

1.16. Общие свойства неравенств

Два числа, или алгебраических выражения, объединенных знаком: $>$, \geq , $<$, \leq , образуют неравенство.

Перечислим наиболее важные свойства неравенств:

$$1. a > b \Leftrightarrow \begin{cases} b < a, \\ a - b > 0, \\ a + m > b + m, \\ a - m > b - m, \\ a \cdot m > b \cdot m, & \text{при } m > 0, \\ a : m > b : m, & \text{при } m > 0, \\ a \cdot m < b \cdot m, & \text{при } m < 0, \\ a : m < b : m, & \text{при } m < 0. \end{cases}$$

$$2. a \cdot b > 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ a < 0, \\ b < 0. \end{cases}$$

$$3. a \cdot b > 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ a < 0, \\ b > 0. \end{cases}$$

Примечания. 1. В неравенствах, содержащих $\frac{a}{b}$, следует учитывать, что $b \neq 0$.

2. Аналогичные утверждения справедливы для неравенств со знаками \leq , \geq .

Примеры для самоконтроля

1. $3 > 2 \Leftrightarrow 2 < 3$.

2. $x + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -4$.

3. $6x > 12 \Leftrightarrow x > 2$.

$$4. \frac{x}{3} < 5 \Leftrightarrow x < 15.$$

$$5. -x > 8 \Leftrightarrow x < -8.$$

$$6. 3x - 1 < 8 \Leftrightarrow 3x < 9 \Leftrightarrow x < 3.$$

$$7. \frac{x-2}{x-5} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0, \\ x-5 > 0, \\ x-2 < 0, \\ x-5 < 0. \end{cases}$$

$$8. x^2 + 3x \leq 0 \Leftrightarrow x(x+3) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0, \\ x+3 \geq 0, \\ x \geq 0, \\ x+3 \leq 0. \end{cases}$$

$$9. \frac{3x-8}{5x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-8 \geq 0, \\ 5x+2 > 0, \\ 3x-8 \leq 0, \\ 5x+2 < 0. \end{cases}$$

$$10. \frac{1-x}{6x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \leq 0, \\ 6x+1 > 0, \\ 1-x \geq 0, \\ 6x+1 < 0. \end{cases}$$