

Задачи на производительность

В определенном смысле задачи на работу схожи с задачами на движение: роль скорости здесь играет производительность, роль расстояния — объем работы. В тех случаях, когда объем работы в явном виде не задан, его иногда удобно принять равным единице. Существенно разных задач здесь практически нет, во всех случаях речь идет о выполнении определенной работы, меняются только сюжеты, а «математическая» фабула остается одной и той же. Иногда в задачах на работу выделяют группу задач на трубы и бассейны, решение которых, вообще говоря, не имеет никаких специфических черт по сравнению с другими задачами на работу.

Иногда в задачах на совместную работу можно обойтись без решения уравнений, используя только арифметический способ. Правда, для этого порой приходится прибегать к гипотетическим допущениям. Рассмотрим такой пример. Маша и Даша за день могут прополоть 3 грядки, Даша и Глаша — 4 грядки, а Глаша и Маша — 5 грядок. Спрашивается, сколько грядок за день смогут прополоть девочки, работая втроем? Вообразим, что сначала Маша и Даша работали один день, затем Даша и Глаша работали один день, а потом Глаша и Маша работали еще один день. Получается, что каждая из девочек работала два дня или что бригада, состоящая из Маши, Глаши и Даши, прополола $3 + 4 + 5 = 12$ грядок за два дня. Значит, за один день эта бригада прополет вдвое меньше грядок, т. е. 6.

7. Задачи на работу.

Решение задачи 7 диагностической работы

Ключевой в задачах на работу является следующая задача: первый мастер может выполнить некоторую работу за a часов, а второй мастер — за b часов. За какое время выполнят работу оба мастера, работая вдвоем? Поскольку объем работы не задан, его можно принять равным единице. Тогда первый мастер за один час выполнит часть работы, равную $\frac{1}{a}$, второй — $\frac{1}{b}$, а оба мастера — часть работы, равную $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. Значит, всю работу они выполнят за время

$$t = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}.$$

7. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Решение. За 3 часа первый рабочий сделал $\frac{3}{15}$ всей работы. Оставшиеся $\frac{12}{15}$ работы рабочие делали уже вместе и потратили на это

$$\frac{12}{15} : \frac{2}{15} = 6 \text{ (ч)}.$$

Значит, время, затраченное на выполнение всего заказа, составляет 9 часов.

Ответ. 9.

Ответы:

T7.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T7.9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочная работа 7

Вариант 1

T7.1. Один мастер выполняет заказ за 3 часа, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

T7.2. Гоша и Лёша вскапывают грядку за 8 минут, а один Гоша — за 24 минуты. За сколько минут вскапывает грядку один Лёша?

T7.3. Даша и Маша пропалывают грядку за 18 минут, а одна Маша — за 45 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

T7.4. Карлсон съедает банку варенья за 8 минут, фрекен Бок — за 12 минут, а Малыш — за 24 минуты. За сколько минут они съедят банку варенья втроем?

T7.5. Винни-Пух съедает горшочек меда за 3 минуты, Пятачок — за 8 минут, а ослик Иа — за 24 минуты. За сколько минут они съедят горшочек меда втроем?

T7.6. Игорь и Паша красят забор за 3 часа. Паша и Володя красят этот же забор за 6 часов, а Володя и Игорь — за 4 часа. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроем? Ответ дайте в минутах.

T7.7. Маша и Настя вымоют окно за 12 минут. Настя и Лена вымоют это же окно за 20 минут, а Маша и Лена — за 15 минут. За сколько минут девочки вымоют окно, работая втроем?

T7.8. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 6 вопросов теста, а Ваня — на 7. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

T7.9. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации выполняет заказ за 12 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

8. Задачи на бассейны и трубы.

Решение задачи 8 диагностической работы

Как уже отмечалось, задачи на бассейны и трубы аналогичны задачам на совместную работу. Модельная ситуация остается той же, только мастерам будут соответствовать насосы разной производительности, а работа будет заключаться в наполнении бассейна или иного резервуара.

8. Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 360 литров она заполняет на 10 минут медленнее, чем вторая труба?

Решение. Пусть первая труба пропускает x литров воды в минуту, $x > 0$. Тогда вторая труба пропускает $x + 6$ литров воды в минуту. Составим по условию задачи уравнение

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+6} = 10,$$

откуда, разделив обе части уравнения на 10, получим

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+6} = 1.$$

Приведем дроби в левой части к общему знаменателю:

$$\frac{36(x+6) - 36x}{x(x+6)} = 1,$$

откуда

$$x(x+6) = 36 \cdot 6 \quad \text{и} \quad x^2 + 6x - 216 = 0.$$

Корнями полученного квадратного уравнения являются числа -18 и 12 , из которых только последнее удовлетворяет условию $x > 0$.

Ответ. 12.

Ответы:

Тренировочная работа 8

Вариант 1

T8.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T8.1. Первая труба пропускает на 10 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Ёмкость объемом 3000 литров вторая труба заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба. Пусть вторая труба пропускает x литров воды в минуту. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} - 10$;

2) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x+10} + 10$;

3) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} + 10$;

4) $\frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-10} - 10$.

T8.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T8.2. Первая труба пропускает на 12 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 160 литров она заполняет на 12 минут дольше, чем вторая труба?

T8.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T8.3. Первая труба наполняет бак объемом 770 литров, а вторая труба — бак объемом 830 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 6 литров воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

T8.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T8.4. В помощь садовому насосу, перекачивающему 7 литров воды за 4 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 5 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 63 литра воды?

T8.5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T8.5. Две трубы наполняют бассейн за 4 часа. Только одна первая труба наполняет бассейн за 5 часов. За сколько часов наполняет бассейн вторая труба?

T8.6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

T8.6. Из бассейна с помощью насоса откачали 30 кубометров воды, а затем вновь заполнили бассейн до прежнего уровня. На всё это потребовалось 8 часов. Известно, что при заполнении бассейна насос перекачивает в час на 4 кубометра воды меньше, чем при откачивании. Сколько часов ушло на заполнение бассейна?

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---