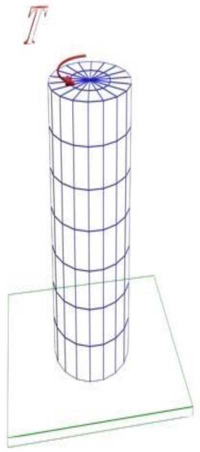
Лекция 5

Деформации и напряжения при кручении. Закон Гука при кручении.



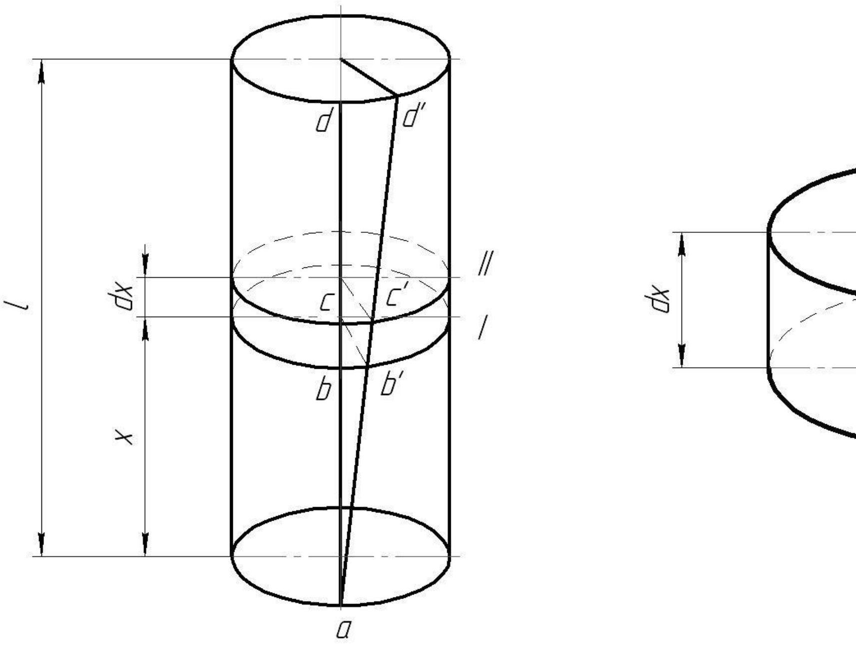
Рассмотрим цилиндр, один конец которого закреплён неподвижно, а к другому приложен крутящий момент.

Образующая ad займёт положение ad'. На расстоянии x выделим элемент dx. И получим точки b, b', c, c'. В элементе dx сечение I повернётся относительно основания на угол φ, а сечение II на угол φ+dφ.

γ – угол сдвига.

cc'' - абсолютный сдвиг.

$$cc'' = r \cdot d\phi$$

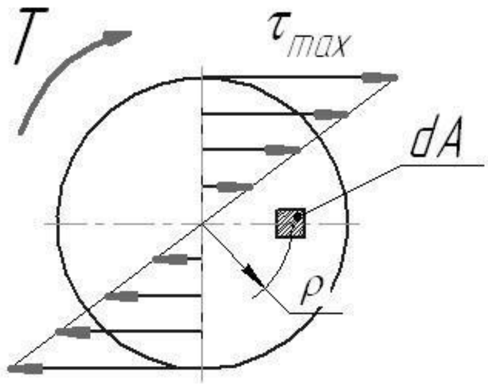


$$\gamma = \frac{cc''}{dx} = r \cdot \frac{d\phi}{dx}$$

$\theta = \dfrac{d\phi}{dx}$ - относительный угол закручивания.

$\gamma = r \cdot \theta$ (1).

Для цилиндров постоянного сечения и постоянно действующего крутящего момента можно утверждать, что для каждого элементарного участка dF, находящегося на радиусе r от центра сечения $\gamma_\rho = \rho \cdot \theta$



$\tau_\rho = G \cdot \gamma_\rho$, - 1-я форма записи закона Гука.

G - модуль упругости 2-го рода.

$$\tau_\rho = G \cdot \rho \cdot \theta.$$

Из эпюры видно, что максимальные касательные напряжения τ действуют на поверхности цилиндра, а в центре равны 0, <u>поэтому валы, работающие на кручение, можно изготавливать полыми</u>.

$\phi = \theta \cdot l = \dfrac{T \cdot l}{G \cdot J_p}$ - 2-я форма записи закона Гука при кручении.

$$\tau_\rho = G \cdot \rho \cdot \frac{T}{G \cdot J_p} = \frac{\rho \cdot T}{J_p}$$

$$\rho = \rho_{\max} = r \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{r \cdot T}{J_p} = \frac{T}{W_p},$$

где $W_p = \dfrac{J_p}{r}$ - полярный момент сопротивления сечения.

$W_p = \dfrac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0{,}2d^3$ - полярный момент сопротивления сечения (для круглого сечения).

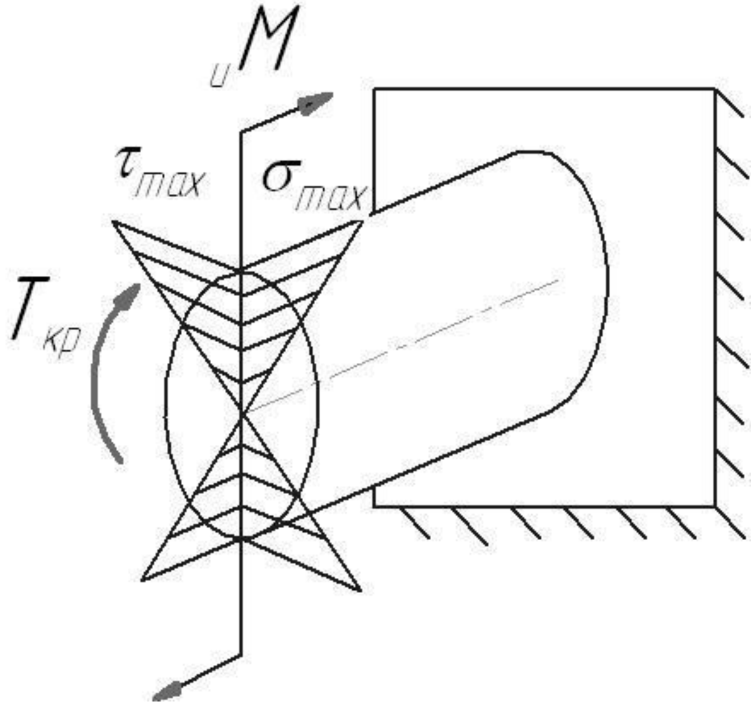
7. Расчёты на прочность деталей, работающих в условиях сложного нагружения.

В различных механизмах детали работают не только на растяжение или изгиб или на кручение. Отдельные детали, как правило, испытывают воздействие нескольких нагрузок одновременно.

Следовательно, они находятся в условиях сложного нагружения.

В таких случаях расчёты производят с учётом гипотезы независимости действия сил, т.е. определяют напряжение от воздействия каждого силового фактора и затем определенным образом суммируют по одной из теорий прочности.

7.1. Изгиб с кручением.



Изгиб с кручением - этот вид нагружения, наиболее часто встречающийся в валах зубчатых передач.

-

3-я теория прочности.

$$\sigma = \frac{M_и}{W_z}\ ;\quad \tau = \frac{T_{кр}}{W_p}$$

W_z - осевой момент сопротивления сечения;

W_p - полярный момент сопротивления сечения.

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\frac{M_u^2}{W_z^2} + 4 \cdot \frac{T_{кр}^2}{W_p}},$$

Для сплошного вала круглого сечения

$$W_z = \frac{W_p}{2}.$$

Тогда:

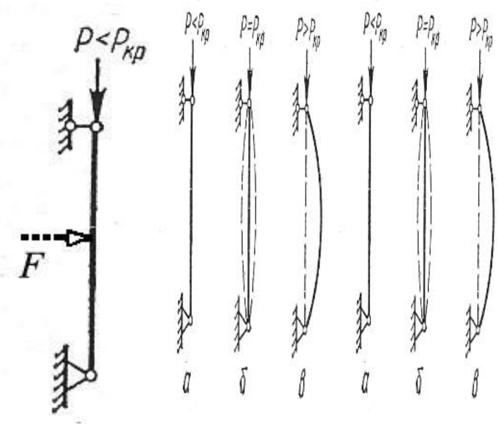
$$\sigma_{экв} = \frac{\sqrt{M_u^2 + T_{кр}^2}}{W_z} = \frac{M_{экв}}{W_z} \le [\sigma]$$

- условие прочности при совместном действии изгиба и кручения.

8. Устойчивость сжатых стержней.

Если на стержень, закреплённый определённым образом воздействовать вертикальной продольной силой, то до определенной нагрузки $P_{кр}$ стержень будет сохранять форму.

Система находится в деформированном состоянии равновесия между внешними нагрузками и вызываемыми ими силами упругости. Это состояние может быть устойчивым и не устойчивым.



I II III

I – устойчивая форма равновесия $P<P_{кр}$.

Деформированное тело при любом малом отклонении от положения равновесия (поперечной силой *F*) стремится вернуться к первоначальному состоянию после снятия нагрузки.

II – потеря устойчивости $P>P_{кр}$.

При любом малом отклонении от состояния равновесия тело деформируется и после снятия нагрузки либо не возвращается в исходное состояние, либо может потерять равновесие.

III – состояние безразличного равновесия $P=P_{кр}$, , при любом малом отклонении тело может сохранить исходную форму или может потерять равновесие.

Достижение нагрузками критических значений равносильно разрушению конструкций, следовательно, для обеспечения устойчивости необходимо выполнить условие

$$P \le \left[P \right],$$

где $\left[P \right] = \dfrac{P_{кр}}{n_y}$ - допускаемая продольная сила;

$n_y = 1{,}7 ... 5$ - коэффициент запаса устойчивости.

Для определения критической силы используем формулу Эйлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\nu l)^2}, E$$

где J_{min} - минимальный осевой момент инерции сечения;

E – модуль упругости при растяжении (сжатии);

n - коэффициент закрепления концов стержня.

Источник: http://www.studfiles.ru/preview/6382873/page:9/