

1.23. Понятие логарифма

1. Обозначение: $\log_a x$ — логарифм по основанию a числа x ($a > 0$, $a \neq 1$; $x > 0$).

2. Определение: $\log_a x = b$ — показатель степени, в которую надо возвести основание, чтобы получить число x , то есть $a^b = x$.

3. Частные случаи:

1) $\log_{10} x = \lg x$ — десятичный логарифм числа x ;

2) $\log_e x = \ln x$ — натуральный логарифм числа x .

Примеры для самоконтроля

1. $\log_2 8 = 3$, т.к. $2^3 = 8$.

2. $\log_3 \frac{1}{9} = -2$, т.к. $3^{-2} = \frac{1}{9}$.

3. $\log_5 5 = 1$, т.к. $5^1 = 5$.

4. $\log_9 1 = 0$, т.к. $9^0 = 1$.

5. $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{25} = 2$ т.к. $\left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$.

Примечание. Для любых $a > 0$ и $a \neq 1$:

6. $\log_a a = 1$, т.к. $a^1 = a$.

7. $\log_a 1 = 0$, т.к. $a^0 = 1$.

Примеры для самостоятельного решения

Вычислить:

59. $\log_3 81$. 60. $\lg 100$. 61. $\lg 0,1$.

62. $\log_{\frac{1}{3}} 3$. 63. $\lg 10$. 64. $\ln 1$.

65. $\lg 1000$. 66. $\lg 0,0001$. 67. $\log_5 5$.

1.24. Свойства логарифмов

При $u > 0$, $v > 0$ справедливы равенства:

1. $\log_a u + \log_a v = \log_a (u \cdot v)$.

2. $\log_a u - \log_a v = \log_a \frac{u}{v}$.

3. $n \log_a u = \log_a u^n$.

Примеры для самоконтроля

1. $\log_2 x + \log_2 y = \log_2 (x \cdot y)$.

2. $\lg 5 + \lg 20 = \lg 100 = 2$.

$$3. \log_9 18 - \log_9 2 = \log_9 \frac{18}{2} = \log_9 9 = 1.$$

$$4. 2\lg 3 = \lg 3^2 = \lg 9.$$

$$5. \lg 8 - \lg 4 = \lg \frac{8}{4} = \lg 2.$$