Кинематика-лекции

Кинематика изучает общие законы механического движения материальной точки или системы материальных точек (твердого тела) без учета действия сил.

Движение – это изменение с течением времени положения данного тела в пространстве по отношению к другим телам.

Кинематически задать движение или закон движения точки (твердого тела) – значит задать положение этой точки (тела) в пространстве в любой момент времени.

Кинематика включает в себя два раздела:

Кинематика точки,

Кинематика твердого тела.

Кинематика точки

Материальная точка – тело, размерами которого можно пренебречь.

У точки нет вращательного движения.

К основным кинематическим характеристикам движения точки относятся:

Траектория движения точки

Скорость

Ускорение

По виду траектории движения точки различают прямолинейное и криволинейное движение.

Траектория – непрерывная линия, описываемая точкой при её движении.

Способы задания движения точки

1. Векторный способ задания движения точки.

Задать движение, это значит - уметь определить положение точки в каждый момент времени. Векторный способ задания движения заключается в задании вектор функции: $\bar{r} = \bar{r}(t)$. Подставляя в нее значения времени t_1, t_2, ... , получим вектора $\bar{r}_1 = \bar{r}(t_1)$, $\bar{r}_2 = \bar{r}(t_2)$, .. , которые определяют положение точки в эти моменты времени (рис.1). Построить вектор можно только в некоторой системе координат. Векторный способ подразумевает наличие системы координат, но не конкретизирует ее, поэтому им пользуются при выводе теоретических положений.

Линия, которую описывает точка при своем движении, называется траекторией.

2. Координатный способ задания движения точки.

При этом способе задается 3 функции (при движении в пространстве), определяющие три координаты точки в каждый момент времени. Системы координат могут быть разными, например: прямоугольная Декартова, цилиндрическая или сферическая система координат. В первом случае задается: $x=x(t);\ y=y(t);\ z=z(t)$ - это и есть уравнения движения точки (рис.2). В цилиндрической системе координат (рис.3) задаются: $\rho= \rho(t);\ \varphi= \varphi(t);\ z=z(t)$. В сферической (рис.4): $\varphi = \varphi(t);\ \theta= \theta(t);\ r=r(t)$. Если движение задано в какой - то из этих систем координат, то всегда можно перейти к заданию движения в любой из двух других.

3. Естественный способ задания движения точки.

Он заключается в задании (рис.5):

1) траектории точки: $y = f(x)$,

2) начала отсчета (точка О),

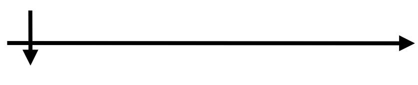


рис. 5

3) положительного направления отсчета,

4) закона движения s = s(t), где s - дуговая координата.

4. Естественные оси координат.

Естественные оси двигаются вместе с точкой и изменяют свое положение в пространстве. Этих осей три (рис.6):
касательная, главная нормаль, бинормаль.

Единичный вектор касательной - $\bar{\tau}$ (тау) направлен по касательной к траектории в сторону положительного отсчета дуги.

Соприкасающаяся плоскость - предельное положение плоскости, проходящей через т. M_1, лежащую на кривой и касательную в т. M, при стремлении т. M_1 к т. M. Единичный вектор главной нормали $\bar{n}$ - перпендикулярен $\bar{\tau}$, лежит в соприкасающейся плоскости и направлен в сторону вогнутости траектории. Плоскость перпендикулярная касательной называется нормальной. Единичный вектор бинормали $\bar{b}$ - перпендикулярен соприкасающейся плоскости и направлен в ту сторону, откуда вращение от $\bar{\tau}$ к $\bar{n}$, по кратчайшему пути, видно происходящим против часовой стрелки. Плоскость ($\bar{\tau}$, $\bar{b}$) называется спрямляющей.

5. Скорость при векторном способе задания движения.

Пусть за время Δt точка переместилась из M в M_1 (рис.7) , вектор $\Delta \bar{r}$ - вектор перемещения. Средней скоростью точки за время Δt называется вектор $\bar{v}_{ср} = \Delta \bar{r} / \Delta t$. Скоростью точки в данный момент времени называется предел, к которому стремится отношение вектора перемещения к промежутку времени, за которое оно произошло, при стремлении последнего к нулю :

$$\bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta \bar{r} / \Delta t$$

Из рис. 7 видно, что: $\bar{r}$ *(t)* + *Δ* $\bar{r}$ = $\bar{r}$ *(t+Δt)* тогда: *Δ* $\bar{r}$ = $\bar{r}$ *(t+Δt)* - $\bar{r}$ *(t)*, и

$$\bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta \bar{r} / \Delta t = \lim_{\Delta t \to 0}(\bar{r}(t+\Delta t) - \bar{r}(t)) / \Delta t = d\bar{r} / dt.$$

То есть, скорость точки в данный момент времени равна первой производной от радиуса вектора по времени. Из рисунка видно, что вектор скорости в данный момент времени занимает положение касательной. Скорость измеряется в м/с.

6. Ускорение при векторном способе задания движения.

Средним ускорением называется отношение вектора изменения скорости к промежутку времени, за которое оно произошло: $\bar{a}_{ср} = \Delta \bar{v} / \Delta t$.

Ускорением точки в данный момент называется предел этого отношения при стремлении промежутка времени к нулю.

$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta \bar{v} / \Delta t = \lim_{\Delta t \to 0}(\bar{v}(t+\Delta t) - \bar{v}(t)) / \Delta t.$$

Ускорение равно первой производной от скорости или второй производной от радиуса вектора по времени:

$$\bar{a} = d\bar{v} / dt = d\bar{r} / dt^2 .$$

Ускорение $\bar{a}_{ср}$, а значит и ускорение в данный момент времени - $\bar{a}$ направлено в сторону вогнутости траектории (рис.8). Ускорение измеряется в м/с^2.

7. Скорость при координатном способе задания движения.

Известно, что: $\bar{v} = d\bar{r} / dt$, но $\bar{r} = x \cdot \bar{i} + y \cdot \bar{j} + z \cdot \bar{k}$, тогда (т.к. $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ - const):

$$\bar{v} = dx/dt\cdot\bar{i} + dy/dt\cdot\bar{j} + dz/dt\cdot\bar{k}, \qquad (1)$$

С другой стороны: $\bar{v} = v_x\cdot\bar{i} + v_y\cdot\bar{j} + v_z\cdot\bar{k}$. (2)

Сравнивая (1) и (2) получим: $v_x = dx/dt;\ v_y = dy/dt;\ v_z = dz/dt$, т.е. ***проекция скорости на ось равна первой производной от соответствующей координаты по времени.*** Зная проекции можно найти модуль скорости:

$|\bar{v}| = \sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$, а так же направляющие косинусы:

$\cos(\bar{v};\bar{i}) = v_x/|\bar{v}|$; $\cos(\bar{v};\bar{j}) = v_y/|\bar{v}|$; $\cos(\bar{v};\bar{k}) = v_z/|\bar{v}|$.

8. Ускорение при координатном способе задания движения.

Известно, что: $\bar{a} = d\bar{v}/dt$, но $\bar{v} = v_x\cdot\bar{i} + v_y\cdot\bar{j} + v_z\cdot\bar{k}$, тогда:

$$\bar{a} = dv_x/dt\cdot\bar{i} + dv_y/dt\cdot\bar{j} + dv_z/dz\cdot\bar{k}, \qquad (1)$$

С другой стороны : $\bar{a} = a_x\cdot\bar{i} + a_y\cdot\bar{j} + a_z\cdot\bar{k}$. (2)

Сравнивая (1) и (2) получим:

$a_x = dv_x/dt = d^2x/dt^2$; $a_y = dv_y/dt = d^2y/dt^2$; $a_z = dv_z/dt = d^2z/dt^2$. То есть: ***проекция ускорения на ось равна первой производной от проекции скорости на ту же ось, или второй производной от соответствующей координаты по времени.***

Модуль ускорения : $|\bar{a}| = \sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$, направляющие косинусы:

$\cos(\bar{a};\bar{i}) = a_x/|\bar{a}|$; $\cos(\bar{a};\bar{j}) = a_y/|\bar{a}|$; $\cos(\bar{a};\bar{k}) = a_z/|\bar{a}|$.

9. Скорость при естественном способе задании движения.

Известно : $\bar{V} = \lim \Delta\bar{r}/\Delta t\cdot\Delta s/\Delta s = \lim\Delta\bar{r}/\Delta s\cdot\lim\Delta s/\Delta t$.

$\Delta t \to 0 \qquad \Delta s \to 0 \qquad \Delta t \to 0$

Так как первый предел по модулю равен единице, а направлен по касательной, то он равен $\bar{\tau}$ (тау), обозначим: $ds/dt = v_\tau$, тогда: $\bar{V} = v_\tau \cdot \bar{\tau}$.

10. Ускорение при естественном способе задания движения.

Известно, что: $\bar{a} = d\bar{V}/dt = dv_\tau/dt \cdot \bar{\tau} + v_\tau \cdot d\bar{\tau}/dt.$

(1)

Можно показать, что: $d\bar{\tau}/dt = v_\tau/\rho \cdot \bar{n}$. Тогда формула (1) примет вид :

$$\bar{a} = dv_\tau/dt \cdot \bar{\tau} + v^2_\tau/\rho \cdot \bar{n} \qquad (1')$$

С другой стороны : $\bar{a} = a_\tau \cdot \bar{\tau} + a_n \cdot \bar{n} + a_b \cdot \bar{b}$.

(2)

Сравнивая (1') и (2) получим:

$$a_\tau = dv_\tau/dt; \qquad a_n = v^2_\tau/\rho; \qquad a_b = 0.$$

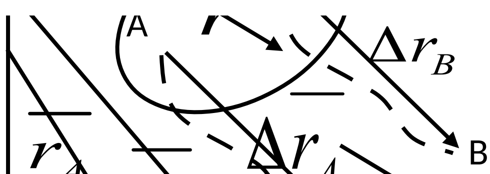
Здесь: ρ - радиус кривизны траектории - величина обратная кривизне (k): $\rho = 1/k$. По определению: $k = \lim\limits_{\Delta s \to 0} \varepsilon/\Delta s$, где: ε - угол смежности (угол между касательными в двух точках кривой, лежащих на расстоянии Δs). Радиус кривизны - это радиус максимальной окружности, которую можно вписать в кривую в данной точке. Радиус кривизны окружности равен радиусу окружности, у прямой он равен ∞.

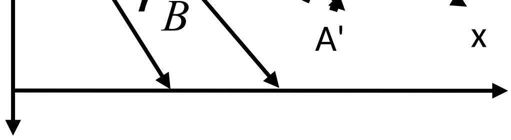
11. Поступательное движение твердого тела.

Поступательным движением называется такое движение тела, при котором любая прямая, жестко соединенная с телом остается параллельной своему начальному положению.

Теорема. ***При поступательном движении все точки тела описывают совпадающие при наложении траектории и имеют в данный момент времени одинаковые скорость и ускорение.***

Пусть тело (рис.9), двигаясь поступательно, переместилось из положения АВ в положение





A'B'. Фигура ABA'B' - параллелограмм, т.к. стороны AB и A'B' равны и параллельны. Следовательно перемещения точек A и B будут так же равны и параллельны, т.е.: $\Delta \bar{r}_A = \Delta \bar{r}_B$. Из рисунка видно, что траектория т. B получается из траектории т. A смещением на $\bar{r}$, т.е. траектории совпадают при наложении. Взяв два раза производную, от равенства $\bar{r}_A = \bar{r}_B$, получим: $\bar{v}_A = \bar{v}_B$; $\bar{a}_A = \bar{a}_B$. Что и требовалось доказать. То есть при изучении поступательного движения достаточно изучить движение хотя бы одной его точки, а для этого можно использовать теорию, полученную в кинематике точки.

12. Вращательное движение. Угловая скорость и угловое ускорение.

Вращательным движением называется такое движение твердого тела, при котором имеются две точки, остающиеся все время неподвижными.

Линия, проходящая через эти две точки, называется осью вращения. Все точки лежащие на оси вращения неподвижны. Положение вращающегося тела можно задать с помощью двугранного угла φ (рис.10) между неподвижной полуплоскостью (н.п.) и подвижной полуплоскостью (п.п.), жестко связанной с телом. Угол φ положителен, если для наблюдателя, смотрящего с положительного конца оси вращения, поворот виден происходящим против часовой стрелки. Для задания вращения надо задать функцию, описывающую изменение угла φ во времени: $\varphi=\varphi(t)$. Это и есть закон вращательного движения. Основными кинематическими характеристиками вращательного движения являются угловая скорость – ω (рад/сек; 1/с) и угловое ускорение ε (рад/сек^2; 1/с^2). Эти величины вводятся по аналогии с понятиями скорости и ускорения точки.

Угловая скорость ω (омега) - есть предел, к которому стремится отношение приращения угла поворота $\Delta\varphi$ к промежутку времени Δt, за которое оно произошло, при стремлении последнего к нулю. Угловое ускорение ε (ипсилон) - предел отношения приращения угловой скорости к промежутку времени, при стремлении последнего к нулю. Очевидно, эти пределы равны первым производным от угла и угловой скорости по времени, то есть:

$$\omega = d\varphi/dt; \quad \varepsilon = d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2.$$

В технике часто угловая скорость задается в оборотах в минуту. В этом случае она называется частотой вращения и обозначается буквой n. Связь между ω и n имеет вид: $\omega = \pi \times n/30$.

Угловые скорость и ускорение можно представить как векторы. Вектор $\bar{\omega}$ направлен по оси вращения, в ту сторону, откуда вращение видно происходящим против часовой стрелки. Вектор $\bar{\varepsilon}$ направлен в сторону вектора $\bar{\omega}$, если вращение ускоренное и в противоположную сторону, если замедленное (рис.10).

13. Скорость и ускорение точек тела при вращательном движении. Формула Эйлера.

Пусть за время Δt тело повернулось на угол $\Delta\varphi$, тогда т. М опишет дугу окружности длиной Δs (рис.11а). Найдем скорость т.М:

$$v_M = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta s/\Delta t = \lim_{\Delta t \to 0} (R \cdot \Delta\varphi)/\Delta t = R \cdot \omega.$$

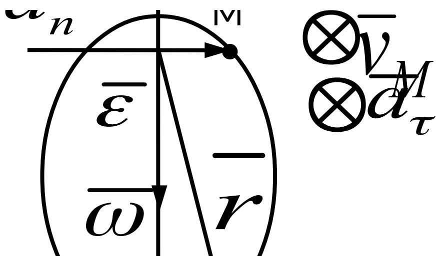
Ускорение касательное :

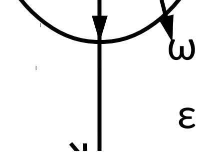
$$a_\tau = d v_M/dt = d(R \cdot \omega)/dt = R \cdot d\omega/dt = R \cdot \varepsilon.$$

Ускорение нормальное :

$$a_n = v_M^2/\rho = \omega^2 R^2/R = \omega^2 R.$$

Тогда полное ускорение:





$$a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угол наклона полного ускорения к радиусу не зависит от R: $tg\alpha = a_\tau / a_n = \varepsilon / \omega^2$.

Скорость т.М можно найти и с помощью векторного произведения: $\bar{v} = \bar{\omega} \times \bar{r}$, это и есть ***формула Эйлера.*** Здесь $\bar{r}$ - радиус вектор точки М (рис 11б). Взяв производную от этой формулы, получим:

$$\bar{a}_M = d\bar{v}_M/dt = d\bar{\omega}/dt \times \bar{r} + \bar{\omega} \times d\bar{r}/dt = \bar{\varepsilon} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}).$$

Можно проверить, что первое слагаемое есть - a_τ, а второе - a_n .

14. Уравнение равнопеременного вращения.

Равнопеременным вращением называется такое вращение, при котором угловое ускорение постоянно ($\varepsilon = const$).

Но $\varepsilon = d\omega/dt$, разделив переменные и проинтегрировав: $\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \varepsilon\, dt$, получим закон изменения угловой скорости при равнопеременном движении:

$$\omega - \omega_0 = \varepsilon t, \quad \text{или} \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t. \qquad (1)$$

Учитывая, что $\omega = d\varphi/dt$, разделяя переменные и интегрируя еще один раз, получим закон равнопеременного вращения: $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + 1/2\ \varepsilon t^2$ (2)

Из уравнения (1) видно, что если ε и ω_0 имеют одинаковый знак, то ω по модулю возрастает с течением времени. В этом случае вращение называется равноускоренным. В формуле (2) обычно полагают $\varphi_0 = 0$, т.к. начальный угол поворота : φ_0 зависит от выбора начала отсчета. Если $\varepsilon = 0$, то вращение называется равномерным. $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t$ - закон равномерного вращения.

15. Плоско - параллельное движение.

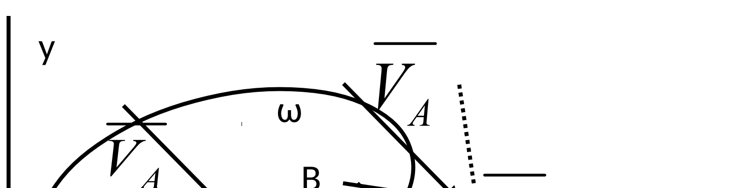
Плоско-параллельным движением называется такое движение, при котором имеется сечение тела, движущееся параллельно некоторой неподвижной плоскости (рис. 12). Очевидно, что точки лежащие на перпендикуляре A_1A_2 к сечению S, двигаются также, как точка А. Следовательно для изучения движения всего тела достаточно изучить движение сечения S. Положение сечения S определяется положением отрезка АВ (рис.13). Для задания положения отрезка АВ достаточно задать координаты x и y, точки А, а также угол φ между АВ и осью x. Для задания движения сечения S надо задать три функции определяющие x,y и φ в каждый момент времени. Таким образом, уравнения плоско-параллельного движения имеют вид:

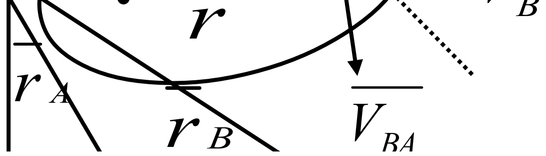
$$\begin{cases} x_A = f_1(t) \\ y_A = f_2(t) \\ \phi = \phi(t) \end{cases}$$

Зная эти уравнения можно написать уравнение движения любой точки тела. Если φ = const, то тело будет совершать поступательное движение. Следовательно, первые два уравнения его и описывают. Если x_A и y_A= const, то тело будет совершать вращательное движение, следовательно его описывает последнее уравнение. Плоское движение можно представить как сумму двух движений: поступательного, вместе с полюсом А и вращательного вокруг точки А.

16. Теорема о сложении скоростей при плоском движении.

Теорема: ***Скорость любой точки тела, совершающего плоскопараллельное движение, геометрически складывается из скорости полюса (т.А) и скорости вращения этой точки вокруг полюса***.





Из рис.14 видно, что $\bar{r}_B = \bar{r}_A + \bar{r}$. Возьмем производную. Из кинематики точки известно, что d $\bar{r}_B$ /dt = $\bar{v}_B$; d $\bar{r}_A$ /dt = $\bar{v}_A$. Обозначим d $\bar{r}$ /dt = $\bar{v}_{BA}$, тогда получим:

$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$ **- это и есть теорема о сложении скоростей при плоском движении**. Очевидно $\bar{v}_{BA}$ - это скорость движения точки В, когда точка А неподвижна, то есть когда тело вращается вокруг полюса А. $\bar{v}_{BA}$ - это скорость вращения точки В вокруг полюса А. Тогда $\bar{v}_{BA}$ $\perp$AB. По формуле Эйлера: $\bar{v}_{BA} = \bar{\omega} \times \bar{r}$, тогда теорема примет вид: $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{\omega} \times \bar{r}$.

Данная теорема имеет два следствия:

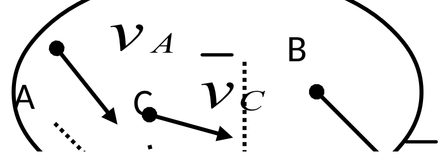
1. Проекции скоростей двух точек тела, совершающего плоское движение, на линию соединяющую их равны.
2. Конец вектора скорости т.С, лежащей на отрезке АВ(рис 15), делит отрезок, соединяющий концы векторов $\bar{v}_A$ и $\bar{v}_B$ в том же отношении, в каком точка С делит отрезок АВ, то есть *AB/AC=ab/ac*

17. Определение скорости точек с помощью МЦС.

При решении задач пользоваться теоремой о сложении скоростей неудобно, для этого используют понятие мгновенного центра скоростей (МЦС).

МЦС - это точка, скорость которой в данный момент времени равна 0.

Если в качестве полюса взять МЦС (точка Р), то теорема о сложении скоростей примет вид: $\bar{v}_B = \bar{v}_P + \bar{v}_{BP}$ или $\bar{v}_A = \bar{v}_P + \bar{v}_{AP}$ ....., но $\bar{v}_P$ = 0, тогда: $\bar{v}_B = \bar{v}_{BP}$, $\bar{v}_A = \bar{v}_{AP}$. Таким образом скорость любой точки плоской фигуры определяется как скорость при ее вращательном движении вокруг МЦС, тогда: $v_C = \omega \cdot AP$, $v_B =$



$\omega \cdot BP, \ldots, v_C = \omega \cdot CP$, то есть, при определении скоростей, можно считать, что тело вращается вокруг МЦС.

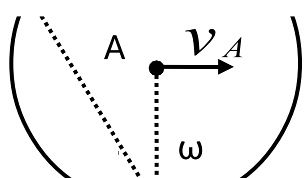
МЦС находится на пересечении перпендикуляров к скоростям 2-х точек тела (рис. 16). Если известна величина одной из скоростей, то можно найти угловую скорость и скорость любой точки сечения, по формулам, $\omega = v_A /AP$, $v_B= \omega \cdot BP$, $v_C=\omega \cdot CP, \ldots$. Очевидно, что чем ближе точка расположена к МЦС, тем меньше ее скорость. Кроме того:

$$v_B / BP = v_C / CP = \ldots = v_A / AP = \omega.$$

Если скорости двух точек тела параллельны, а перпендикуляры к ним не совпадают, то они пересекутся в бесконечности (рис 17), в этом случае: $\omega = v_A /AP= v_A /\infty = 0$. Говорят, что тело совершает мгновенное поступательное движение. В этом случае скорости всех точек тела равны и параллельны.

Если скорости двух точек тела параллельны, а перпендикуляры к ним совпадают, то для определения положения МЦС надо знать величины скоростей 2-х точек тела. В этом случае МЦС находится на пересечении перпендикуляра к скоростям и линии, проходящей через концы векторов скоростей (рис.18). Расстояние от т. В до МЦС можно определить из подобия треугольников АаР и ВbР: $v_A/v_B = (AB+BP)/BP$. Отсюда: $BP = v_B \cdot AB / (v_A - v_B)$. Зная ВР, можно найти $\omega = v_B / BP$, а затем скорость любой точки. Например: $v_C = \omega \cdot CP$.

Аналогично решается задача в случае, когда скорости двух точек параллельны и направлены в противоположные стороны.



Р

рис. 19

МЦС тела катящегося без скольжения по неподвижной поверхности находится в точке соприкосновения тела и поверхности (рис.19). В этом случае надо знать скорость хотя бы одной точки тогда: $\omega = v_A/AP;\ v_B = \omega \cdot BP$ и т.д.

18. Теорема о сложении ускорений.

Теорема: Ускорение точки тела, совершающего плоское движение, геометрически складывается из ускорения точки выбранной за полюс, нормального и тангенциального ускорений при вращении этой точки вокруг полюса: $\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^{\tau}_{BA} + \bar{a}^{n}_{BA}$

Воспользуемся теоремой о сложении скоростей: $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$. Возьмем производную. Тогда поскольку: $d\bar{v}_A/dt = \bar{a}_A$, а $d\bar{v}_B/dt = \bar{a}_B$, то:

$\bar{a}_B = \bar{a}_A + d\bar{\omega}/dt \times \bar{r} + \bar{\omega} \times d\bar{r}/dt$, но: $d\bar{\omega}/dt = \bar{\varepsilon}$, а $d\bar{r}/dt = \bar{v}_{BA}$, тогда:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{\varepsilon} \times \bar{r} + \bar{\omega} \times [\bar{\omega} \times \bar{r}] = \bar{a}_A + \bar{a}^{\tau}_{BA} + \bar{a}^{n}_{BA}.$$

Здесь: $\bar{a}^{n}_{BA}$ - вектор нормального (центростремительного) ускорения при вращении точки В вокруг точки А. Он направлен от точки В к точке А (рис.20), $\bar{a}^{\tau}_{BA}$ - вектор тангенциального (касательного) ускорения при вращении точки В вокруг точки А. Он направлен перпендикулярно АВ в сторону углового ускорения ε . По величине: $a^{n}_{BA} = \omega^2 \cdot AB;\ a^{\tau}_{BA} = \varepsilon \cdot AB.$

19 . Сложное движение точки. Теорема о сложении скоростей.

Сложным называется такое движение точки, при котором она одновременно участвует в нескольких движениях. Абсолютным движением называется движение точки по отношению к неподвижной системе отсчета. Относительным называется движение точки по отношению к подвижной системе отсчета. Переносным называется движение той точки подвижной системы отсчета, в которой находится движущаяся точка, по отношению к неподвижной. Проще можно сказать: относительным движением называется движение точки по телу, а переносным движением - движение точки вместе с телом.

Скорость и ускорение точки по отношению к неподвижной системе отсчета называются абсолютными (v, a). Скорость и ускорение точки по отношению к подвижной системе отсчета называются относительными (v_r, a_r). Скорость и ускорение той точки подвижной системы, в которой находится движущаяся точка, по отношению к неподвижной системе называются переносными (v_e, a_e).

Теорема* : *скорость точки в абсолютном движении геометрически складывается из переносной и относительной скорости.

$$\bar{v} = \bar{v}_r + \bar{v}_e$$

Например, на рис. 21 точка М совершает сложное движение: вращается вместе с диском – переносное движение, и двигается по хорде диска - относительное движение. При этом переносная скорость v_e направлена перпендикулярно отрезку ОМ в сторону переносной угловой скорости ω_e , а ее величина может быть найдена по формуле: $v_e = \omega_e \cdot OM$. Абсолютную скорость точки М можно найти по теореме косинусов:

$$v^2 = v_r^2 + v_e^2 + 2\, v_r \cdot v_e \cdot \cos\alpha$$

, где: α – угол между векторами v_e и v_r.

20. Теорема о сложении ускорений при сложном движении.

Теорема: Абсолютное ускорение точки геометрически складывается из переносного, относительного и Кориолисова ускорений.

$$\bar{a} = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_c \quad ,$$

где: $\bar{a}_e$ - переносное ускорение, $\bar{a}_r$ - относительное ускорение, $\bar{a}_c$ - ускорение

Кориолиса: $\bar{a}_c = 2\left[\bar{\omega}_e \times \bar{v}_r\right]$. Модуль ускорения можно найти по формуле: $\left|\bar{a}_c\right|$ $=2|\ \omega_e\ |\cdot|v_r\ |\cdot sin\beta,$ где: β – угол между векторами $\bar{\omega}_e$ и $\bar{v}_r$, в рассматриваемом случае этот угол равен 90º, так как вектор угловой скорости направлен перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Для определения направления $\bar{a}_c$ можно пользоваться, правилом векторного умножения или **правилом Жуковского**: *для определения направления ускорения Кориолиса надо спроецировать вектор относительной линейной скорости на плоскость $\perp$ оси переносного вращения и повернуть эту проекцию в этой плоскости на угол 90° в направлении переносной угловой скорости.*

Ускорение Кориолиса равно нулю если**:**

1. $\bar{\omega}_e$ $= 0$; т.е. переносное движение будет поступательным.
2. $\bar{v}_r$ $= 0$; т.е. точка неподвижна по отношению к подвижной системе отсчета.
3. $\bar{\omega}_e // \{\bar{v}_r¿$ - точка движется параллельно оси переносного вращения.