Символика*.

6. ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ MATHCAD ДЛЯ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

В данном разделе приведены примеры решения задач, для решения которых необходимо решить уравнение или систему уравнений.

6.1. Нахождение локальных экстремумов функций

Необходимое условие экстремума (максимума и/или минимума) непрерывной функции формулируется так: экстремумы могут иметь место только в тех точках, где производная или равна нулю, или не существует (в частности, обращается в бесконечность). Для нахождения экстремумов непрерывной функции сначала находят точки, удовлетворяющие необходимому условию, то есть находят все действительные корни уравнения $\frac{df(x)}{dx}=0$.

Если построен график функции, то можно сразу увидеть — максимум или минимум достигается в данной точке x. Если графика нет, то каждый из найденных корней исследуют одним из способов.

1-й способ. Сравнение знаков производной. Определяют знак производной $\frac{df(x)}{dx}$ в окрестности точки (в точках, отстоящих от экстремума функции по разные стороны на небольших расстояниях). Если знак производной при этом меняется от «+» к «–», то в данной точке функция имеет максимум. Если знак меняется от «–» к «+», то в данной точке функция имеет минимум. Если знак производной не меняется, то экстремумов не существует.

2-й способ. Вычисление второй производной. В этом случае вычисляется вторая производная $\frac{d^2}{dx^2}f(x)$ в точке экстремума. Если она меньше нуля, то в данной точке функция имеет максимум, если она больше нуля — то минимум.

Пример. Нахождение экстремумов (минимумов/максимумов) функции $f(x)=0{,}15x^3-4x^2-122x+20$.

Сначала построим график функции (рис. 6.1).

Определим по графику начальные приближения значений x, соответствующих локальным экстремумам функции $f(x)$. Найдем эти экстремумы, решив уравнение $\frac{df(x)}{dx}=0$. Для решения используем блок *Given – Find* (рис. 6.2.).

$x := -30, -29.5 .. 50$

$f(x) := 0.15x^3 - 4x^2 - 122x + 20$

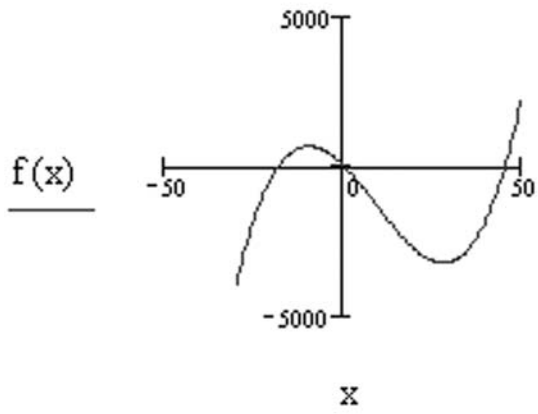


Рис. 6.1. Построение графика функции

$x := -10$

given

$\frac{d}{dx} f(x) = 0$

$x1 := \mathrm{find}(x)$

1-й локальный экстремум

$x1 = -9.823$

$x := 20$

Given

$\frac{d}{dx} f(x) = 0$

$x2 := \mathrm{Find}(x)$

2-й локальный экстремум

$x2 = 27.6$

Рис. 6.2. Нахождение локальных экстремумов

Определим вид экстремумов *первым способом*, исследуя изменение знака производной в окрестности найденных значений (рис. 6.3).

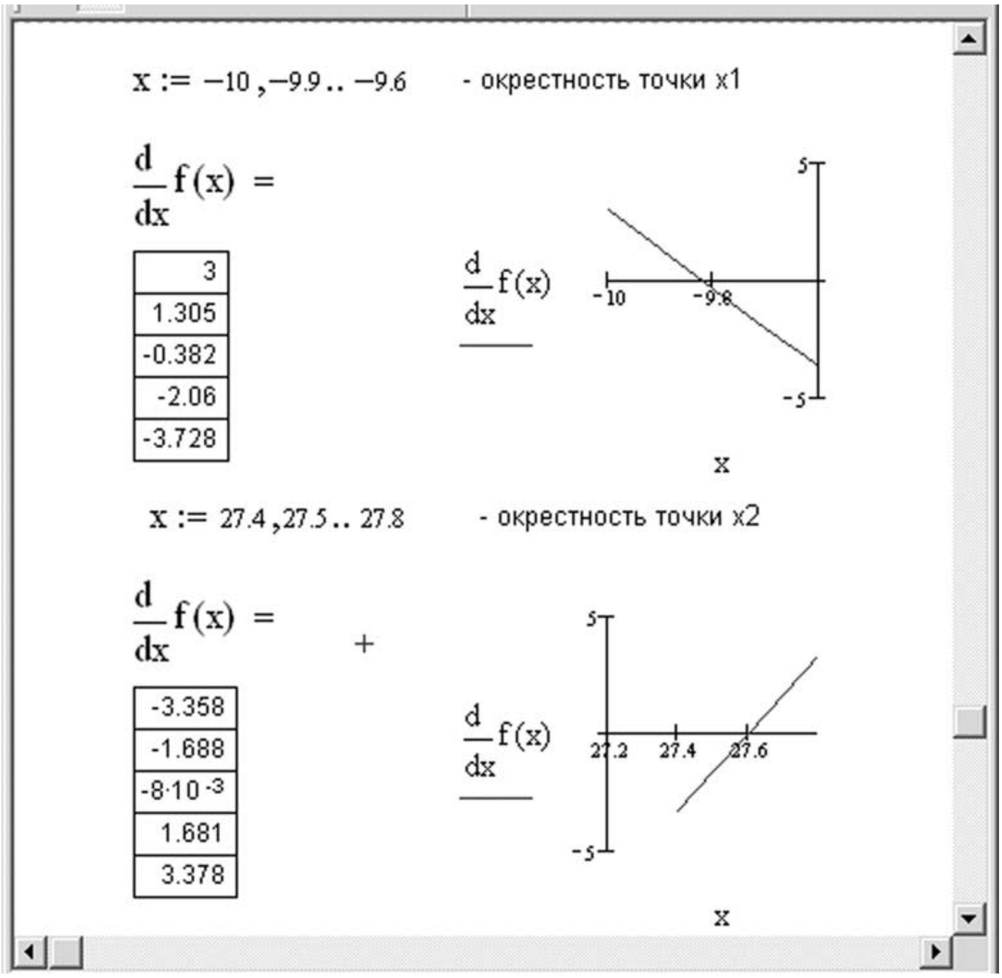


Рис. 6.3. Определение вида экстремума

Из таблицы значений производной и из графика видно, что знак производной в окрестности точки $x1$ меняется с плюса на минус, поэтому в этой точке функция достигает максимума. А в окрестности точки $x2$ знак производной поменялся с минуса на плюс, поэтому в этой точке функция достигает минимума.

Определим вид экстремумов *вторым способом*, вычисляя знак второй производной (рис. 6.4).

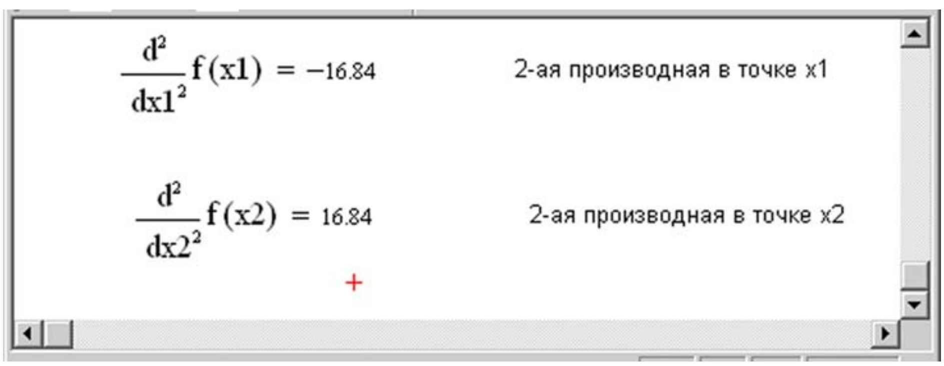


Рис. 6.4. Определение вида экстремума
с помощью второй производной

Видно, что в точке $x1$ вторая производная меньше нуля, значит, точка $x1$ соответствует максимуму функции. А в точке $x2$ вторая производная больше нуля, значит, точка $x2$ соответствует минимуму функции.

З а д а н и е 6.1. Построить графики и найти минимумы и максимумы функций:

1) $f(x) = x\,ln(x)$; 2) $f(x) = x^2 e^{-x}$; 3) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x^2 - x + 3}$.

6.2. Определение площадей фигур, ограниченных непрерывными линиями

Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции *f(x)*, отрезком [a, b] на оси *Ox* и двумя вертикалями $x = a$ и $x = b$, $a < b$, определяется по формуле $S = \int_a^b f(x)dx$.

П р и м е р. Нахождение площади фигуры, ограниченной линиями $f(x) = 1 - x^2$ и $y = 0$ (рис. 6.5).

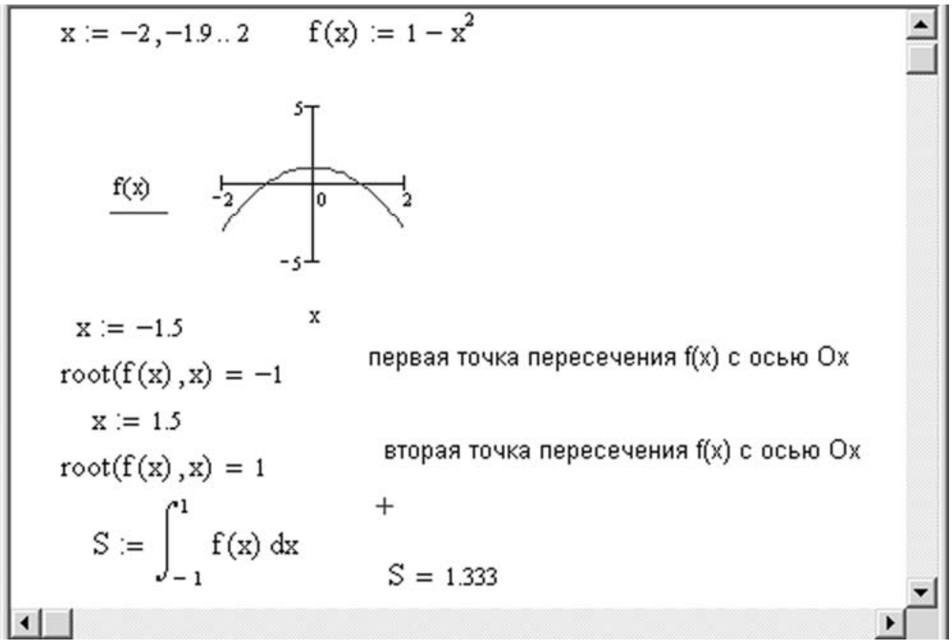


Рис. 6.5. Нахождение площади фигуры, ограниченной линиями $f(x) = 1 - x^2$ и $y = 0$

Площадь фигуры, заключенной между графиками функций *f1(x)* и *f2(x)* и прямыми $x = a$ и $x = b$, вычисляется по формуле

$$S = \int_a^b (f2(x) - f1(x))dx.$$

Внимание. Чтобы избежать ошибок при вычислении площади, разность функций надо брать по модулю. Таким образом, площадь будет всегда положительной величиной.

П р и м е р. Нахождение площади фигуры, ограниченной линиями $f1(x) = 1 - x^2$ и $f2(x) = x^2 - 2$. Решение представлено на рисунке 6.6.

1. Строим график функций.

2. Находим точки пересечения функций с помощью функции *root*. Начальные приближения определим по графику.

3. Найденные значения x подставляем как пределы интегрирования в формулу $S = \int_a^b (f2(x) - f1(x))dx$.

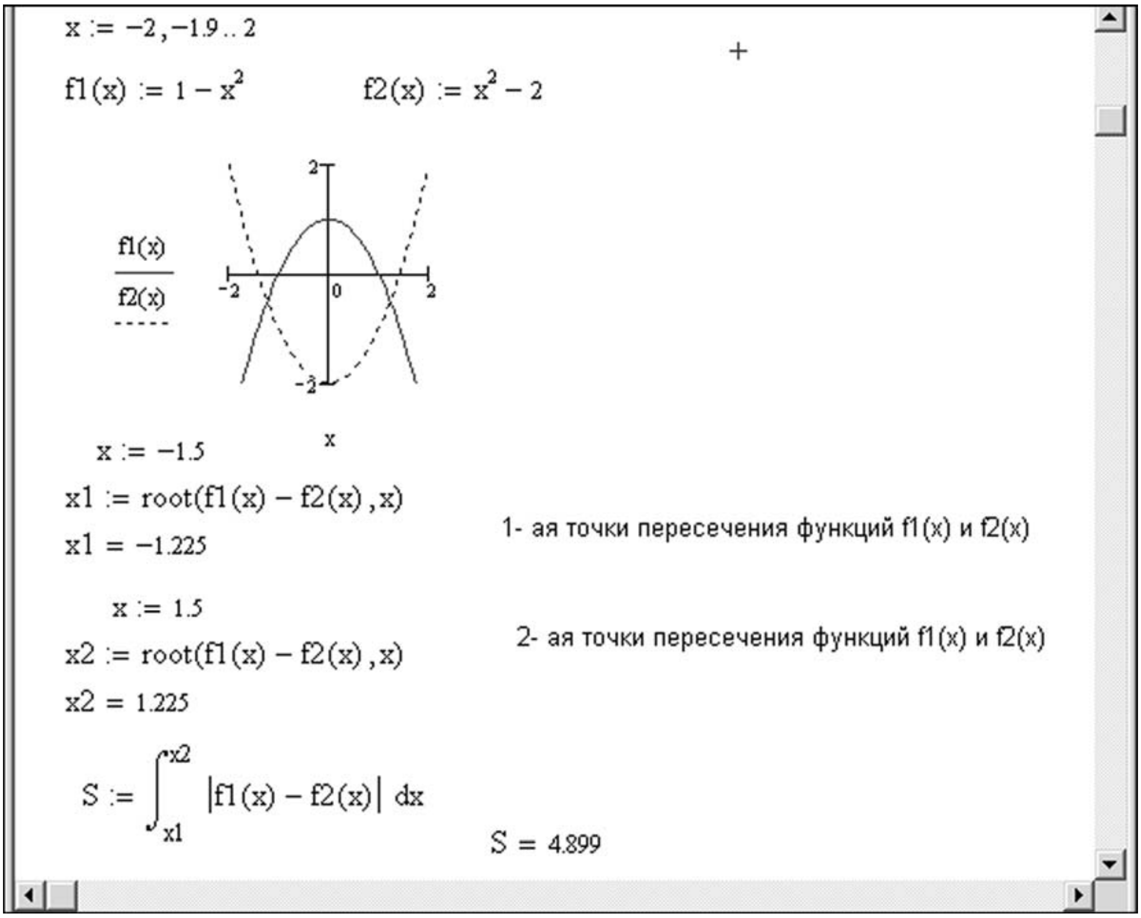


Рис. 6.6. Нахождение площади фигуры, ограниченной линиями $f1(x) = 1 - x^2$ и $f2(x) = x^2 - 2$

З а д а н и е 6.2. Найти площади фигур, ограниченных линиями:

1) $y = 4 - x^2$, $y = 0$;

2) $y = x^2$, $y = 2 - x^2$;

3) $y = \sin x$, $y = x^2 - \pi x$;

4) $x^2 - y^2 = 1$, $x = 2$.

6.3. Построение кривых по заданным точкам

6.3.1. Построение прямой, проходящей через две заданные точки

Для составления уравнения прямой, проходящей через две точки $A(x_0, y_0)$ и $B(x_1, y_1)$, предлагается нижеследующий алгоритм.

1. Прямая задается уравнением $y = ax + b$, где a и b — коэффициенты прямой, которые нам требуется найти.

Подставляем в это уравнение заданные координаты точек и получаем систему

$$\begin{cases} y_0 = ax_0 + b \\ y_1 = ax_1 + b \end{cases}.$$

2. Данная система является линейной. В ней две неизвестные переменные: a и b. Систему можно решить матричным способом.

Пример. Построение прямой, проходящей через точки A(–2, –4) и B(5, 7).

Подставим в уравнение прямой координаты данных точек и получим систему

$$\begin{cases} -4 = -2a + b \\ \ \ 7 = 5a + b \end{cases}.$$

Решение этой системы в пакете MathCAD представлено на рисунке 6.7.

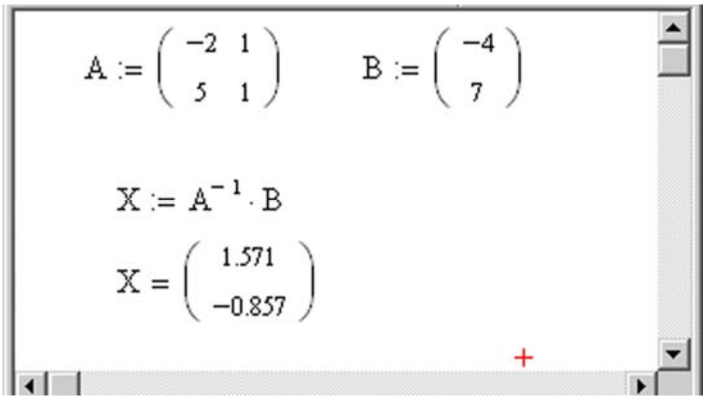


Рис. 6.7. Решение системы

В результате решения системы получаем a = 1,57, b = –0,857. Значит, уравнение прямой будет иметь вид: y = 1,57x – 0,857. Построим эту прямую (рис. 6.8).

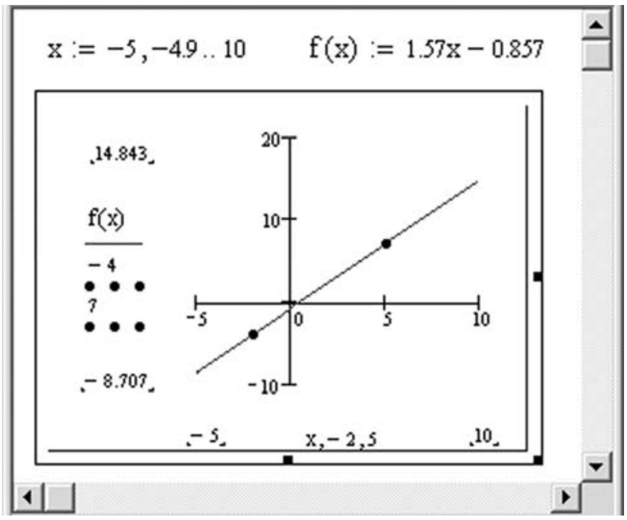


Рис. 6.8. Построение прямой

6.3.2. Построение параболы, проходящей через три заданные точки

Для построения параболы, проходящей через три точки A(x_0, y_0), B(x_1, y_1) и C(x_2, y_2), алгоритм нижеследующий.

1. Парабола задается уравнением $y = ax^2 + bx + c$, где a, b и c — коэффициенты параболы, которые нам требуется найти.

Подставляем в это уравнение заданные координаты точек и получаем систему:

$$\begin{cases} y_0 = a{x_0}^2 + bx_0 + c \\ y_1 = a{x_1}^2 + bx_1 + c \\ y_2 = a{x_2}^2 + bx_2 + c \end{cases}.$$

2. Данная система является линейной. В ней три неизвестные переменные: a, b и c. Систему можно решить матричным способом.

Полученные коэффициенты подставляем в уравнение и строим параболу.

П р и м е р. Построение параболы, проходящей через точки A(–1, –4), B(1, –2) и C(3, 16).

Подставляем в уравнение параболы заданные координаты точек и получаем систему:

$$\begin{cases} -4 = a(-1)^2 + b(-1) + c \\ -2 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ 16 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \end{cases}.$$

Решение этой системы уравнений в MathCAD представлено на рисунке 6.9.

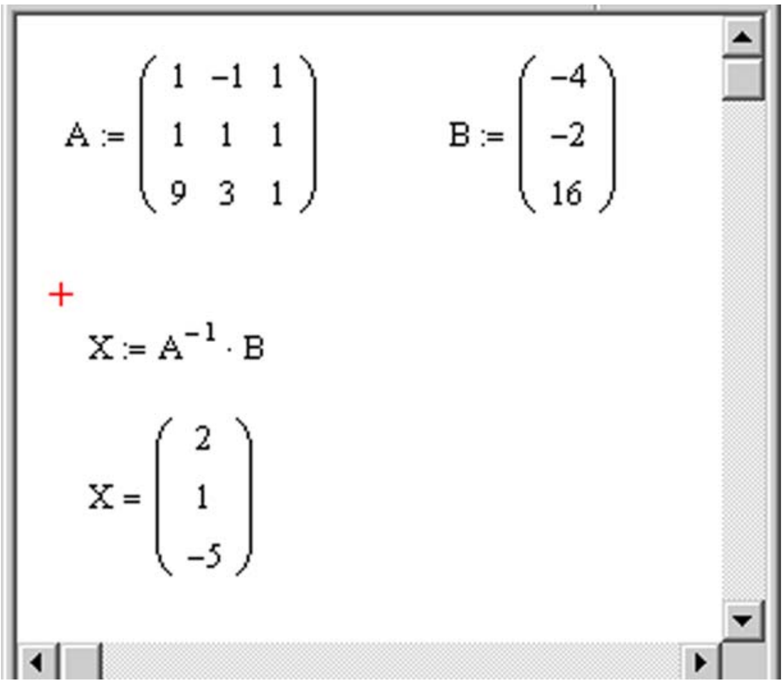


Рис. 6.9. Решение системы уравнений

В результате получены коэффициенты: $a = 2$, $b = 1$, $c = –5$. Получаем уравнение параболы $2x^2 + x – 5 = y$. Построим эту параболу (рис. 6.10).

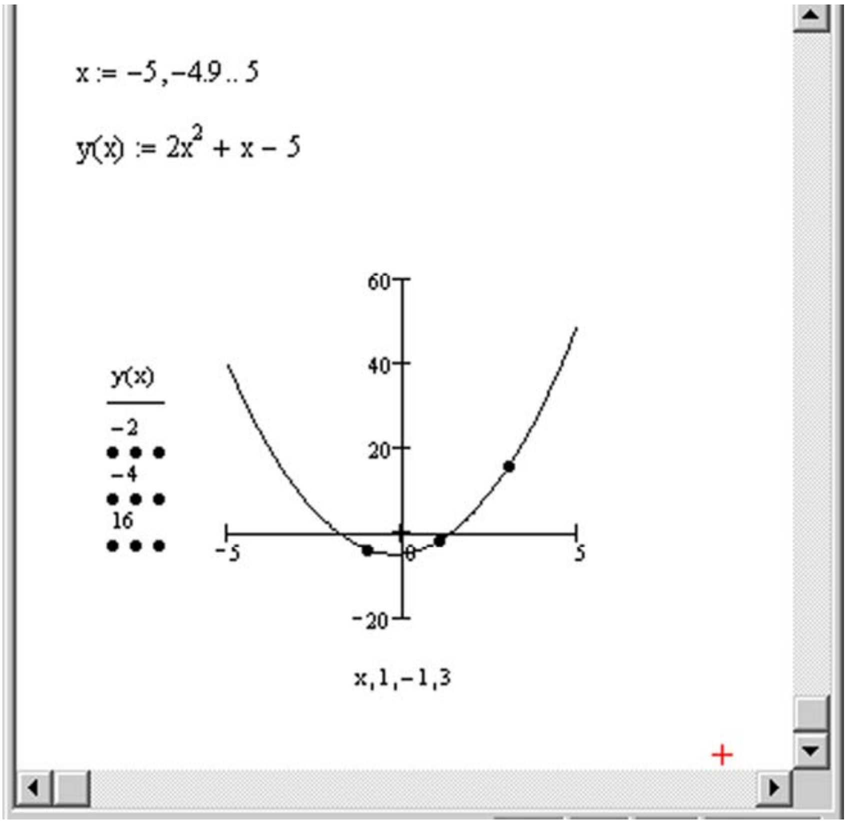


Рис. 6.10. Построение параболы

Как отметить на графике заданные точки — описано в разделе 3.3.

6.3.3. Построение окружности, проходящей через три заданные точки

Для построения окружности, проходящей через три точки $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ и $C(x_3, y_3)$, можно воспользоваться следующим алгоритмом.

1. Окружность задается уравнением

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2,$$

где x_0, y_0 — координаты центра окружности;

R — радиус окружности.

Подставим в уравнение окружности заданные координаты точек и получим систему

$$\begin{cases} (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = R^2 \\ (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 = R^2 \\ (x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 = R^2 \end{cases}.$$

Данная система является нелинейной. В ней три неизвестные переменные: x_0, y_0 и R. Система решается с применением вычислительного блока *Given – Find*.

П р и м е р. Построение окружности, проходящей через три точки A(–2, 0), B(6, 0) и C(2, 4).

Подставим в уравнение окружности заданные координаты точек и получим систему

$$\begin{cases} (-2-x_0)^2+(0-y_0)^2=R^2 \\ (6-x_0)^2+(0-y_0)^2=R^2 \quad + \\ (2-x_0)^2+(4-y_0)^2=R^2 \end{cases}$$

Решение этой системы в MathCAD представлено на рисунке 6.11.

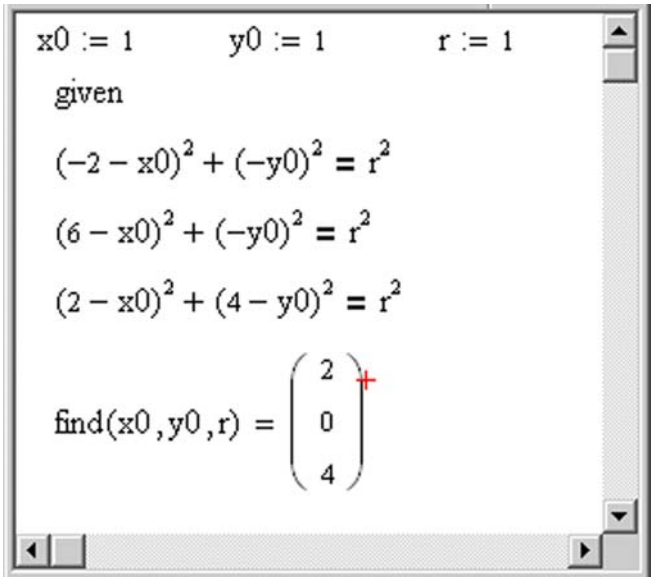


Рис. 6.11. Решение системы

В результате решения системы получено: $x_0 = 2$, $y_0 = 0$, $R = 4$. Подставим полученные координаты центра окружности и радиус в уравнение окружности. Получим $(x-2)^2+(y-0)^2=16$. Выразим отсюда y и построим окружность (рис. 6.12).

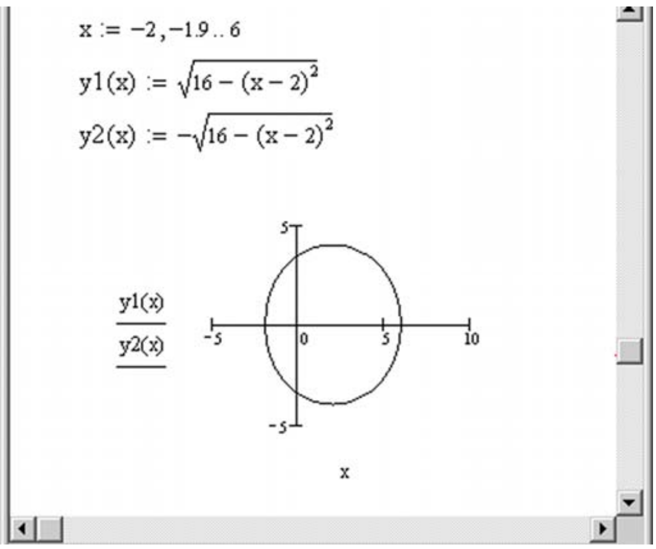


Рис. 6.12. Построение окружности

Задание 6.3

1) Дана окружность с центром в точке $O(3; 4)$ и радиусом $R = 6$. Прямая проходит через центр окружности и точку A $(-2, -1)$. Построить окружность и прямую и найти их точки пересечения.

2) Дано: $A(-2, 5)$ и $B(-5, 2)$ — координаты центров двух окружностей. $R_1 = 6$; $R_2 = 5$ — их радиусы. Построить эти окружности и параболу, проходящую через центры окружностей и точку $C(1, 2)$.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте необходимое условие экстремума непрерывной функции.
2. Какие способы применяют для исследования экстремума на минимум и максимум?
3. Как вычисляется площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции?
4. Опишите алгоритм построения прямой по двум заданным точкам.
5. Как отметить на графике заданные точки?
6. Опишите алгоритм построения параболы и окружности по трем заданным точкам.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Макаров, Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad : учебный курс. — СПб. : Питер, 2005.

2. Бронштейн, И.Н., Семендяев, К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — М. : Наука, 1986.

3. Дьяконов, В.П., Абраменкова, И.В. MathCAD 8 PRO в математике, физике и Internet. — М. : Нолидж, 2000.

4. Дьяконов, В.П. Справочник по MathCAD PLUS 6.0 PRO. — М. : СК Пресс, 1997.

5. Кудрявцев, Е.М. MathCAD 2000 Pro. — М. : ДМК Пресс, 2001.

6. Плис, А.И., Сливина, Н.А. Mathcad 2000 : лабораторный практикум по высшей математике. — М. : Высшая школа, 2000.

7. Кирьянов, Д. MathCAD 2001 : самоучитель. — СПб. : БХВ-Петербург, 2001.

8. Ханова, А.А. Символьные вычисления в среде MathCAD. — Астрахань : Изд-во АГТУ, 2001.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Полезные клавиши и комбинации клавиш

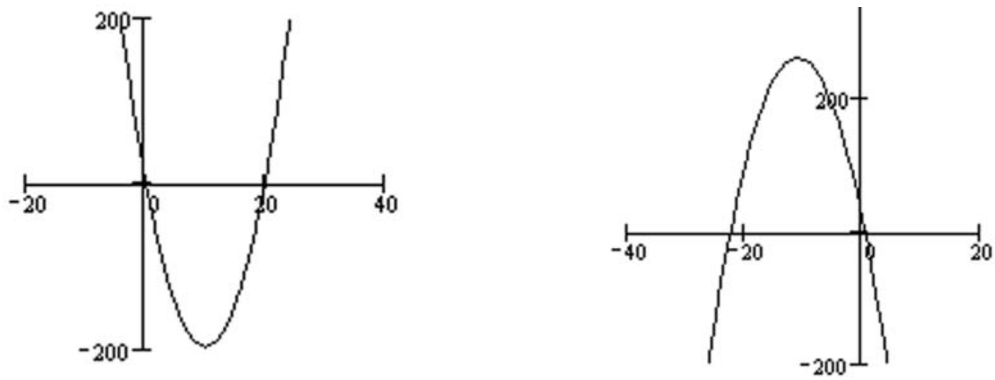
Ниже приведены полезные клавиши и комбинации клавиш, позволяющие ускорить ввод данных.

Внимание. Ввод символов производится при английской раскладке клавиатуры.

Ввод на клавиатуре	**Выполняемые действия и выводимые символы**
Ctrl + F9	вставка пустых строк
Ctrl + F10	удаление пустых строк
^	возведение в степень, x^y
\	извлечение квадратного корня, $\sqrt{x}$
*	умножение
/	деление
+	сложение
–	вычитание
|	модуль числа или определитель матрицы, $\|x\|$
[	нижний индекс у элементов вектора или матрицы, x_1
:	локальный оператор присвоения, (:=)
Ctrl + =	жирный знак равенства (=) — логическое равенство
;	задание диапазона чисел ранжированной переменной, (..)
Ctrl + M	вставка матрицы

Графики элементарных функций

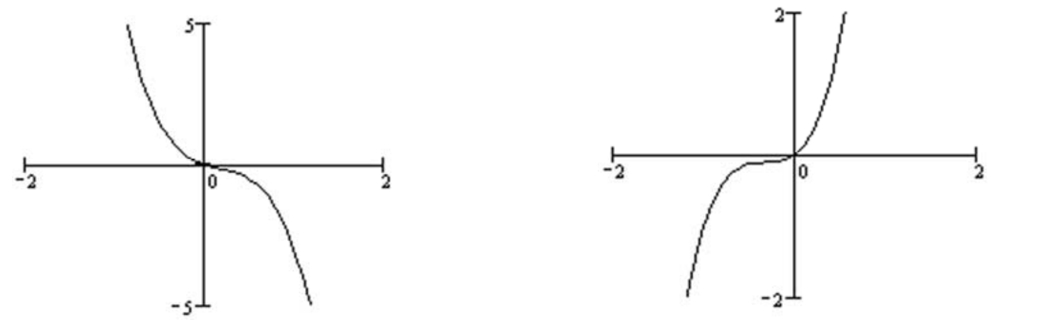
Квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$. График — парабола с осью симметрии, параллельной оси *y*, с вершиной в точке с координатами $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ (рис. П2.1).



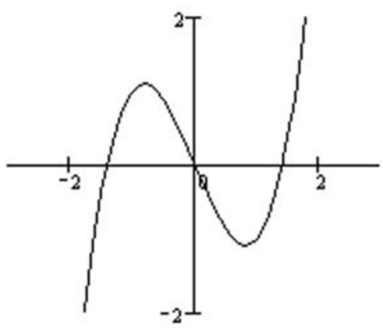
а) a > 0 *б) a < 0*

Рис. П2.1. Парабола

Функция третьей степени $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. График функции — кубическая парабола. У него имеется, по крайней мере, одна (а может быть, и две, и три) точка пересечения с осью *x*. На вид кривой влияет значение коэффициента *a* и значение $\Delta = 3ac - b^2$ (рис. П2.2).



а) Δ > 0, a < 0 *б) Δ = 0, a > 0*



в) Δ < 0, a > 0

Рис. П2.2. График функции третьей степени

Целая рациональная функция n-й степени

$$y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 .$$

Графики функции имеют не более *n* точек пересечения с осью *x*, не более *n-1* экстремумов, не более *n-2* точек перегиба (рис. П2.3).

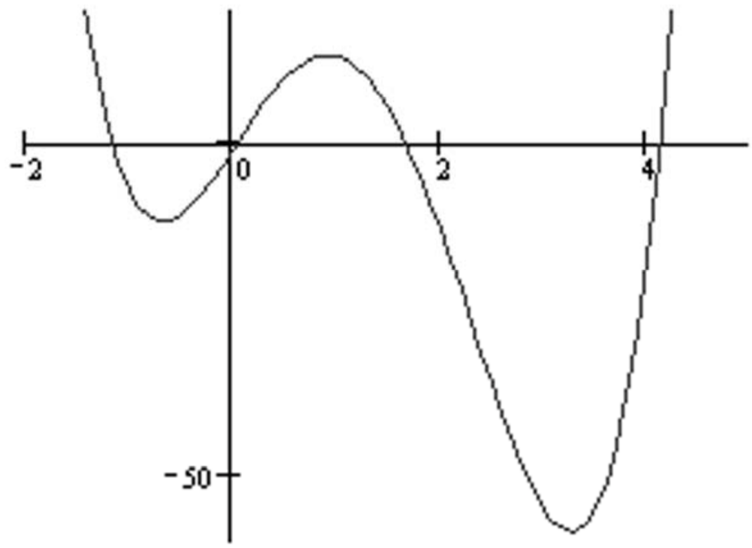
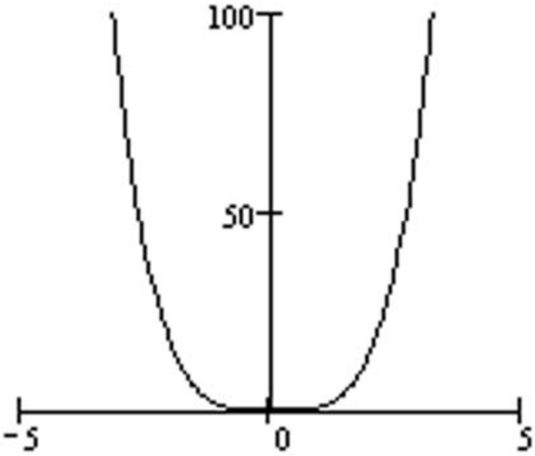
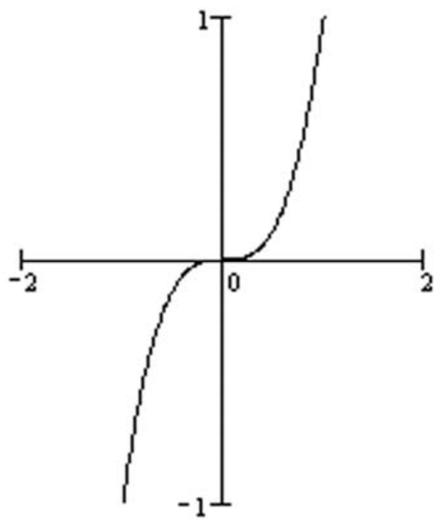


Рис. П2.3. График целой рациональной функции 4-й степени

Степенная функция $y = x^n$, $n \geq 2$ — целое. Все графики этой функции проходят через точку (1,1) и касаются оси *x* в точке (0,0) (рис. П2.4).



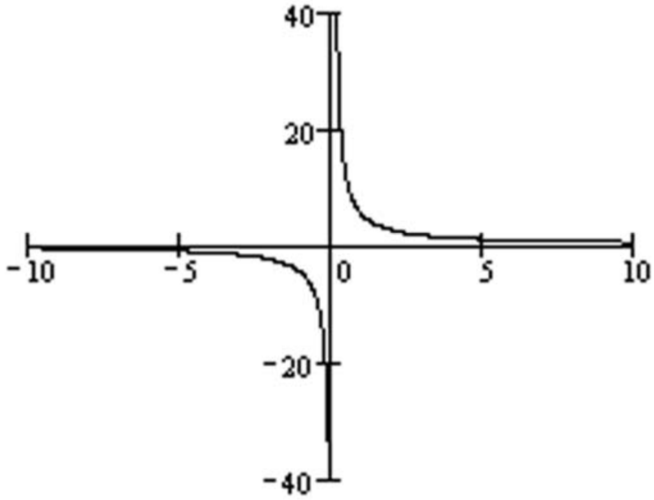
а) n — четное



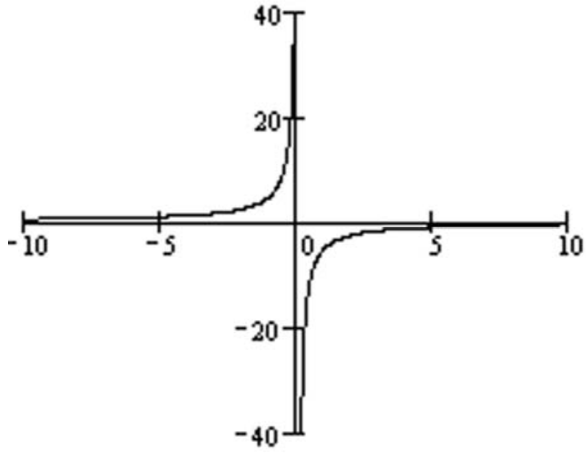
б) n — нечетное

Рис. П2.4. График степенной функции

Обратная пропорциональность $y = \dfrac{a}{x}, \quad a \neq 0$. График такой функции — равносторонняя гипербола с асимптотами — осями координат (рис. П2.5).



а) a > 0



б) a < 0

Рис. П2.5. Гипербола

Дробно-линейная функция $y = \dfrac{a_1 x + b_1}{a_2 x + b_2}, \quad a_2 \neq 0$. Графики функции — равносторонние гиперболы с асимптотами, параллельными осям координат и проходящими через точку с координатами $\left(\dfrac{-b_2}{a_2}, \dfrac{a_1}{a_2} \right)$ (рис. П2.6).

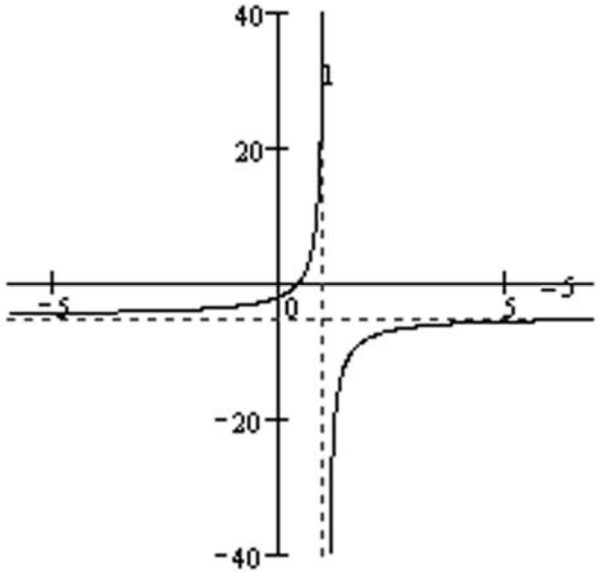
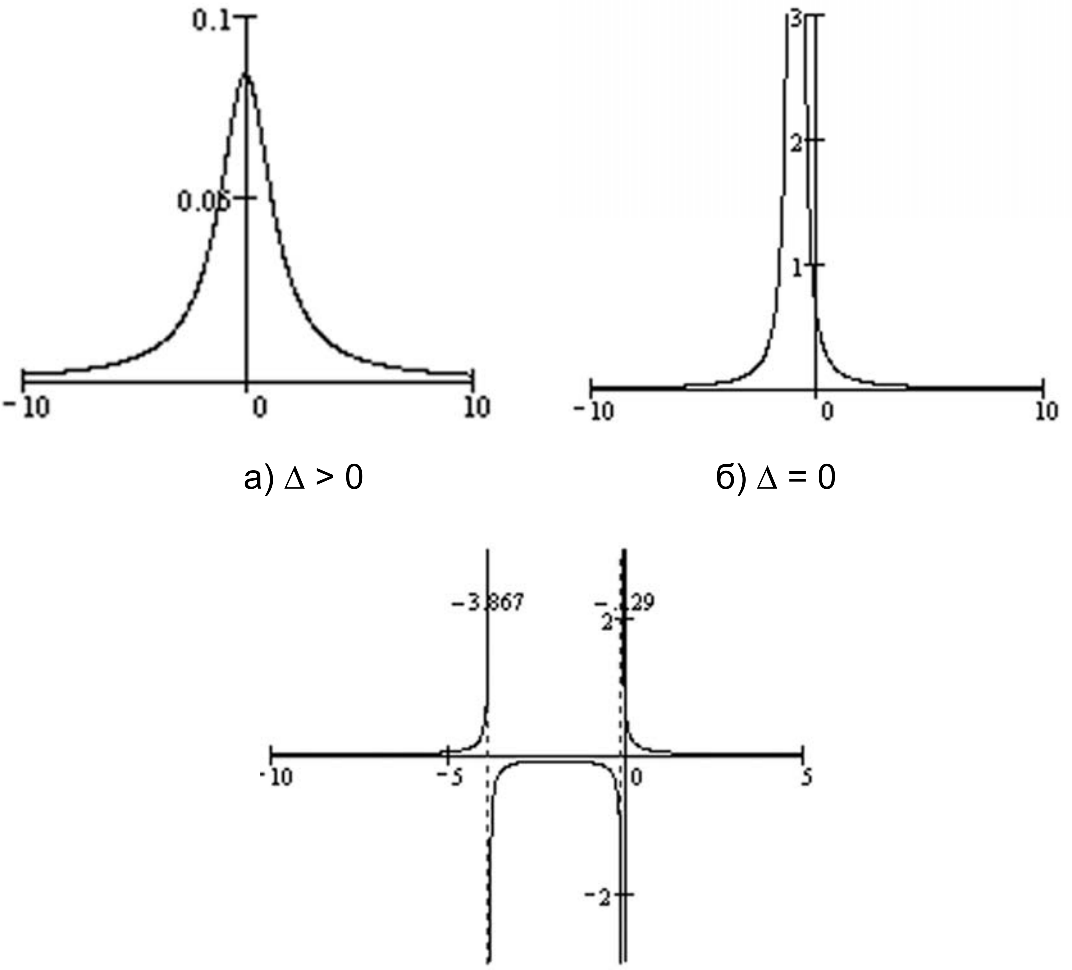


Рис. П2.6. Гипербола

Нелинейная дробно-рациональная функция $y = \dfrac{1}{ax^2 + bx + c}$, $a \neq 0$. Вид кривой существенно определяется значением дискриминанта $\Delta = 4ac - b^2$ (рис. П2.7).



а) $\Delta > 0$ б) $\Delta = 0$

в) $\Delta < 0$

Рис. П2.7. График нелинейной дробно-рациональной функции

Тригонометрические функции

С и н у с $y = \sin x$. Это периодическая функция с периодом $T = 2\pi$. Её график — синусоида (рис. П2.8).

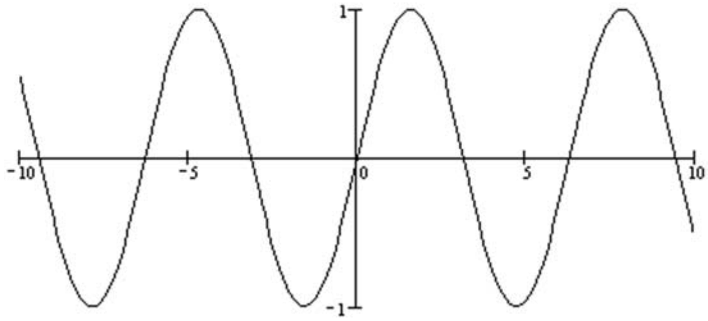


Рис. П2.8. Синусоида

К о с и н у с $y = cos\,x$. Это периодическая функция с периодом T = 2π. Её график — синусоида, сдвинутая по оси x на π/2 (рис. П2.9).

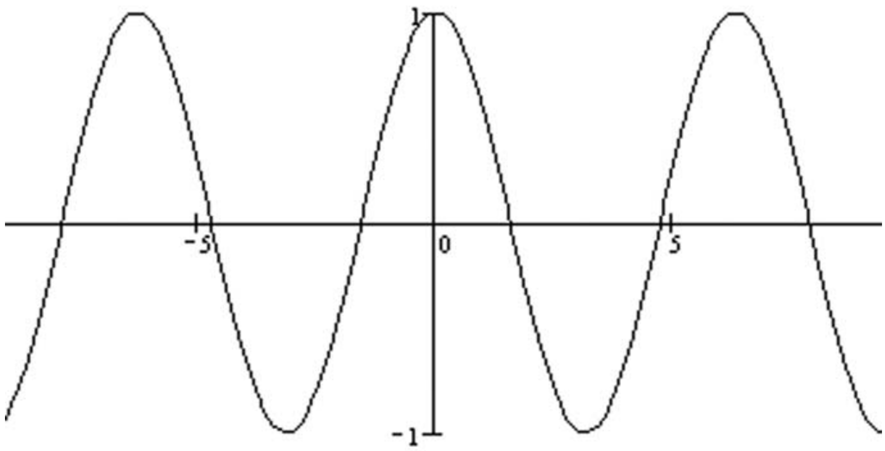


Рис. П2.9. График функции y = cos x

Т а н г е н с $y = tan\,x$. Функция периодична с периодом Т = π (рис. П2.10).

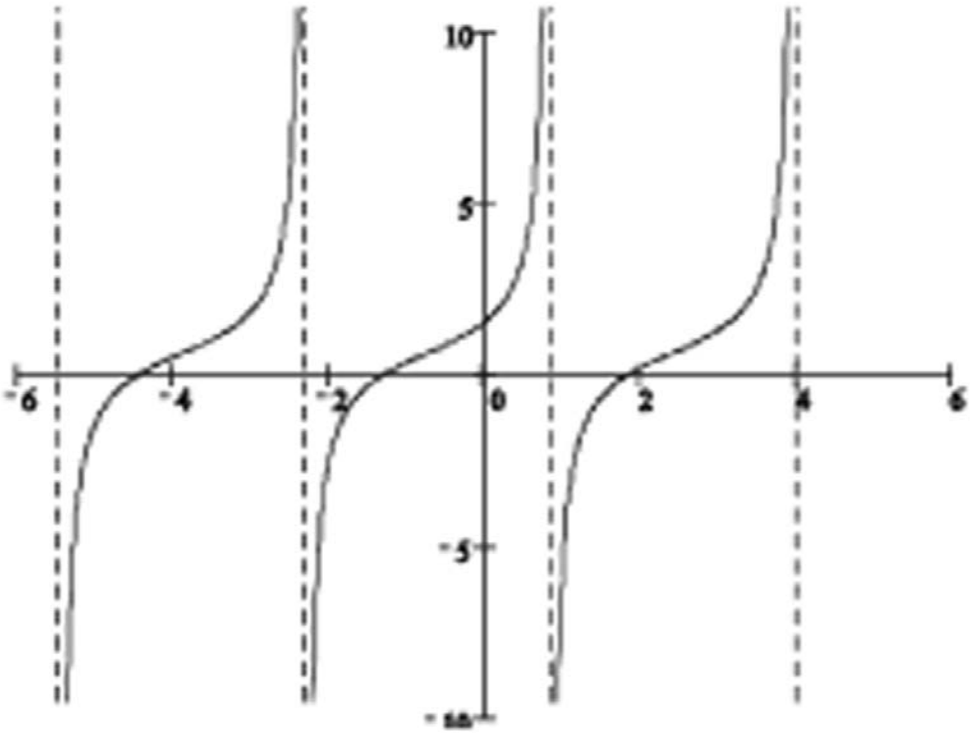


Рис. П2.10. Тангенсоида

Показательные и логарифмические функции

П о к а з а т е л ь н а я ф у н к ц и я $y = e^{bx} = exp(bx)$. Её еще называют экспоненциальной. При $b > 0$ функция монотонно возрастает, при $b < 0$ она монотонно убывает (рис. П2.11).

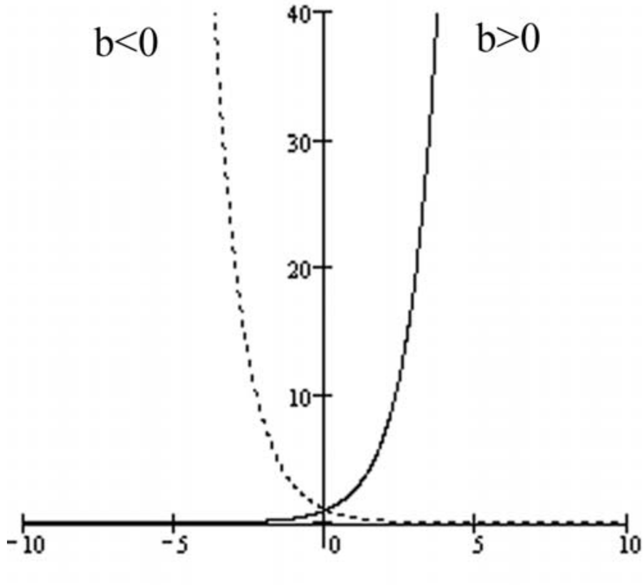


Рис. П2.11. Экспонента

Логарифмическая функция $y = log_a x, a > 0, a \neq 1$. Является обратной для показательной функции. При a > 1 функция монотонно возрастает, при 0 < a < 1 она монотонно убывает (рис. П2.12).

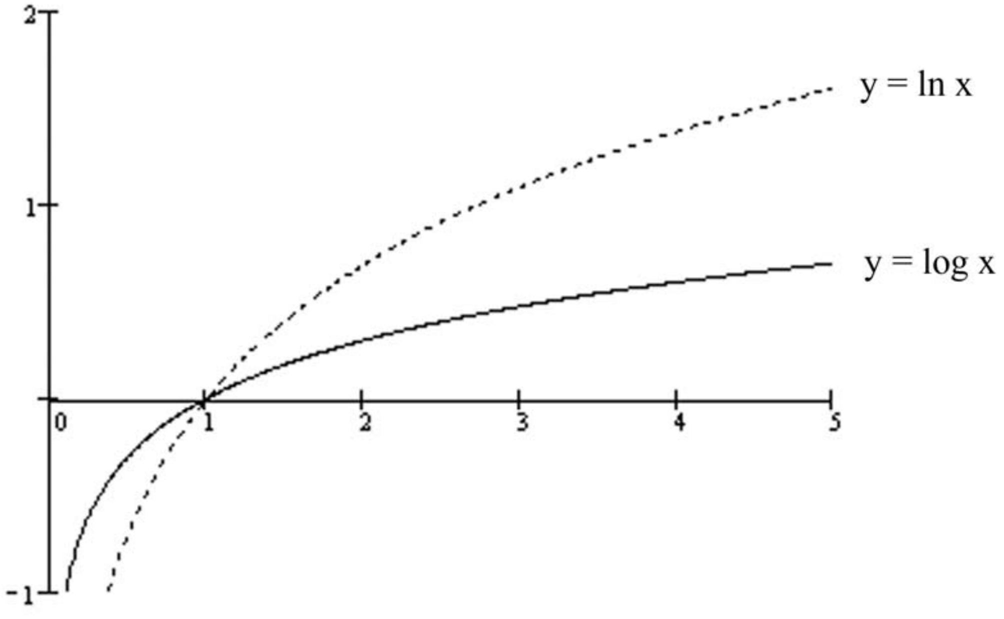


Рис. П2.12. Графики логарифмических функций

Приложение 3

Встроенные функции

Название	Правописание
Арккосинус гиперболический	acosh(x)
Синус	sin(x)
Косинус	cos(x)
Тангенс	tan(x)
Котангенс	cot(x)
Арксинус	asin(x)
Арккосинус	acos(x)
Арктангенс	atan(x)
Арккотангенс	acot(x)
Синус гиперболический	sinh(x)
Косинус гиперболический	cosh(x)
Тангенс гиперболический	tanh(x)
Натуральный логарифм	ln(x)
Десятичный логарифм	log(x)
Логарифм по основанию b	log(x,b)
Экспонента	exp(x)
Действительная часть комплексного числа	Re(z)
Мнимая часть комплексного числа	Im(z)
Максимальный элемент вектора	max(V)
Минимальный элемент вектора	min(V)
Число элементов вектора	length(V)
Число строк матрицы	rows(M)
Число столбцов матрицы	cols(M)
След матрицы	tr(M)
Вектор решений системы линейных алгебраических уравнений вида $M \cdot x = B$	lsolve(M,B)
Функция нахождения корней многочлена степени n, где V — вектор коэффициентов многочлена	polyroots(V)
Функция нахождения значений x, при которых $f(x)$ равно нулю	root($f(x),x$)

Приложение 4

Некоторые сообщения об ошибках

Сообщение	Содержание и причина
unmatched parenthesis	дисбаланс скобок — попытка вычислить выражение, содержащее левую скобку без соответствующей правой
must be vector	должно быть вектором — в данной операции требуется векторный аргумент
must be nonzero	должно быть ненулевым
must be positive	должно быть положительным
must be scalar	должно быть скаляром
index out of bounds	индекс вне границ
wrong size vector	неверный размер вектора
array size mismatch	несовпадение размеров массивов
no matching Given	нет соответствующего *Given* — использование функций *Find* или *Minerr* без соответствующего им слова *Given*
error in constant	ошибка в константе — после цифры следуют буквы
Interrupted	прервано — при нажатии [Esc] при выполнении вычислений, для пересчета — [F9]
missing operator	пропущенный операнд
did not find solution	решение не найдено
too few arguments	слишком мало аргументов
too few constraints	слишком мало ограничений
too many arguments	слишком много аргументов — используемой функции требуется меньше аргументов

Учебно-методическое издание

Математический пакет MathCAD : учебно-методическое пособие для студентов инженерных специальностей очной и заочной форм обучения / сост. С.В. Николаева, Н.В. Кромкина. — 2-е изд., стереотип. — Кострома : КГСХА, 2009. — 62 с.

Гл. редактор Н.В. Киселёва
Редактор выпуска Т.В. Тарбеева
Корректор М.М. Мазина