

1.4. Степени и действия с ними

1. Понятие степени

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}, (n \in \mathbb{N} \text{ и } n \geq 2),$$

$$a^1 = a,$$

$$a^0 = 1 \text{ при } a \neq 0,$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ при } a \neq 0,$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \text{ при } a \geq 0.$$

2. Действия со степенями

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}.$$

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m.$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \text{ при } b \neq 0.$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \text{ при } a \neq 0, b \neq 0.$$

Примечание. Аналогично определяются эти действия для бóльшего числа сомножителей.

Примеры для самоконтроля

$$1. x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5.$$

$$2. a^7 : a^4 = a^{7-4} = a^3.$$

$$3. 2^x \cdot 2^3 = 2^{x+3}.$$

$$4. \frac{3^x}{9} = 3^x : 3^2 = 3^{x-2}.$$

$$5. x^2 \cdot (6x^3 + 4x - 2) = 6x^5 + 4x^3 - 2x^2.$$

$$6. n^5 + 2n^3 + 7n^2 = n^2(n^3 + 2n + 7).$$

$$7. \frac{8x^6 + 6x^3 + 3x^2 - 4}{x^3} = \frac{8x^6}{x^3} + \frac{6x^3}{x^3} + \frac{3x^2}{x^3} - \frac{4}{x^3} = 8x^3 + 6 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^3}.$$

$$8. (2y^3)^2 = 2^2 \cdot (y^3)^2 = 4y^6.$$

$$9. \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}.$$

$$10. \frac{(3x^2)^3}{(5x)^2} = \frac{3^3 \cdot (x^2)^3}{5^2 \cdot x^2} = \frac{27x^6}{25x^2} = \frac{27}{25}x^4.$$